



هوشلند



01

عددهای صحیح و گویا



02

حساب اعداد طبیعی



03

چند ضلعی ها



04

جبر و معادله



05

بردار و مختصات



06

مثلث



07

توان و جذر



08

آمار و احتمال



09

دایره



ریاضی  
پایه هشتم



مجموعه اعداد طبیعی:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد صحیح:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

**الف:** در مجموعه اعداد طبیعی، بزرگ‌ترین عضو را نمی‌توان مشخص کرد.

**ب:** در مجموعه اعداد صحیح، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو را نمی‌توان مشخص کرد.

**پ:** عدد صفر نه مثبت است، نه منفی.

**ت:** هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است ولی عکس آن درست نیست.



## تعداد اعداد با فاصله منظم

برای یافتن تعداد اعدادی که با فاصله منظم زیاد (کم) می‌شوند، می‌توان از رابطه مقابل استفاده کرد:  $+1 = \frac{\text{کوچک‌ترین عدد} - \text{بزرگ‌ترین عدد}}{\text{فاصله}}$  تعداد

با توجه به رابطه بالا می‌توان گفت:

**(ب)** تعداد اعداد صحیح بین  $a$  تا  $b$  برابر است با:  $b - a - 1$

**(الف)** تعداد اعداد صحیح از  $a$  تا  $b$  برابر است با:  $b - a + 1$

۳, ۶, ۹, ... , ۹۹

$$\frac{99 - 3}{3} + 1$$

۲, ۳, ۴

$$4 - 2 = 2$$



هوشلند

مرتضی طاهری

## قرینه عدد

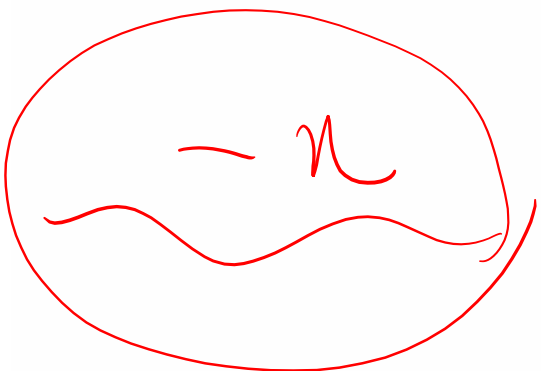
منظور از قرینه عدد  $a$ ، قرینه آن نسبت به مبدأ، یعنی صفر است و به این معنی است که از نقطه  $a$  تا مبدأ را طی کرده و به همان اندازه در جهت خلاف آن حرکت کنیم. به طور خلاصه، منظور از قرینه  $a$ ، عدد  $-a$  است.

با این تعریف می‌توان گفت:

**الف)** اگر عددی زوج بار قرینه شود، برابر با خود عدد می‌شود.

**ب)** اگر عددی فرد بار قرینه شود، برابر با قرینه آن عدد می‌شود.

**پ)** عدد صفر تنها عددی است که قرینه‌اش با خودش برابر است.



$$2 = 2$$

$$-3 = -3$$



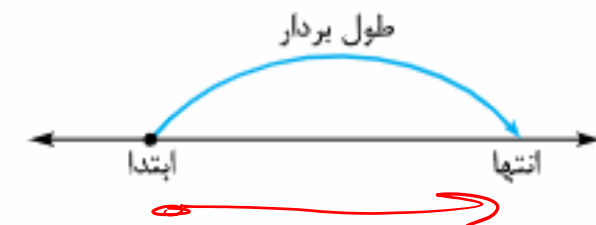
## بردار

هر حرکت روی محور اعداد صحیح را معمولاً با یک بردار مانند شکل زیر، نمایش می دهند.  
رابطه‌های زیر بین ابتدا، انتها و طول بردار برقرار است:

$$\text{انتهای بردار} = \text{طول بردار} + \text{ابتدای بردار} \quad \text{جمع متناظر}$$

$$\text{طول بردار} = \text{ابتدای بردار} - \text{انتهای بردار}$$

$$\text{ابتدای بردار} = \text{طول بردار} - \text{انتهای بردار}$$



## ● محاسبات در اعداد صحیح

ترتیب عملیات:

اگر در انجام محاسبات، هم‌زمان چند عمل یا نماد ظاهر شد، ترتیب اولویت آن‌ها به شکل زیر است:

۱ پانته‌ز یا گروه (در صورت ظاهر شدن چند پانته‌ز یا گروه، از داخلی‌ترین آن شروع به محاسبه می‌کنیم).

۲ توان و جذر

۳ ضرب و تقسیم (در صورت ظاهر شدن چند عمل ضرب یا تقسیم از چپ به راست عملیات را انجام می‌دهیم).

۴ جمع و تفریق



مرتضی طاهری 



## محاسبات بین اعداد با فاصله منظم

اگر تعدادی عدد صحیح، پشت سر هم نوشته شود، به طوری که فاصله هر عدد از عدد قبل و بعدش با هم برابر باشد، در انجام محاسبات می توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{\text{تعداد} \times (\text{عدد اول} + \text{عدد آخر})}{2}$$

$$1 + \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله}} = \text{تعداد اعداد}$$

۳۴ و ... ۴۷

$$\frac{(34 + 47) \times 11}{2}$$

$$\frac{34 - 47}{2} + 1 = 11$$



بعضی از روابط مربوط به مجموع‌های متوالی:

**الف)** مجموع اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا  $n$ :

**ب)** مجموع  $n$  عدد زوج متوالی:

**پ)** مجموع  $n$  عدد فرد متوالی:

**ت)** مجموع مربعات  $n$  عدد متوالی:

**ث)** مجموع مکعبات  $n$  عدد متوالی:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$



هوشلند

مرتضی طاهری

## میانگین

در بعضی از سؤالات مربوط به اعداد صحیح، میانگین اعداد داده شده خواسته می شود. برای به دست آوردن میانگین کافی است مجموع اعداد داده شده را بر تعداد آن تقسیم کنیم.

**نکته:** در مورد دنباله اعداد با فاصله منظم می توان گفت:

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{۲}$$



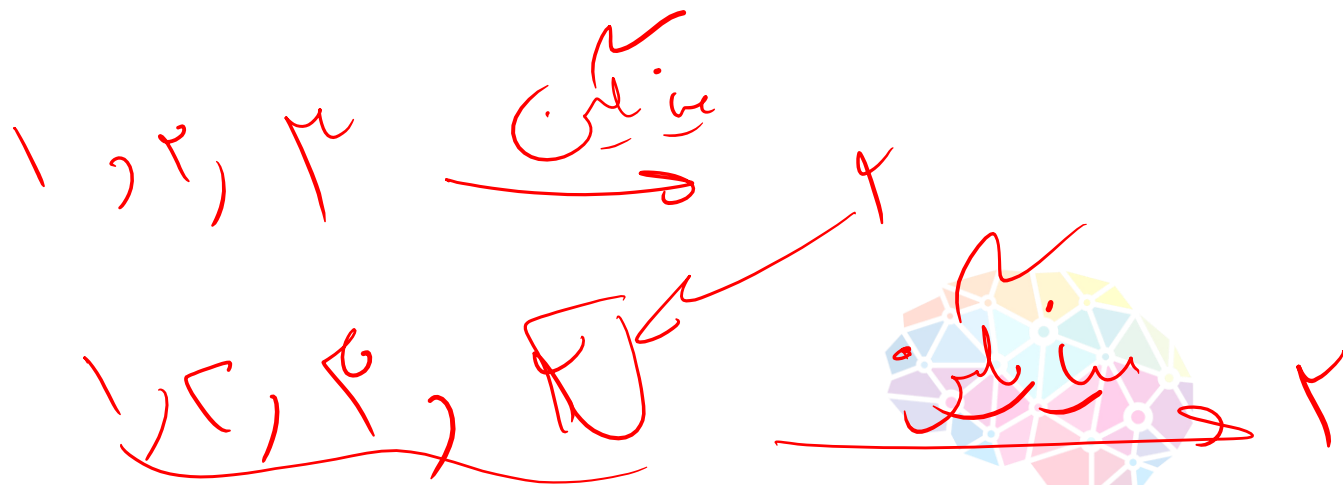
**نکته:** اگر میانگین چند عدد برابر با  $m$  شود، آن گاه:

**(الف)** اگر همه اعداد با عدد  $k$  جمع شوند، میانگین اعداد جدید برابر  $m + k$  است.

**(ب)** اگر از همه اعداد مقدار  $k$  کم شود، میانگین اعداد جدید برابر  $m - k$  است.

**(پ)** اگر همه اعداد در  $k$  ضرب شوند، میانگین اعداد جدید برابر  $m \cdot k$  است.

**(ت)** هرگاه  $m$  را با خود آن چند عدد در نظر گرفته و میانگین آن‌ها را مجدداً به دست آوریم، میانگین تغییری نمی‌کند.



به ازای چه تعداد عدد صحیح  $m$ ، حاصل  $\frac{m^2+1390}{m}$  عددی صحیح است؟

$$\frac{m^2 + 1390}{m}$$

$$= \frac{m^2}{m} + \frac{1390}{m} = m + \frac{1390}{m}$$

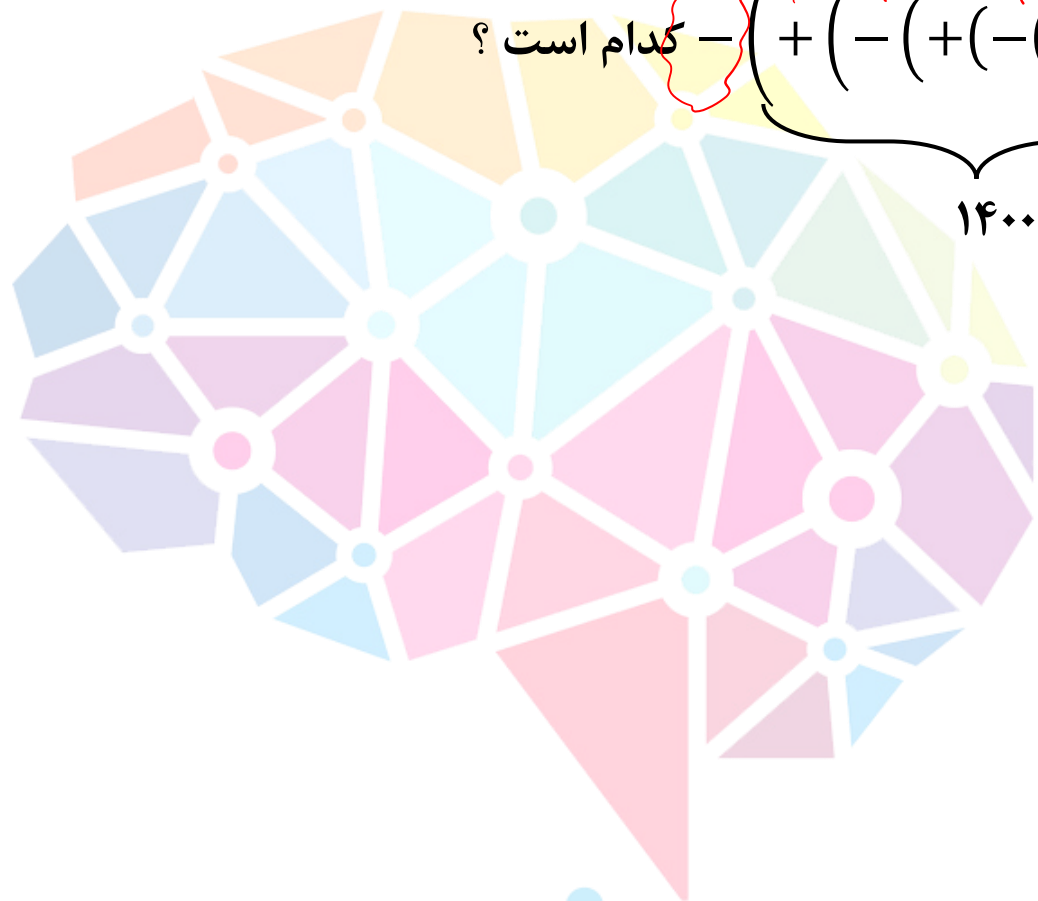
$$1390 = 2 \times 5 \times 139$$

تعداد گزینه‌ها / طبعی  $(1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 8$

$$8 \times 2 = 16$$

- 16  ۱
- 14  ۲
- 8  ۳
- 18  ۴

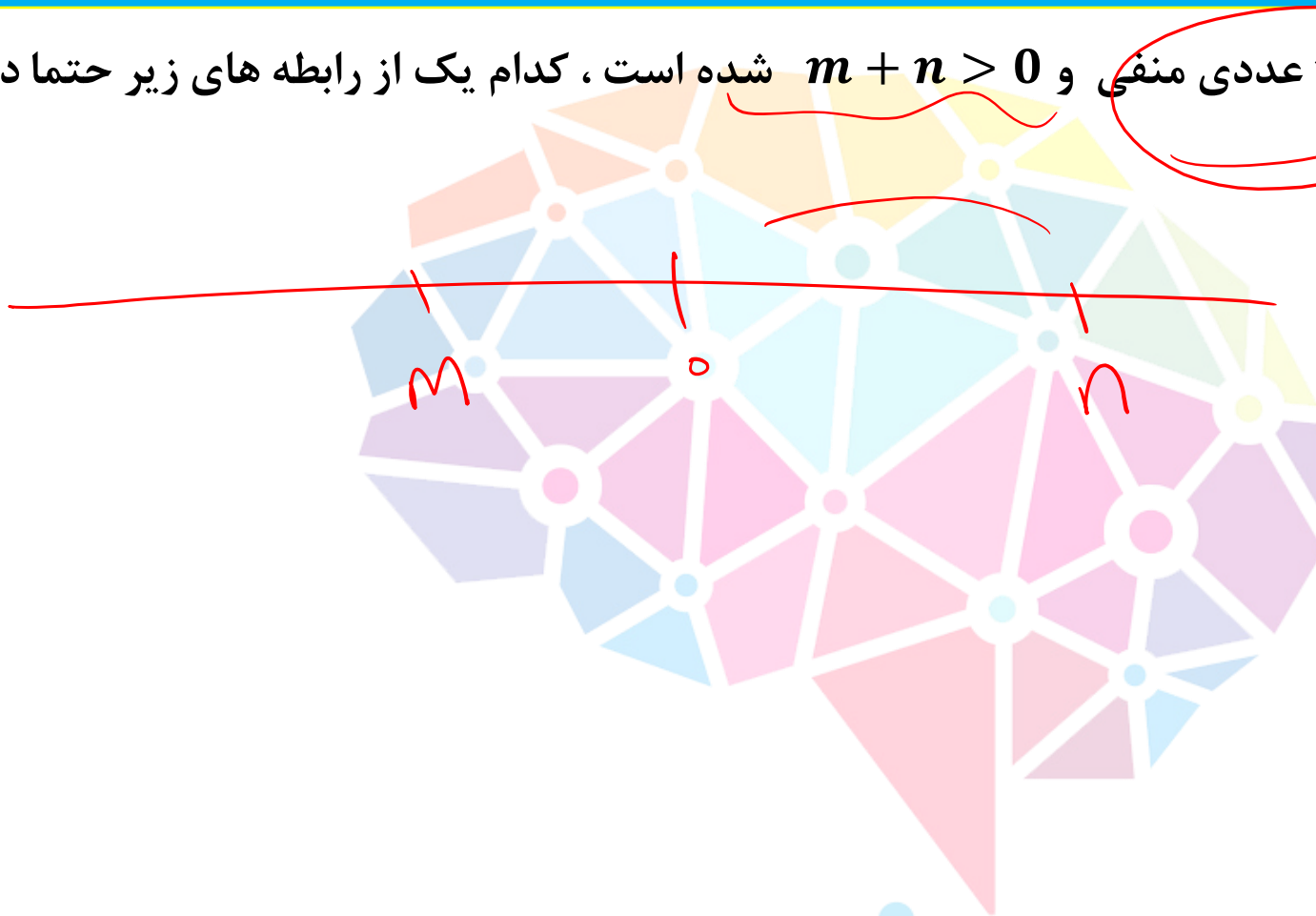
حاصل عبارت  $- \left( + \left( - \left( + \left( - \left( \dots \left( + \left( - \cancel{2} - 3 \right) \dots \right) \right) \right) \right) \right) \right)$  کدام است؟



- +1  ۱
- 5  ۲
- +5  ۳
- 1  ۴

هوش‌شوند

اگر  $m$  و  $n$  اعدادی صحیح باشند و بدانیم  $m$  عددی منفی و  $m + n > 0$  شده است، کدام یک از رابطه های زیر حتما درست است؟



$$\overset{-}{2m} + \overset{+}{n} < 0 \quad \text{۱}$$

$$2m + n > 0 \quad \text{۲}$$

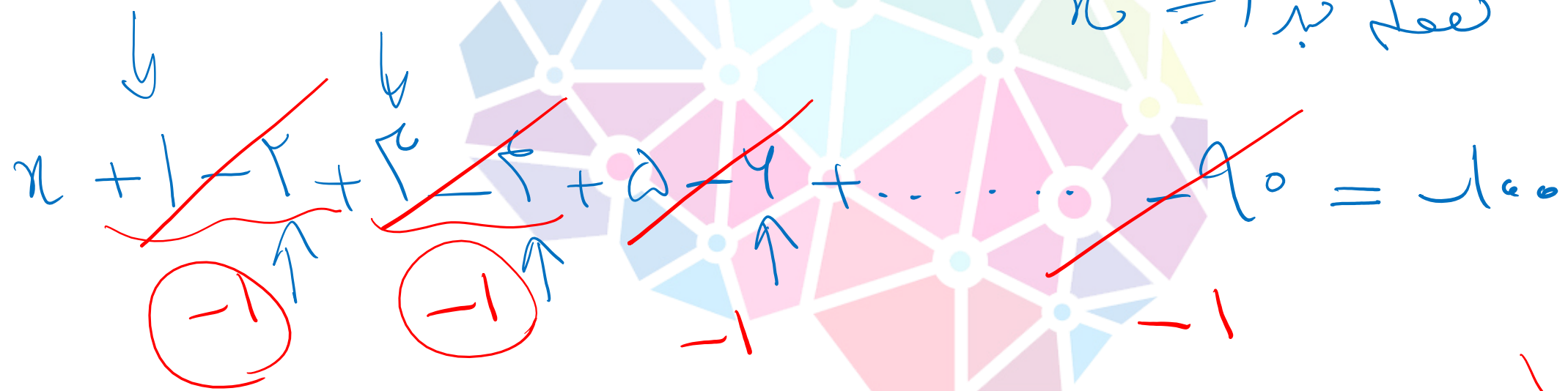
$$2n > 0 \quad \text{۳}$$

$$m - n > 0 \quad \text{۴}$$

هوشلند

ذره ای روی محور اعداد صحیح شروع به حرکت می کند . در دقیقه ی اول یک واحد به راست و در دقیقه ی دوم ، دو واحد به سمت چپ و ... حرکت می کند . این ذره پس از یک ساعت و نیم از شروع حرکت روی عدد ۱۰۰- قرار می گیرد . این ذره در ابتدا روی کدام نقطه قرار داشته است؟

تعلیم جدا = ۱۶



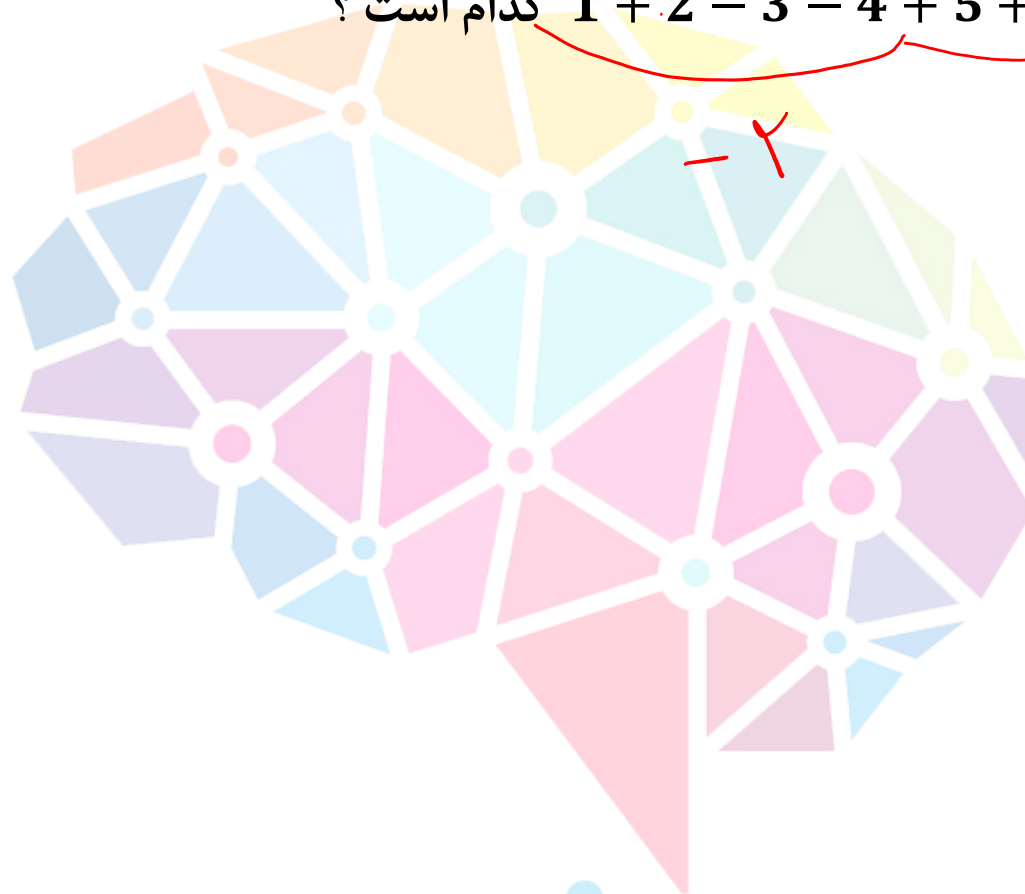
- 45  ۱
- +45  ۲
- +55  ۳
- 55  ۴

$$x - 15 = -100 \rightarrow x = -100 + 15 = -85$$





مقدار عبارت  $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 2021$  کدام است؟



0

۱

1

۲

2021

۳

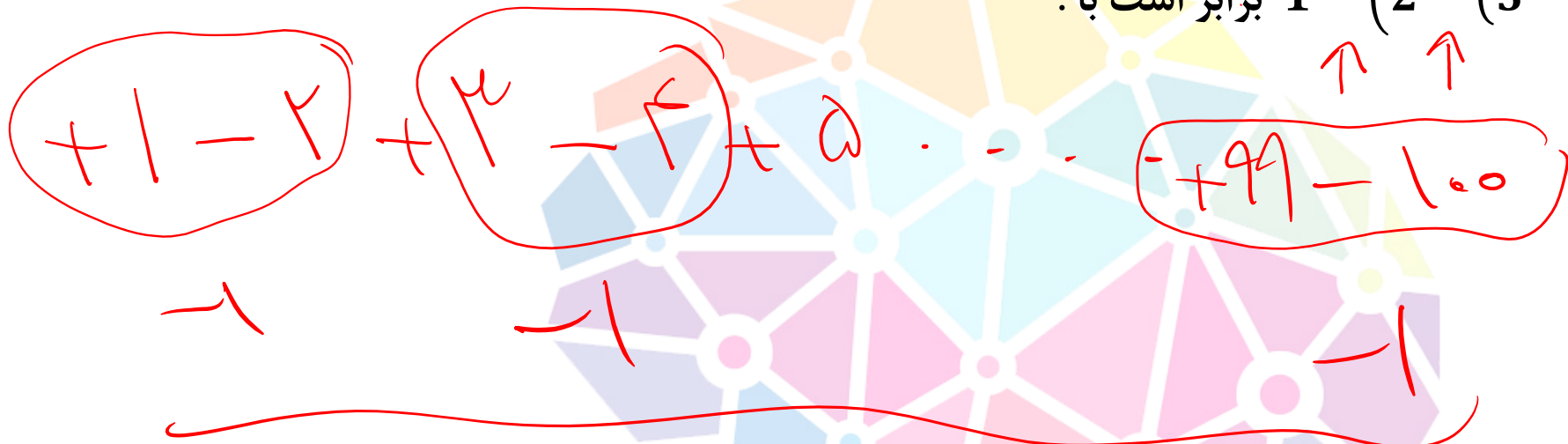
-1

۴

هوشلند

مرتضی طاهری

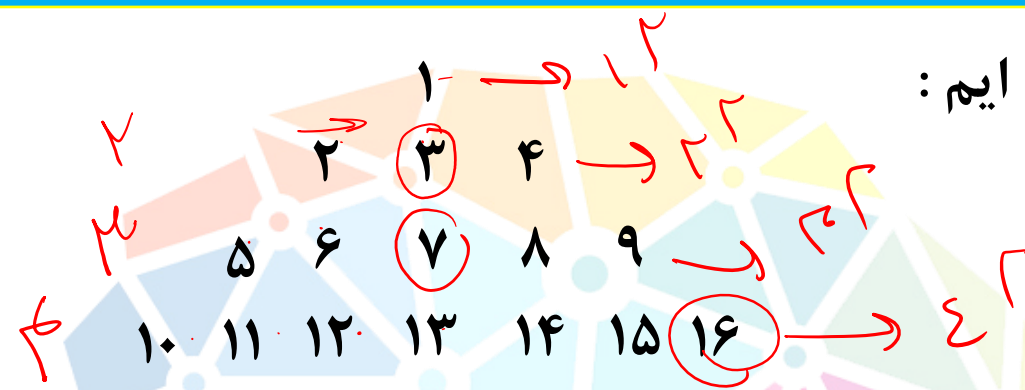
مقدار عددی  $1 - (2 - (3 - (\dots - (100) \dots)))$  برابر است با:



- ۱ -50
- ۲ 50
- ۳ -100
- ۴ 100



تمام اعداد طبیعی را به صورت زیر نوشته ایم :



به اعداد میانی هر سطر دقت کنید ۱ ، ۳ ، ۷ ، ۱۳ و ... عدد میانی صدمین سطر کدام است؟

آخرین عدد را حذف

$$99^2 = 9801$$

$$9801 + 100 = 9901$$

اگر به ازای  $x$  مقدار عددی قرار دهیم حاصل  $\frac{3x+1}{x-1}$  چه عددی نمی تواند باشد؟

$\frac{3x+1}{x-1} = 4$        $\frac{3x+1}{x-1} = 3$        $\frac{3x+1}{x-1} = 2$        $\frac{3x+1}{x-1} = 1$

$\frac{3x+1}{x-1} = 4$

$$\frac{3x+1}{x-1} = 4$$

$$3x+1 = 4(x-1)$$

$$3x+1 = 4x-4$$

$$1+4 = 4x-3x$$

$$5 = x$$

$\frac{3x+1}{x-1} = 3$

$$\frac{3x+1}{x-1} = 3$$

$$3x+1 = 3(x-1)$$

$$3x+1 = 3x-3$$

$$1 = -3$$

$\frac{3x+1}{x-1} = 2$

$$\frac{3x+1}{x-1} = 2$$

$$3x+1 = 2(x-1)$$

$$3x+1 = 2x-2$$

$$1+2 = 2x-3x$$

$$3 = -x$$

$$x = -3$$

$\frac{3x+1}{x-1} = 1$

$$\frac{3x+1}{x-1} = 1$$

$$3x+1 = x-1$$

$$3x-x = -1-1$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

هوشلند

محمد رضا حاصل عبارت زیر را حساب کرد:  $1+2-3+4-5+6-7+8-9+10-11+12-13+14-15+16-17+18-19+20-21+22-23+24-25+26-27+28-29+30-31+32-33+34-35+36-37+38-39+40-41+42-43+44-45+46-47+48-49+50-51+52-53+54-55+56-57+58-59+60-61+62-63+64-65+66-67+68-69+70-71+72-73+74-75+76-77+78-79+80-81+82-83+84-85+86-87+88-89+90-91+92-93+94-95+96-97+98-99+100$  و محمد حسین حاصل عبارت زیر را حساب کرد:  $1-2+3-4+5-6+7-8+9-10+11-12+13-14+15-16+17-18+19-20+21-22+23-24+25-26+27-28+29-30+31-32+33-34+35-36+37-38+39-40+41-42+43-44+45-46+47-48+49-50+51-52+53-54+55-56+57-58+59-60+61-62+63-64+65-66+67-68+69-70+71-72+73-74+75-76+77-78+79-80+81-82+83-84+85-86+87-88+89-90+91-92+93-94+95-96+97-98+99-100$ . مجموع عددهایی که این دو حساب کرده اند چند می شود؟

۲۰۰

هوشلند

می دانیم  $x$  عددی صحیح و منفی است. کدام یک بزرگ ترین است؟

~~$x - 2(5)$~~

منفی

~~$6x + 2(4)$~~

منفی

$-2x(3)$

بزرگ

~~$2x(2)$~~

منفی

~~$x + 1(1)$~~

صفر  
منفی

هوشلند

اگر  $10 < x < 6 -$  و  $2 < y < -\frac{1}{3}$  و نیز  $a < \frac{x}{y} < b$  باشد، با فرض این که  $b$  کوچک ترین پاسخ صحیح و  $a$  بزرگ ترین پاسخ صحیح باشد، مقادیر  $a$  و  $b$  را پیدا کنید.

$$\frac{10}{-2} = -5$$

$$\frac{10}{-\frac{1}{3}} = -30$$

$$\frac{-4}{-2} = 2$$

$$\frac{-4}{-\frac{1}{3}} = 12$$

علامت  
کری

هوشلند

تنها دگمه هایی که در ماشین حساب علی کار می کنند  $\boxed{=}$ ،  $\boxed{\div}$ ،  $\boxed{\times}$ ،  $\boxed{-}$ ،  $\boxed{+}$  و  $\boxed{4}$  هستند. برای به دست آوردن عدد ۲ می توان دگمه های  $\boxed{=}$   $\boxed{4}$   $\boxed{\div}$   $\boxed{=}$   $\boxed{4}$   $\boxed{+}$   $\boxed{4}$  را فشار داد. یعنی در مجموع هفت تا دگمه زد. برای به دست آوردن کدام یک از اعداد زیر باید بیش ترین دگمه را زد؟

۲۰ (۵)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)



هوشلند





هوشلند

## ● عددهای گویا

مجموعه اعداد گویا در واقع مجموعه کسرهایی به صورت  $\frac{a}{b}$  است که در آن  $a$  و  $b$  اعدادی صحیح ( $b$  مخالف صفر) هستند. مجموعه اعداد گویا را با

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

نماد  $\mathbb{Q}$  نشان می‌دهند، به عبارت دیگر:

**نکته:** در مورد اعداد گویا توجه داشته باشید که:

**الف)** هر عدد طبیعی و صحیح یک عدد گویا است (زیرا می‌توان مخرج آن‌ها را عدد یک در نظر گرفت)؛ ولی برعکس آن همواره درست نیست.

**ب)** هر عدد گویا را می‌توان به شکل یک کسر با صورت و مخرج عدد صحیح نوشت ولی نمی‌توان گفت هر کسر عددی گویا است؛ مثلاً  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  عددی گویا نیست، زیرا  $\sqrt{2}$  متعلق به اعداد صحیح نمی‌باشد.



## علامت عدد گویا

در مورد علامت عددهای گویا توجه داشته باشید که:

**الف)** علامت کسر می‌تواند در صورت، مخرج یا پشت کسر قرار گیرد:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$+a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$$

$$-a\frac{b}{c} = -a - \frac{b}{c}$$

**ب)** در مورد عدد مخلوط توجه داشته باشید که:



## معکوس اعداد گویا

معکوس هر عدد گویا مانند  $X$  (باید مخالف صفر باشد) برابر با  $\frac{1}{X}$  است.

**نکته:** با توجه به تعریف معکوس یک عدد، می توان گفت:

**الف)** عدد صفر، تنها عددی است که معکوس ندارد.

**ب)** ۱ و -۱ تنها اعدادی هستند که معکوسشان با خودشان برابر است.

**پ)** علامت هر عدد و معکوسش یکسان است.

**ت)** اگر عددی را زوج بار معکوس کنیم، با خودش برابر می شود و اگر فرد بار معکوس کنیم، با معکوس آن برابر می شود.

**ث)** معکوس کسر  $\frac{a}{b}$  برابر با  $\frac{b}{a}$  است.

**ج)** حاصل ضرب هر عددی در معکوسش برابر با یک است، به عبارت دیگر:

$$2 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$



هوشلند

مرتضی طاهری

## کسرهای مساوی

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \dots$$

Handwritten notes:  $\times 2$  (from 2 to 4),  $\times 3$  (from 3 to 9), and  $\times 2$  (from 4 to 6).

برای نوشتن کسری مساوی با کسر  $\frac{a}{b}$ ، کافی است صورت و مخرج آن را در یک عدد مشترک ضرب کنیم. به عنوان مثال:

**نکته:** هرگاه صورت و مخرج کسری را  $k$  برابر کنیم:

**الف)** کسر حاصل با کسر اولیه برابر است.

**ب)** اختلاف صورت و مخرج  $k$  برابر می‌شود.

**ب)** حاصل جمع صورت با مخرج در کسر جدید،  $k$  برابر می‌شود.

**ت)** حاصل ضرب صورت و مخرج  $k^2$  برابر می‌شود.

Diagram illustrating the multiplication of a fraction by a number  $k$ . It shows two fractions:  $\frac{2}{3}$  and  $\frac{4}{6}$ . Arrows indicate the multiplication of the numerator by 2 and the denominator by 2. Below, it shows  $2 \times 2 = 4$  and  $3 \times 2 = 6$ .

Diagram illustrating the multiplication of a fraction by a number  $k$ . It shows the fraction  $\frac{2}{3}$  being multiplied by 2 to get  $\frac{4}{6}$ . A colorful brain icon is present in the background.

Diagram illustrating the multiplication of a fraction by a number  $k$ . It shows the fraction  $\frac{2}{3}$  being multiplied by 2 to get  $\frac{4}{6}$ . Arrows indicate the multiplication of the numerator by 2 and the denominator by 2.

چند رابطه در مورد کسرهای مساوی:

① معکوس دو کسر مساوی (غیرصفر) با هم برابر است.

② طرفین وسطین

③ اگر چند کسر با هم برابر باشند، آن گاه:

$$\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}\right) \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \rightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2}$$

~~$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$~~

$$A = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots \Rightarrow \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = A$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$



هوشلند

مرتضی طاهری

## چند رابطه در مورد کسرهای مساوی:

① معکوس دو کسر مساوی (غیرصفر) با هم برابر است.

② طرفین وسطین

③ اگر چند کسر با هم برابر باشند، آن گاه:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

$$A = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots \Rightarrow \frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots} = A$$



## مقایسه کسرها

برای مقایسه دو یا چند کسر می‌توان از یکی از روش‌های زیر استفاده کرد:

① ابتدا مخرج کسرها را یکسان نموده (در صورتی که مخرج‌ها یکسان نباشند)، سپس برای مقایسه، هر کسری که صورت بزرگ‌تری داشته باشد، بزرگ‌تر است.

② ابتدا صورت کسرها را یکسان نموده (اگر صورت‌ها یکسان نباشند)، سپس برای مقایسه، هر کسری که مخرج کوچک‌تری داشته باشد، بزرگ‌تر است.

③ در بین کسرهایی به شکل  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$  که صورت همواره یک واحد از مخرج کوچک‌تر است، کسری بزرگ‌تر است که اعداد صورت و مخرج آن بزرگ‌ترند.

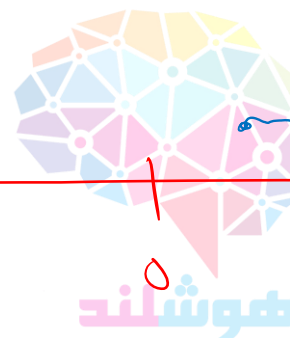
④ در بین کسرهایی به شکل  $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$  که صورت همواره یک واحد از مخرج بزرگ‌تر است، کسری بزرگ‌تر است که اعداد صورت و مخرج آن کوچک‌ترند.

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \dots$$

↓  
<

$$\frac{2}{1} > \frac{3}{2} > \frac{4}{3} > \frac{5}{4} > \dots$$

>



هوش‌لند



نوشتن کسر بین دو کسر

بین هر دو عدد گویا بی‌شمار عدد گویا وجود دارد. برای یافتن اعداد گویا بین هر دو کسر می‌توان از یکی از روش زیر استفاده کرد:

$$\frac{a}{b} < \frac{\frac{a+c}{b+d}}{2} < \frac{c}{d}$$



$$\frac{1}{2} < \frac{\frac{1+1}{2+3}}{2} = \frac{2}{2} = \frac{5}{12} < \frac{1}{3}$$

$$\left( \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \right)$$

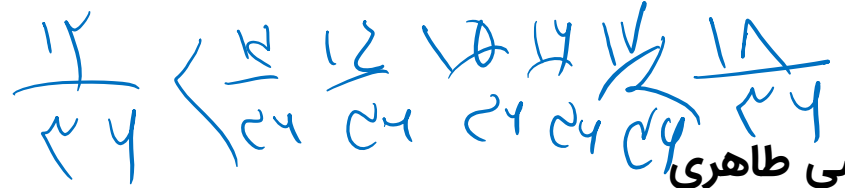
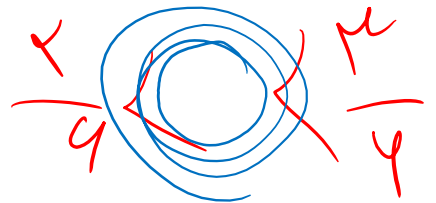
① محاسبه میانگین دو کسر:

به عنوان مثال:

② جمع صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم:

③ یکسان‌سازی مخرج‌ها: برای یافتن  $k$  کسر بین دو کسر، پس از هم‌مخرج کردن کسرهای صورت و مخرج را در  $k+1$  ضرب می‌کنیم.

④ یکسان‌سازی صورت‌ها: برای یافتن  $k$  کسر بین دو کسر، پس از یکسان‌سازی صورت کسرهای صورت و مخرج را در  $k+1$  ضرب می‌کنیم.



مجموع نامتناهی کسرها

در بعضی از مجموع‌های نامتناهی اعداد، با ضرب عددی مناسب در عبارت، ساختار عبارت اصلی مجدداً در آن ظاهر می‌شود. در این حالت با جای‌گذاری مناسب می‌توان حاصل عبارت را به دست آورد.

**نکته:** اگر در دنبالهٔ بی‌انتهای اعداد، هر عدد از ضرب عدد قبلی، در عددی ثابت (که آن عدد بین ۱ و -۱ است) به وجود آید، برای به دست آوردن مجموع آن‌ها می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{مجموع} = \frac{\text{اولین عدد}}{\text{عدد ثابت} - 1}$$

Handwritten diagram illustrating the method for summing an infinite series. It shows the series  $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{14} + \dots$  and a circled version of the same series  $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{14} + \dots$ . Arrows indicate the subtraction of the first term from the second series to reveal a common factor. A cloud-shaped box contains the result  $x = 1$ .

Handwritten calculation showing the sum of a geometric series:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

مرتضی طاهری

## کسره‌های مسلسل (پی‌درپی)

برای محاسبه کسرهایی که در صورت و مخرج آن، مجدداً کسر ظاهر می‌شود، از آخرین کسر شروع به محاسبه می‌کنیم.

**نکته:** برای تبدیل کسر ساده به کسر مسلسل، کافی است عکس روش محاسبه کسر مسلسل عمل کنیم. به این ترتیب که ابتدا کسر را به صورت عدد

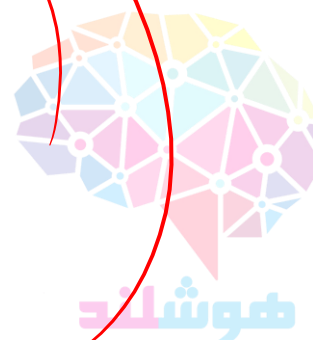
مخلوط می‌نویسیم و سپس از تساوی  $\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}}$  استفاده می‌کنیم.

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$



## کسر مسلسل نامتناهی:

در کسره‌های مسلسل نامتناهی، معمولاً ساختار عبارت مجدداً درون آن ظاهر می‌شود. در این سؤالات با جای‌گذاری مناسب، مسئله را به شکل ساده‌تری تبدیل کرده و سپس حاصل عبارت را به دست می‌آوریم.

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

A

$$A = \frac{1}{1 + A}$$

$$1 = A + A^2$$



هوشلند

مرتضی طاهری

کسر تلسکوپی

$$\frac{b-a}{a \times b} = \frac{b}{a \times b} - \frac{a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

**حالت اول:** اگر مخرج یک کسر، حاصل ضرب دو عدد و صورت آن تفاضل همان دو عدد باشد، برای تبدیل آن به دو کسر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\frac{5}{66} = \frac{5}{6 \times 11} = \frac{11-6}{6 \times 11} = \frac{1}{6} - \frac{1}{11}$$

به عنوان مثال:

**حالت دوم:** اگر مخرج یک کسر، حاصل ضرب دو عدد و صورت آن مجموع همان دو عدد باشد، برای تبدیل آن به دو کسر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{a+b}{a \times b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{2+3}{2 \times 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

به عنوان مثال:

$$\frac{1}{44} = \frac{1}{4 \times 11}$$

$$\frac{1}{44} = \frac{1}{4} \times \left( \frac{1}{4 \times 11} \right) = \frac{1}{4} \times \left( \frac{1}{4 \times 11} \right)$$

## مسائل اعداد گویا

هرگاه چند نفر با هم کاری را انجام دهند، به شرطی که نفر اول کار را در  $a$  ساعت، نفر دوم در  $b$  ساعت، نفر سوم در  $c$  ساعت و ... آن گاه کل کار در  $n$  ساعت انجام می‌شود که  $n$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots$$

کسر مساوی با کسر  $\frac{6}{7}$  نوشته ایم که مجموع صورت و مخرج آن ۳۹ است. صورت این کسر برابر با چه عددی است؟

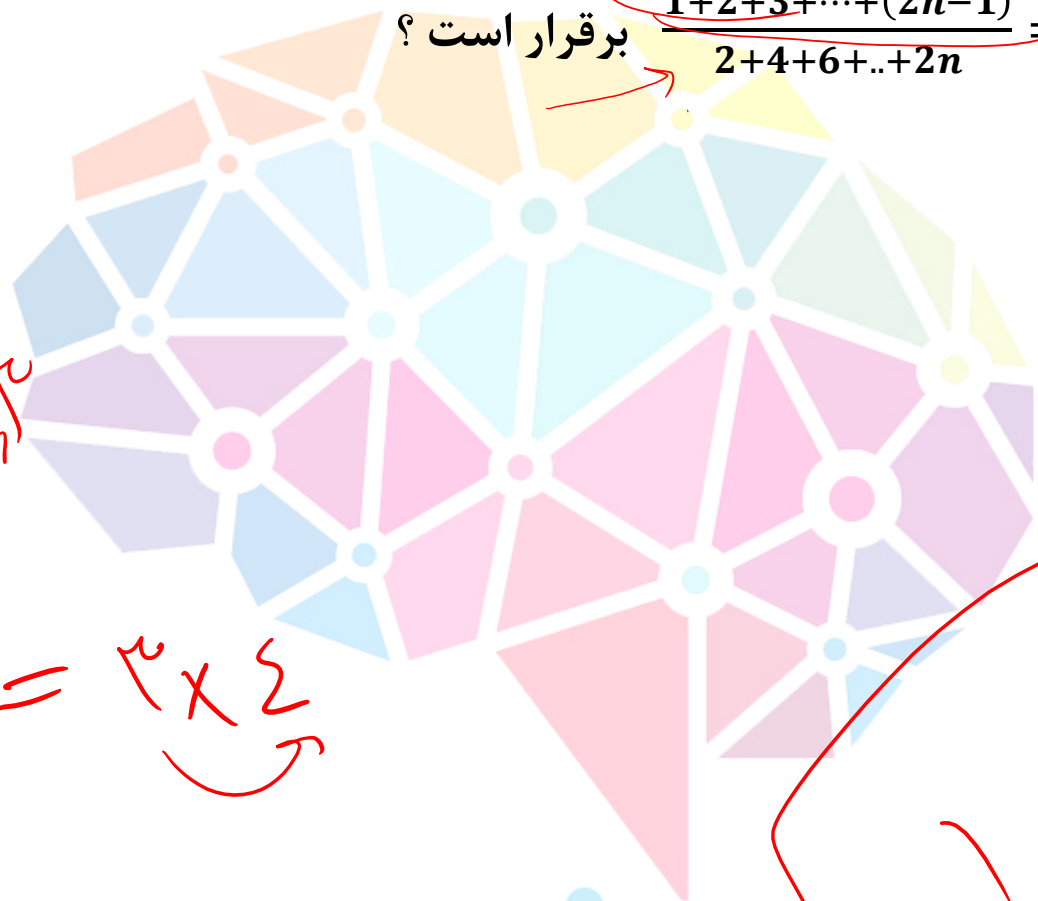
۷ (۱)      ۹ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۱ (۴)      ۲۰ (۵)

Handwritten annotations:

- $\frac{6}{7}$  is written on the left.
- An arrow labeled  $\times 2$  points from  $\frac{6}{7}$  to the circled number 18.
- An arrow labeled  $\times 3$  points from the circled number 18 to the boxed number 21.
- The number 39 is written in red below the boxed number 21.
- The number 13 is circled in red on the left.
- An arrow labeled  $\times 3$  points from the circled number 13 to the number 39.

هوشلند

به ازای کدام عدد طبیعی  $n$  ، تساوی  $\frac{1+2+3+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n} = \frac{115}{116}$  برقرار است؟



$1+2+\dots+n =$

$2+4 = 6 = 2 \times 3$

$2+4+6 = 12 = 3 \times 4$

۱۱۵

- 110
- 115
- 116
- 231

هوشلند



کسرهای به شکل  $\frac{a}{b}$  را تولید می کنیم به طوری که  $a + b = 333$  باشد. چند تا از این کسرها کوچک تر از یک هستند و ساده شدنی نیستند؟

$$\frac{1}{332}$$

$$\frac{2}{331}$$

~~$$\frac{3}{330}$$~~

$$\frac{4}{329}$$

$$\frac{8}{325}$$

~~$$\frac{9}{324}$$~~

$$\frac{144}{147}$$



عدد صحیح  $x$  را طوری پیدا کنید که: ؟

$$\frac{-8}{213} < \frac{1}{x} < \frac{-3}{77}$$

$x < 213$

$$\frac{-24}{429}$$

$x > 77$

$$\frac{-24}{414}$$

$$\frac{-24}{438}$$

$$\frac{-24}{457} < \dots < \frac{-24}{417}$$

$$\frac{-24}{424}$$

$$\frac{1}{24}$$



دنباله ی فیبوناچی را در نظر بگیرید  $f_1 = 1, f_2 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$

۱ و ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۸ و ۱۳ و ۲۱ و ۳۴ و ۵۵ و ...

حاصل جمع  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{3}{5 \times 8} + \dots + \frac{f_{98}}{f_{99} \times f_{100}}$  را پیدا کنید.

Handwritten solution showing the telescoping series:

$$\left(\frac{1}{1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{f_{99}} - \frac{1}{f_{100}}$$

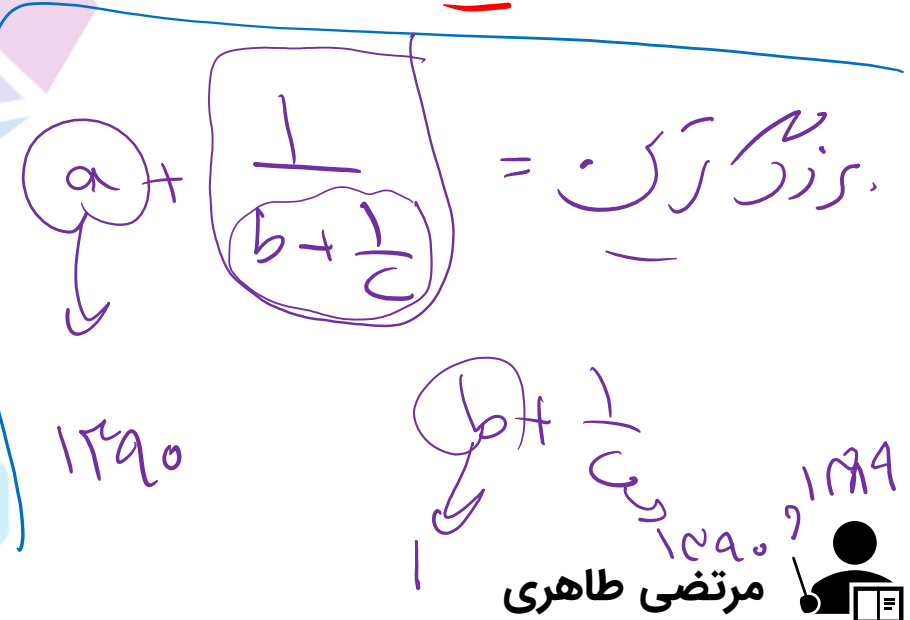
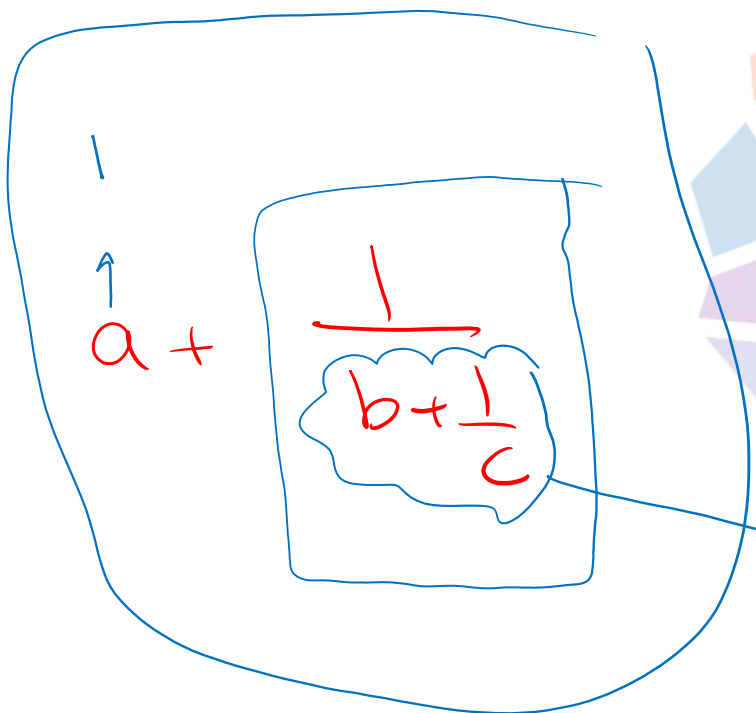
The final result is circled in blue:  $1 - \frac{1}{f_{100}}$



فرض کنید اعداد  $a$ ،  $b$  و  $c$  اعداد طبیعی و کوچک تر از ۱۳۹۱ باشند. در این صورت بزرگ ترین و کوچک ترین

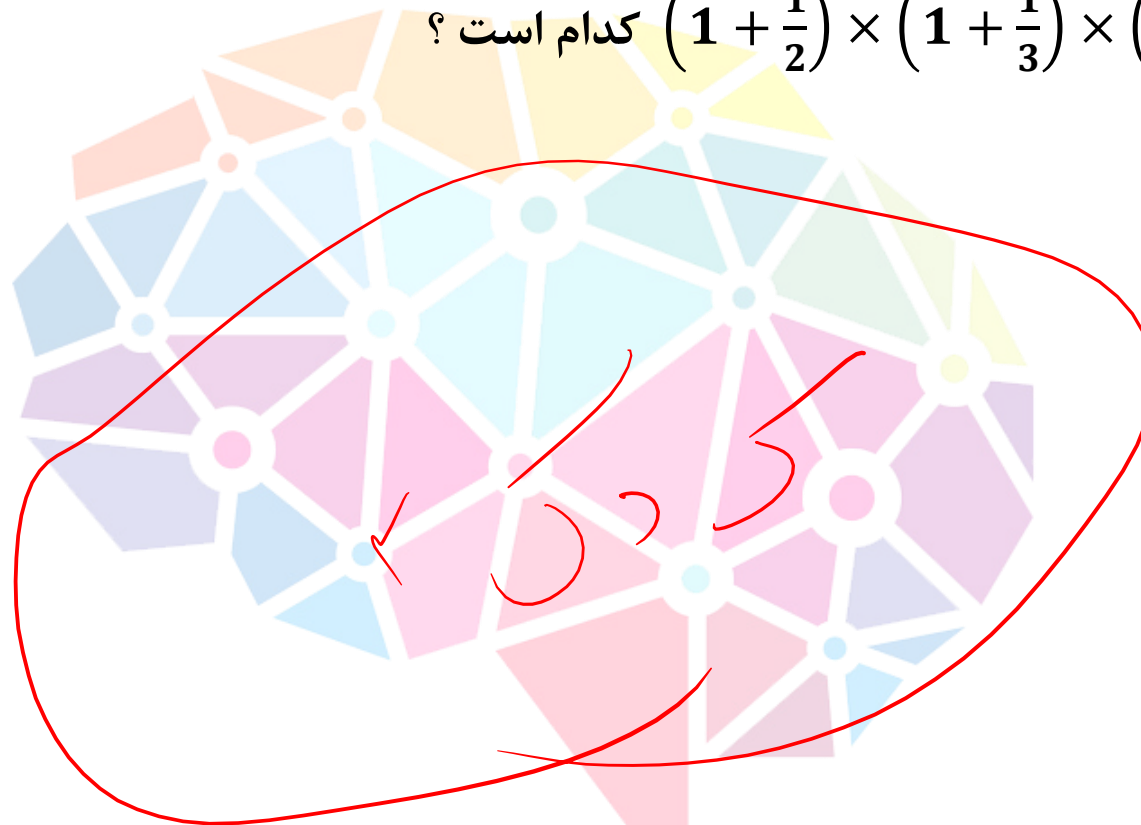
مقدار عبارت  $\frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$  را پیدا کنید؟

بزرگ ترین



مرتضی طاهری

حاصل  $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{2003}\right)$  کدام است؟



- 2004
- 2003
- 2002
- 1002

هوشلند