



هوشلند

01

مجموعه ها



05

عبارت های جبری



02

اعداد حقیقی



06

خط و معادله خط



03

استدلال و اثبات



07

عبارت های گویا



04

توان و ریشه



08

حجم و سطح



مسابقات
ریاضی نهم
بانک سوال

از مجموعه
مرکز

تیزهوشان

وچید اسدی کیا

- با بیش از ۳۰۰۰ تست چهار گزینه‌ای
- نکته‌های کلیدی درس ریاضی کلاس نهم
- طبقه‌بندی شده بر اساس فصل‌های کتاب درسی ریاضی
- ویژه دانش‌آموزان مدارس ممتاز و تیزهوشان
- با پاسخنامه‌ی کلیدی



۱- مشخص بودن عضویت اشیاء: اعضای مجموعه کاملاً دقیق و بدون ابهام، مشخص است؛ اگر چه ما همه اعضایش را شناسیم. مثلاً «سه عدد اول» مشخص کننده یک مجموعه نیست؛ چون این سه عدد می توانند ۲، ۳ و ۵ یا ۳، ۵ و ۷ یا هر سه تایی دیگری باشند. ولی «تمام اعداد اول یک رقمی» مشخص کننده یک مجموعه است؛ زیرا حتماً ۲، ۳، ۵ و ۷ (و نه چیز دیگری) را مشخص می کند.

۲- متمایز (غیر تکراری) بودن عضویت اشیاء: هر شیء، یا عضو مجموعه هست یا نیست. خیلی بی معنی است که بگوییم یک شیء، دو بار عضو مجموعه است. مثل این که بگوییم شما دو بار عضو خانواده و بچه پدرتان هستید!



نکته واجب: چندتا موضوع زیر، درباره مجموعه‌ها قرارداد شده است و همه باید آن‌ها را رعایت کنیم:

① برای نمایش اعضای مجموعه از علامت $\{ \}$ (آکولاد) استفاده می‌کنیم. مثلاً مجموعه اعداد اول یک‌رقمی را این طوری نشان می‌دهیم: $A = \{2, 3, 5, 7\}$. در ضمن، اگر بخواهیم بگوییم که ۲ عضو مجموعه A است، می‌نویسیم: $2 \in A$; ولی چون ۱۰ عضو A نیست، باید این جوری بنویسیم: $10 \notin A$.

② ترتیب نوشتن اعضا در مجموعه اهمیت ندارد، مثلاً: $\{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\}$. منتها بعضی وقت‌ها که می‌خواهیم از «سه نقطه» (...) استفاده کنیم، ترتیب اعضا برای حدس زدن اعضای بعدی مهم می‌شود. مثلاً برای نشان دادن مجموعه اعداد طبیعی، می‌نویسیم: $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$. حالا اگر بیاییم و این مدلی: $\{3, 5, 1, 2, 4, \dots\}$ بنویسیم، احتمالاً مخاطب گیج می‌شود و منظور ما را نمی‌فهمد!



۳ عضو مجموعه می تواند هر چیزی باشد؛ از اعداد بگیرد تا گاو و گوسفند! حتی عضو مجموعه می تواند مجموعه هم باشد،

مثلاً: $A = \{4, 5, \{6, 7\}, 7\}$

مجموعه A ، ۴ عضو دارد که آن ها را با رنگ مشخص کردیم. همان طور که می بینید ۳ تای آن ها عدد هستند: $5 \in A, 4 \in A$ و $7 \in A$. ولی یکی از آن ها مجموعه است: $\{6, 7\} \in A$ ؛ خیلی دقت کنید که $6 \notin A$ (۶، عضو مجموعه ای است که آن مجموعه عضو A است). در واقع چیزهایی عضو A هستند که بدون آکولاد در مجموعه A دیده شوند.

۴ مجموعه می تواند بدون عضو باشد. مثل «مجموعه اعدادی که از خودشان بزرگ ترند». چون هیچ عددی از خودش بزرگ تر نیست، نمایش این مجموعه به صورت $\{\}$ می شود. به مجموعه ای که عضو نداشته باشد می گوئیم «تهی» و آن را با حرف یونانی \emptyset نشان می دهیم.



تیزهوشان ۹۳-۹۴

مجموعه $\{2^{11} + 2 \times 2^{11} + 4 \times 2^{11} + 6 \times \dots + 2^{12}\}$ چند عضو دارد؟

$$2^{11} + (2 \times 2^{11}) + 2^{11}$$

$$+ (2 \times 2^{11}) + (2^{11} + 2 \times 2^{11}) + \dots$$

$$\frac{2^{11} - 2}{2} + 1 = 2^{10} + 1$$

$$= 2^{10} + 1$$

$$2^{11} = 2 \times 2^{11}$$

هوشلند

- ۱ ۲۱۲
- ۲ ۲۹
- ۳ ۲۱۰
- ۴ ۲۱۱

$$2 \times 2^{10}$$

تیزهوشان ۹۳-۹۴

اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، $A \blacksquare B$ را به این صورت تعریف می کنیم: $A \blacksquare B = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in A, b \in B, b \neq 0 \right\}$

با توجه به این تعریف اگر A مجموعه اعداد طبیعی ۳ رقمی باشد. در این صورت، چند عدد از اعضای مجموعه $A \blacksquare A$ طبیعی است؟

$$A \blacksquare A = \left\{ \frac{a}{n} \mid a, n \in A, n \neq 0 \right\}$$

$$\frac{900}{1} = 900, \quad \frac{199}{1} = 199, \quad \frac{1991}{1} = 1991$$

$$\frac{100}{100}, \quad \frac{100}{100}, \quad \frac{101}{101}, \quad \frac{102}{101}$$

$$\frac{900}{100} \rightarrow 9, \quad \frac{909}{101}$$

- ۱ ۹۰۰
- ۲ ۹
- ۳ ۹۰
- ۴ ۹۹



تیزهوشان ۹۵-۹۶

مجموعه $A = \left\{ \frac{a}{b} \mid \frac{a}{b} < 1, b < 9, a, b \in \mathbb{N} \right\}$ چند عضو دارد؟

$b=1 \rightarrow X$

$b=2 \rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)$

$b=3 \rightarrow \left(\frac{1}{3} \right), \left(\frac{2}{3} \right)$

$b=4 \rightarrow \left(\frac{1}{4} \right), \left(\frac{2}{4} \right), \left(\frac{3}{4} \right)$

$b=5 \rightarrow \left(\frac{1}{5} \right), \left(\frac{2}{5} \right), \left(\frac{3}{5} \right), \left(\frac{4}{5} \right)$

$b=6 \rightarrow \left(\frac{1}{6} \right), \left(\frac{2}{6} \right), \left(\frac{3}{6} \right), \left(\frac{4}{6} \right), \left(\frac{5}{6} \right)$

$b=7 \rightarrow \left(\frac{1}{7} \right), \left(\frac{2}{7} \right), \left(\frac{3}{7} \right), \left(\frac{4}{7} \right), \left(\frac{5}{7} \right), \left(\frac{6}{7} \right)$

$b=8 \rightarrow \left(\frac{1}{8} \right), \left(\frac{2}{8} \right), \left(\frac{3}{8} \right), \left(\frac{4}{8} \right), \left(\frac{5}{8} \right), \left(\frac{6}{8} \right), \left(\frac{7}{8} \right)$

- ۱۸ (1)
- ۱۹ (2)
- ۲۰ (3)
- ۲۱ (4)



تیزهوشان ۹۶-۹۵

چند زیر مجموعه ۳ عضوی از اعداد طبیعی وجود دارد که حاصل ضرب اعضای آن در هم، برابر ۶۰ شود؟

↓
 $40 = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$

- { ۱, ۲, ۳۰ }
- { ۱, ۳, ۲۰ }
- { ۱, ۴, ۱۵ }
- { ۱, ۵, ۱۲ }
- { ۱, ۶, ۱۰ }
- { ۲, ۳, ۱۰ }
- { ۲, ۵, ۶ }
- { ۳, ۴, ۵ }

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴



تیزهوشان ۹۹-۹۸ $a = -2b \rightarrow a + b = -2b + b \rightarrow -b \in \mathbb{Z} \rightarrow b \in \mathbb{Z} \rightarrow a \in \mathbb{Z}$

اگر a و b دو عدد گویا باشند به طوری که $|a| > |b|$ و $(a + b) \in \mathbb{Z}$ و $(a - b) \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ ، در این صورت چندتا از گزاره های زیر می تواند صحیح باشد؟

~~$a = -2b$~~ (ج)

$\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ (ب)

$\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$ (الف)

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

$a = -2b$
 $\frac{a}{b} = -2$
 $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$

$\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = -2 + -2 = -4 \in \mathbb{Z}$
 $\frac{a}{b} - \frac{a}{b} = -2 - (-2) = 0 \in \mathbb{Z}$
 $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$



مجموعه‌های پرکاربرد

مجموعه‌های زیر در ریاضیات خیلی پرکاربردند. اسم و نماد آن‌ها را حفظ کنید:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \text{مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} = \text{مجموعه اعداد صحیح}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \text{مجموعه اعداد حسابی}$$

$$\mathbb{O} = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\} = \text{مجموعه اعداد صحیح فرد}$$

$$\mathbb{E} = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} = \text{مجموعه اعداد صحیح زوج}$$

در مورد مجموعه اعداد گویا (\mathbb{Q})، مجموعه اعداد گنگ (\mathbb{Q}') و مجموعه اعداد حقیقی (\mathbb{R}) در فصل دوم صحبت می‌کنیم.

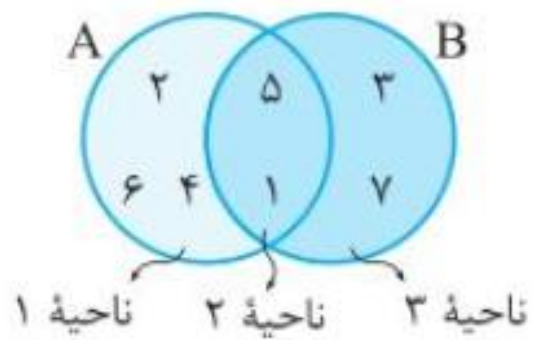
● مجموعه‌های برابر

اگر همه اعضوهای مجموعه A ، عضو B نیز بوده و همه اعضوهای مجموعه B ، عضو A نیز باشند، می‌گویند A و B برابرند و می‌نویسند $A = B$.

نمایش مجموعه‌ها

غیر از روش «نوشتن اعضا در علامت $\{ \}$ » و «نوشتن توضیح فارسی»، دو روش دیگر برای نشان دادن مجموعه‌ها یاد می‌گیریم:

① **نمودار ون:** در این روش هر مجموعه را با یک شکل بسته نشان می‌دهیم و اعضای آن را در داخل آن شکل می‌نویسیم. مثلاً در شکل زیر، ناحیه (۱) شامل اعضای از A است که عضو B نیستند. ناحیه (۲) شامل اعضای است که هم عضو A هستند و هم عضو B و ناحیه (۳) شامل اعضای است که فقط عضو B هستند.



$$\Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 4, 6, 1, 5\} \\ B = \{3, 7, 1, 5\} \end{cases}$$

② **نمایش ریاضی:** برای استفاده از این روش، باید ویژگی مشترک اعضای مجموعه را با نماد ریاضی بنویسیم. به طور مثال برای نوشتن نمایش ریاضی مجموعه «اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۱۰»، می‌گوییم اعداد زوج را به شکل $2x$ نشان می‌دهیم. این شکل را نوشته و بعد از آن علامت «|» را می‌آوریم و آن را «به طوری که» می‌خوانیم. بعد از این علامت، توضیحات بیشتری را که لازم است، می‌نویسیم. دقت کنید که توضیحات نباید اضافی باشد:

$$\{2x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$$


تست: اگر $A = \{-1, -\frac{2}{5}, 0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2\}$ و $B = \{x \mid x \in A, \frac{x^2}{2} \in \mathbb{N}\}$ باشند، آن گاه مجموعه B چند عضو دارد؟ (انرژی اتمی)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



اگر $A = \{2x | x \in \mathbb{Z}, -8 < x < -4\}$ باشد و هر یک از عضوهای مجموعه B ، $\frac{3}{2}$ برابر عضوهای مجموعه A

$-8, -6, -4$

$$A = \{-16, -14, -12\}$$

$$B = \{-24, -18, -12\}$$

باشند، مجموعه B کدام است؟

- ۱ $\{-21, -18, -15, \dots\}$
- ۲ $\{21, 18, 15\}$
- ۳ $\{21, 18, 15, \dots\}$
- ۴ $\{-21, -18, -15\}$



نمایش مجموعه ی $A = \{x | \sqrt{x} \in N\}$ مساوی با کدام یک از مجموعه های زیر است ؟



۱ $\{1, 2, 3, \dots\}$

۲ $\{1, 4, 9, \dots\}$

۳ $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots\}$

۴ $\{\sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}, \dots\}$



مجموعه ی $A = \{1, 2, 4, 8, \dots, 128\}$ با علایم ریاضی برابر است با :



- ۱ $\{x^2 | 0 < x < 8\}$
- ۲ $\{2^x | x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 7\}$
- ۳ $\{2^x | x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 7\}$
- ۵ $\{x^2 | x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 7\}$

هوشلند

کدام گزینه عضوهای مجموعه ی $A = \{x | x = (-1)^n \times (n^2 - 2n + 1)^2, n \in N\}$ را مشخص می کند ؟

$n = 1 \rightarrow x = (-1) \times (0) = 0$

$n = 2 \rightarrow x = 1 \times (1) = 1$

$n = 3 \rightarrow x = (-1) \times (14) = -14$

~~$\{0, 1, 4, \dots\}$~~ ۱

$\{0, 1, -16, \dots\}$ ۲

~~$\{1, -4, \dots\}$~~ ۳

~~$\{1, -16, \dots\}$~~ ۴



مجموعه ی $B = \{2, 11, 101, 1001, \dots\}$ به صورت ریاضی کدام است ؟

۱ $\{10^x + 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$ ← شرح از ۱۱

۲ $\{10^x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq 0\}$

۳ $\{10^x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq 1\}$ ← شرح از ۱۱

۴ $\{10^x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x < 4\}$ ← شرح مناسب

هوشلند

کدام مجموعه زیر ، نمایش ریاضی مجموعه ی $A = \{7, 77, 777, 7777, \dots\}$ است ؟

① $\left\{ 7 \times \frac{10^x + 1}{9} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$

② $\left\{ 7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{Z} \right\}$

③ $\left\{ 7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{W} \right\}$

④ $\left\{ 7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$

Handwritten work showing the derivation of the formula for the set A:

$n=1 \rightarrow \sqrt{x} \frac{10^1 + 1}{9} = \sqrt{x} \frac{11}{9} x$

$n=0 \rightarrow \sqrt{x} \frac{10^0 - 1}{9} = \sqrt{x} 0 = 0 x$

Vertical list of 'X' marks and a checkmark on the right side of the work.



کدام گزینه نادرست است ؟

$n=1 \rightarrow \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}$, $n=2 \rightarrow$

$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots, \frac{1}{930} \right\} = \left\{ \frac{1}{n(n+1)} \mid n \in N, n \leq 30 \right\}$ ۱

$\{0, 1, 5, 23, 119, \dots\} = \{x! - 1 \mid x \in N\}$ ۲

$\{2, 6, 12, 20, 30, \dots\} = \{x(x+1) \mid x \in N\}$ ۳

$\{2, 3, 4, 5, 7, 13\} = \left\{ x \mid \frac{12}{x-1} \in Z \right\}$ ۵

$\left\{ x+1 \mid \frac{12}{x} \in N \right\}$

$2 = 1+1$
 $6 = 2+1$
 $12 = 3+1$
 $20 = 4+1$

$7 = 4+1$
 $12 = 12+1$



نمایش ریاضی مجموعه ی $A = \{-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots\}$ در کدام گزینه به درستی نوشته شده است ؟



~~$A = \{(-1) \times n | n \in N\}$~~ ۱

~~$A = \{(-1)^n | n \in N\}$~~ ۲

~~$A = \{(-n)^n | n \in N\}$~~ ۳

$A = \{(-1)^n \times n | n \in N\}$ ۵

هوشلند

نمایش ریاضی مجموعه ی $\{-1, -4, +9, -25, -36, \dots\}$ برابر است با :



اعداد مربع کامل

۱ $\{(-1)^x \times x \mid x \in N\}$

۲ $\{(-x)^x \mid x \in N\}$

۳ $\left\{ (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \frac{3^n - 1}{n^2 + n} \mid n \in N \right\}$

۵ $\left\{ (-1)^n \frac{3^n - 1}{n^2 + n} \mid n \in N \right\}$

هوشلند

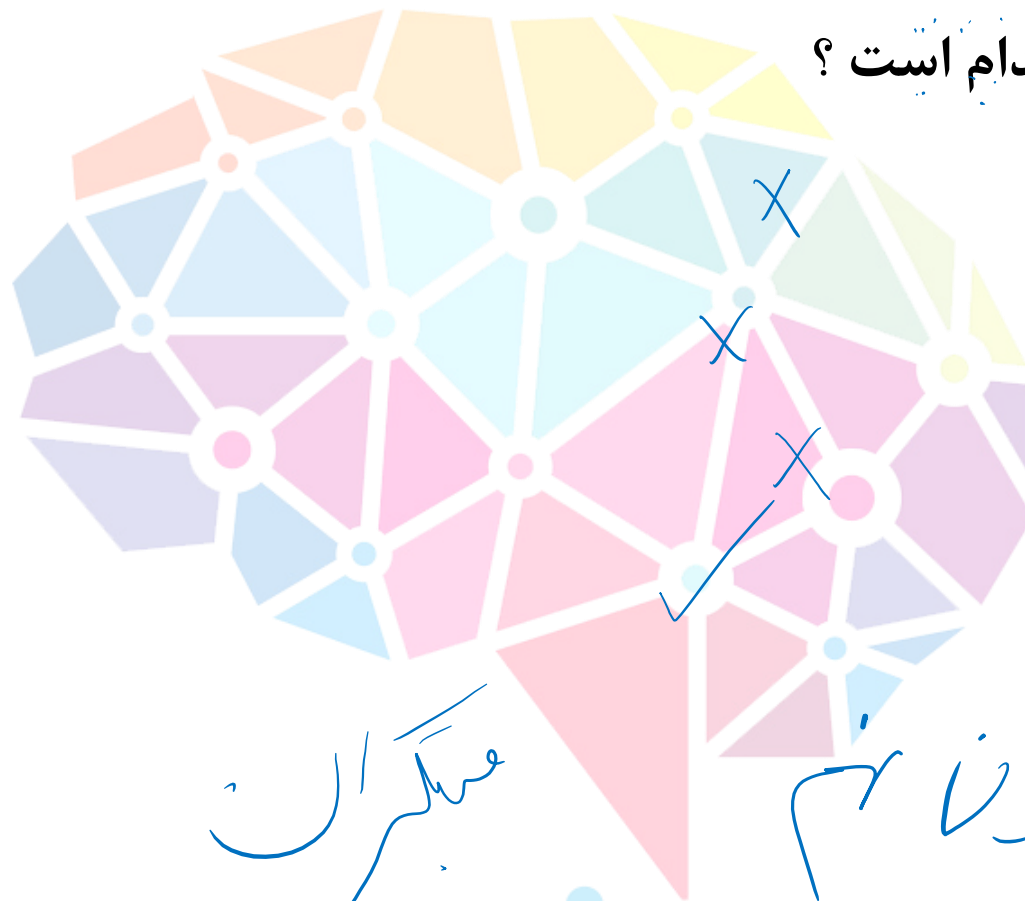
نمایش ریاضی $A = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\}$ کدام است ؟

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in N, \frac{1}{2} b = 1\}$ ۱

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in N, a - 1 = b\}$ ۲

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in N, 2a = b\}$ ۳

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in N, a + 1 = b\}$ ۵



اسدی کیا

عسگران

مرشد ریاض نهم

هوشلند