



هوشلند

## زیرمجموعه

اگر تمام عضوهای مجموعه A عضو مجموعه B باشند، آن گاه می گوییم A زیرمجموعه B است و می نویسیم  $A \subset B$ . مثال:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow A \subset B$$

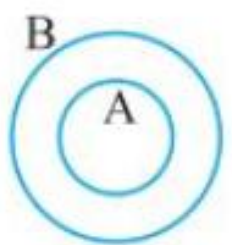
در واقع برای این که نشان دهیم A زیرمجموعه B نیست، باید عضوی در A پیدا کنیم که عضو B نباشد.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 4, 5\}$$

این یکی مثال را ببینید:

چون  $1 \in A$  ولی  $1 \notin B$  پس  $A \not\subset B$ .

اگر  $A \subset B$ ، نمودار ون این طوری رسم می شود ( $A \neq B$ ):

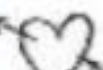


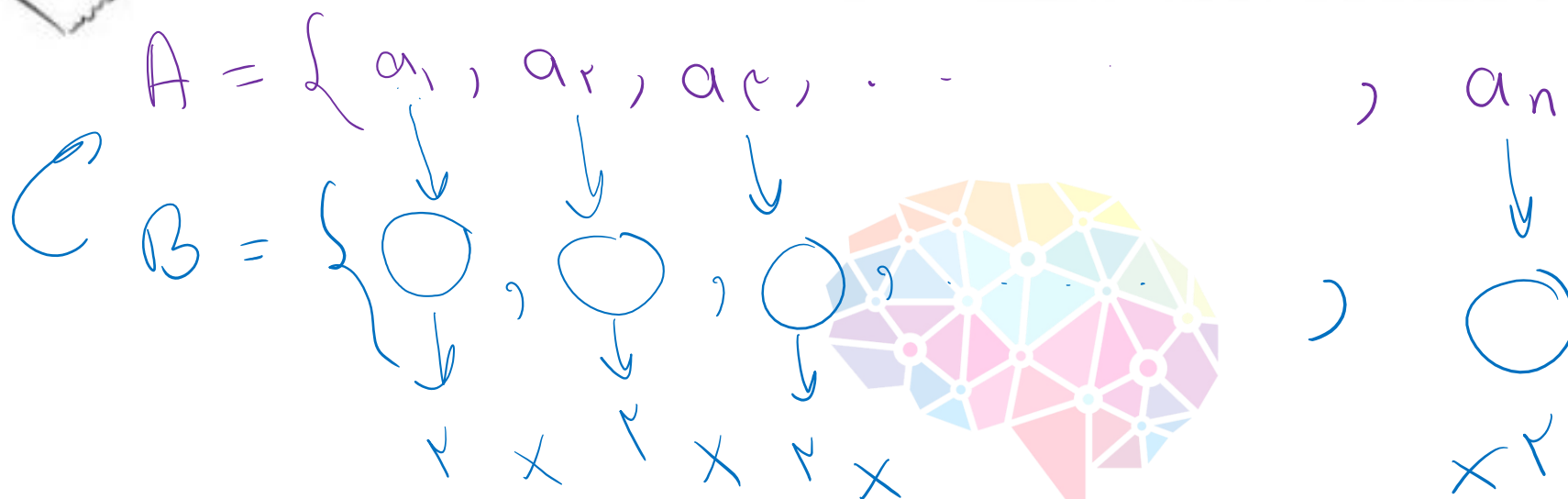
نکته واجب:

$$\emptyset \subset A \quad \left. \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{array} \right\} A \subset A$$

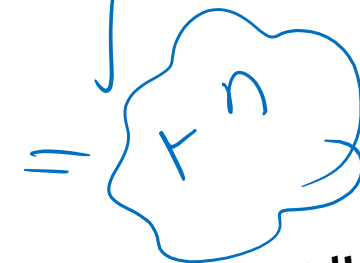
۱) برای هر مجموعه دلخواه به نام  $A$  همواره داریم:

۲) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $2^n$  است.

۳) در یک مجموعه  $n$  عضوی تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی و  $(n-k)$  عضوی برابر است. 



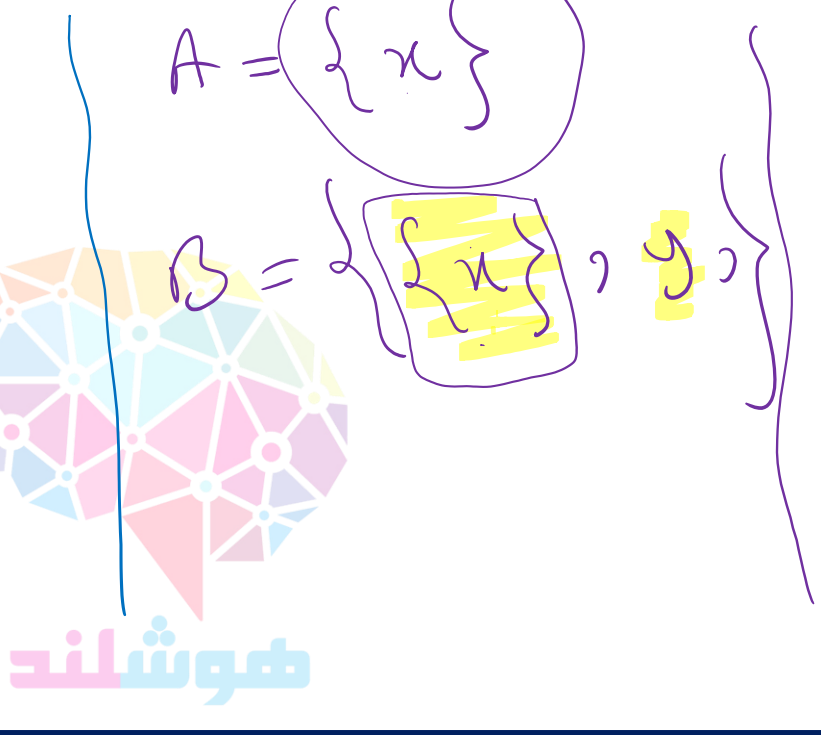
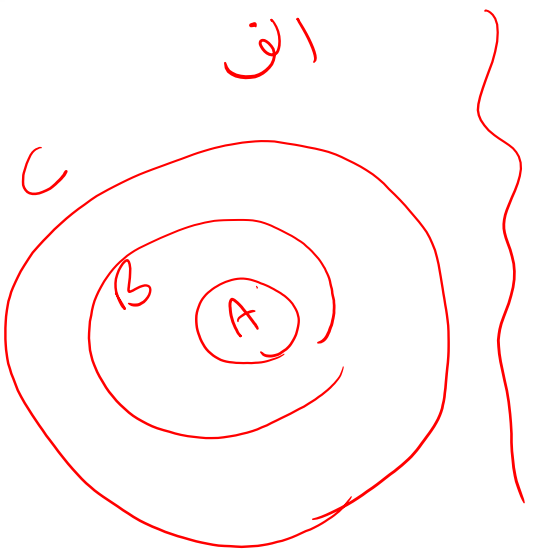
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
 وندما زیرمجموعه را بریم  
 ۱ را از زیرمجموعه بکنیم



تست: چندتا از گزاره‌های زیر درست است؟

- ✓ الف) اگر  $A \subset B$  و  $B \subset C$  آن گاه  $A \subset C$ .
- ✓ پ) اگر  $A \subset B$  و  $B \subset A$  آن گاه  $A = B$ .

- ✗ ب) اگر  $A \not\subset B$  و  $B \not\subset C$  آن گاه  $A \not\subset C$ .
- ✗ ت) اگر  $x \in A$  و  $A \in B$  آن گاه  $x \in B$ .



(تیزهوشان)

تست: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $m$  عضوی چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $m - k$  عضوی است؟

$2^k$  (۴)

$2^{m+k}$  (۳)

$k^m$  (۲)

$m^k$  (۱)

تعداد اعضا  $n =$  تعداد زیرمجموعه  $2^n$

$$\frac{2^m}{2^{m-k}} = 2^{m - (m-k)} = 2^k$$



هوش‌لند

مرتضی طاهری

**تست:** اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $k + 3$  عضو با  $10$  برابر زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $k$  عضو  $64$  است. این مجموعه

(مدارس هماهنگ)

$k$  عضو چند زیرمجموعه  $4$  عضو دارد؟

$70 (4)$

$10 (3)$

$5 (2)$

$4 (1)$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$10 \times 2^k - 2^{k+3} = 4 \Sigma$

$10 \times 2^k - 2^k \times 8 = 4 \Sigma$

$2^k \times 2 = 4 \Sigma \rightarrow 2^{k+1} = 4 \Sigma \rightarrow k+1 = 4$

$k = 3$



مرتضی طاهری

تست: مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد که جمع عضوهای آن برابر ۱۵ باشد و عدد ۴ عضو آن باشد؟ (تیزهوشان)

- (۴) چنین مجموعه‌ای وجود ندارد.      ۲ (۳)      ۳ (۲) ✓      ۴ (۱)

$A \in B$   
 $1 \notin B$   
 $B = \{ \{1, 2, 3\}, 4 \}$  ،  $A = \{1, 2, 3\}$



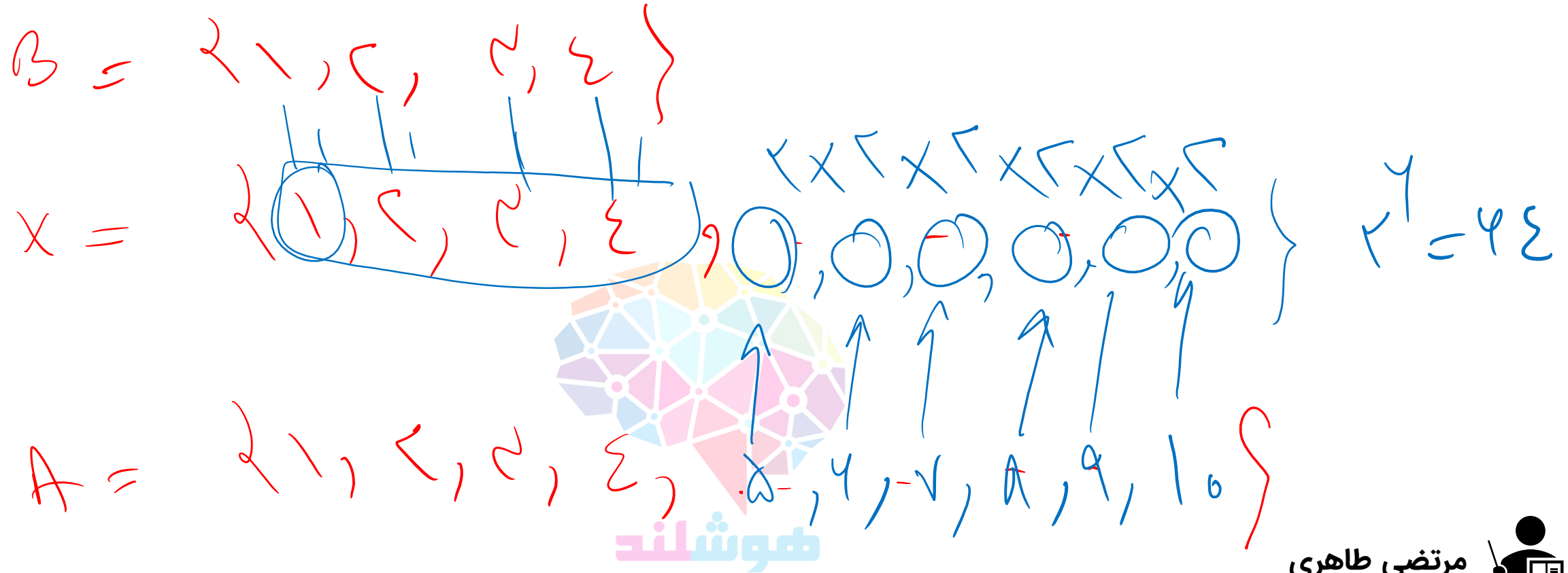
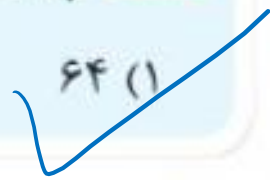
تست: چند مجموعه مانند  $X$  می توان یافت، به طوری که اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  باشند، داشته باشیم  $B \subset X \subset A$  ؟

۸ (۴)

۱۶ (۳)

۳۲ (۲)

۶۴ (۱)





نکته تکمیلی: تعداد زیرمجموعه‌های  $k$  عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$  است  $(k! = 1 \times 2 \times \dots \times k)$ .

تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی یک مجموعه ۵ عضوی

$$\frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 10$$



هوش‌لند

تست: مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد که هر یک شامل عضو  $a$  باشد؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

$B = \{a, \text{○}, \text{□}\}$

تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی از  $B$  که  $a$  در آن‌ها نباشد

۴ عضو

$$\frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3}{2} = 18$$

$$\frac{n \times (n-1)}{2} = \text{تعداد ۲ عضوی ها}$$



**نکته تکمیلی:** مجموعه تمام زیرمجموعه‌های  $A$  را  $P(A)$  می‌نامند و به آن مجموعه توانی  $A$  می‌گویند. اگر  $A$ ،  $n$  عضو داشته باشد  $P(A)$ ،  $2^n$  عضو و  $2^{(2^n)}$  زیرمجموعه دارد.

$$A = \{1, 2\}$$

$$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} = P(A)$$

مجموعه  $A = \{-1, -2, -1, 2x, y+1, z\}$  دارای ۸ زیرمجموعه است. آن گاه حداقل مقدار  $x + y + z$  کدام است؟

$-1$  (۴)       $-1$  (۳)       $-2$  (۲)       $1$  (۱)

$\mu = A$

$z = -1$

$2x = -2 \rightarrow x = -1$

$y+1 = -1 \rightarrow y = -2$

مجموعه  $A$  ۳ عضو است.

$2x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$z = -2$

$y+1 = -1 \rightarrow y = -2$



مجموعه  $\{\{1, a\}, \{b, 2, c\}, \{2, c\}\}$  دو زیرمجموعه دارد. حاصل  $a + b + 2c$  چند است؟

(۱) ۶ یا ۵-

(۲) ۵ یا ۵-

(۳) ۵ یا ۶-

(۴) ۶ یا ۵



هوش‌شاند

اگر  $A = \{a, \{1, 2a + b\}\}$  زیرمجموعه  $B = \{3, 2a + 1, \{-a, 0\}\}$  باشد،  $b$  کدام است؟

(۴) -۹

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۶



هوش‌شاند

اگر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه، مربع (مجذور) تعداد اعضای آن باشد، تعداد اعضای آن مجموعه چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



هوش‌شاند