



استاد وحید اسدی کیا



نمبرین: ۹۶ تا ۱۲۳

۱۰۵. A یک مجموعه‌ی ۶ عضوی است که جمع عضوهای آن، ۴۰ است. مجموع همه‌ی عضوهای



زیرمجموعه‌های A چه قدر است؟ (تیزهوشان + آزمون ورودی)

۹۱۰ (۴)

۱۰۲۰ (۳)

۱۲۸۰ (۲)

۱۳۲۰ (۱)

$32 \times 40 = 1280$

هر عضو ۳۲ = ۴-۱ بار تکراری شود.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$\{1\} + \{2\} + \{3\} + \{4\} + \{1,2\} + \{1,3\} + \{1,4\} + \{2,3\} + \{2,4\} + \{3,4\} + \{1,2,3\} + \{1,2,4\} + \{1,3,4\} + \{2,3,4\} + \{1,2,3,4\}$

عدد ۱، ۲، ۳، ۴، ۱ و ۲، ۱ و ۳، ۱ و ۴، ۲ و ۳، ۲ و ۴، ۳ و ۴، ۱، ۲ و ۳، ۱، ۲ و ۴، ۱، ۳ و ۴، ۲، ۳ و ۴، ۱، ۲، ۳ و ۴، ۱، ۲، ۳، ۴



$B = \{1, 2, 3\}$

۳ عضو

$\{1\} + \{2\} + \{3\} + \{1,2\} + \{1,3\} + \{2,3\} + \{1,2,3\}$

عدد ۱، ۲، ۳ بار تکراری شود. هر عضو ۶ بار تکراری شود. $6 \times 4 = 24$

استاد وحید اسدی کیا





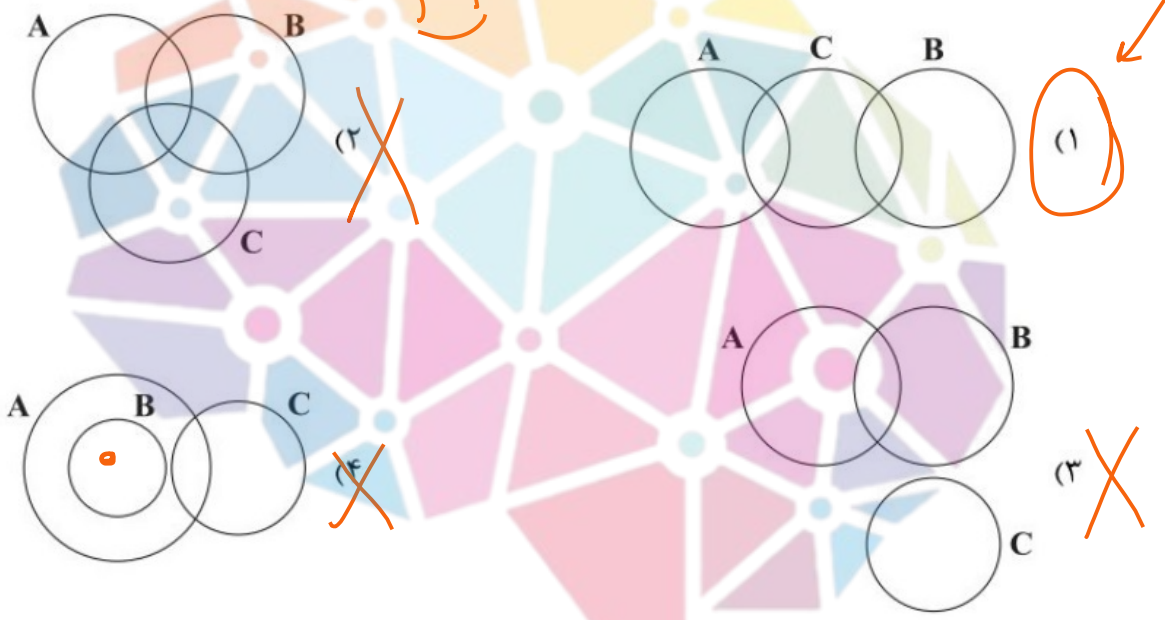
استاد وحید اسدی کیا



۱- اگر $A = \{a, b, \{a, b\}\}$ و $B = \{\{a\}, \{a, a\}, \{b\}\}$ و $C = \{1, a, 2, \{b, b, b\}, \{a, b\}\}$ باشد، کدام نمودار نمایش

این سه مجموعه را به درستی نشان می‌دهد؟

Handwritten notes:
 $A = \{a, b, \{a, b\}\}$
 $B = \{\{a\}, \{b\}\}$
 $C = \{1, a, 2, \{b\}\}$



۲- در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$ ، مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو، برابر ۱۰ می‌باشد؟

Handwritten answer: $\frac{42}{21}$ (with 42 crossed out)

9 (1) 32 (2) 40 (3)

فروتنند
 سرزمین تیزهوشان ایران

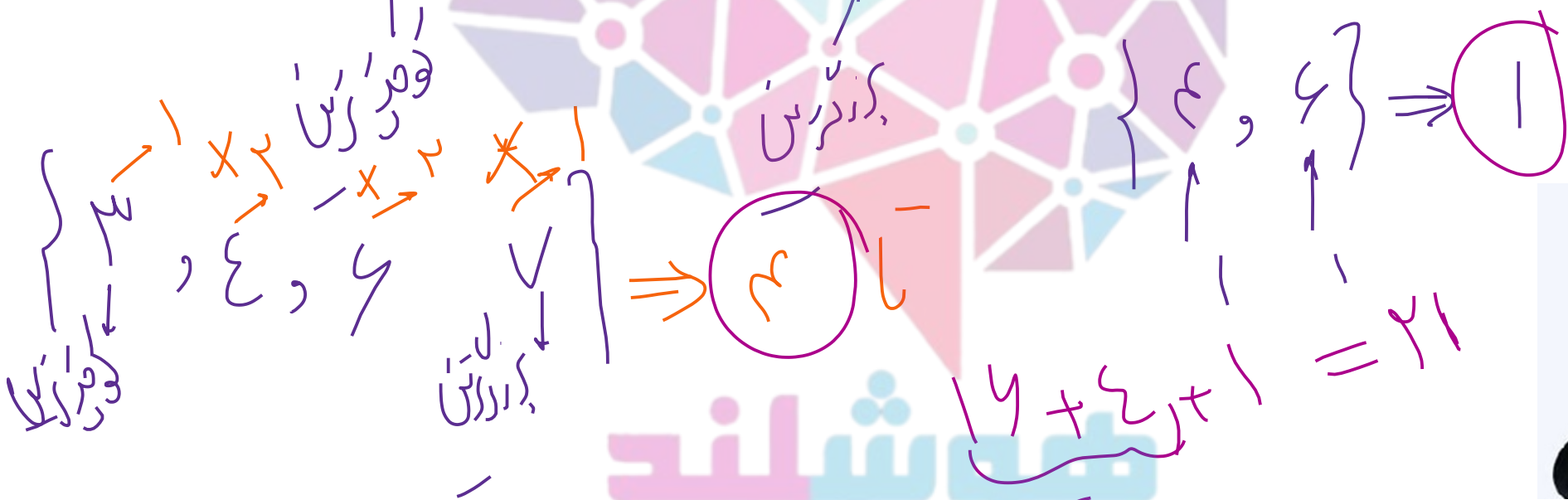
استاد وحید اسدی‌کیا





$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

مجموع کوچکترین و بزرگترین
عصنو باید ۱۰ شود



مجموعشانند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



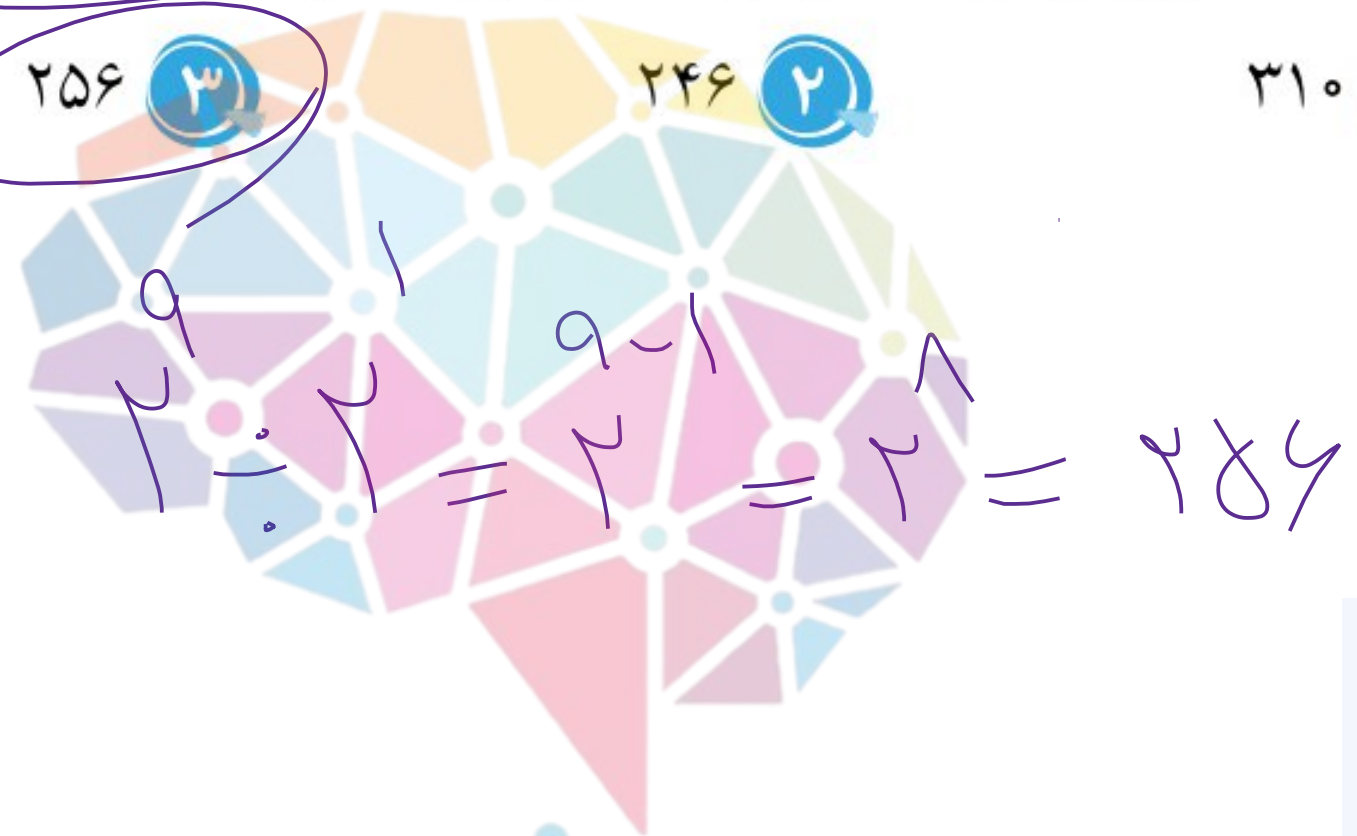
۱۲۶. تعداد زیرمجموعه‌های فرد عضوی یک مجموعه ۹ عضوی، کدام است؟ (کنکور)

۲۱۰ (۴)

۲۵۶ (۳)

۲۴۶ (۲)

۳۱۰ (۱)



هوش‌سلند
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا



تعداد کل زیر مجموعه‌ها و عضو $1 + 10 + 5 = 16$ → تعداد کل زیر مجموعه‌ها و عضو را بنویسید

همه‌کاره مجموعه‌ها $\{5\} \rightarrow \{5, 3, 2\}$ → $5, 4, 3, 2, 1$ را بنویسید

تعداد کل زیر مجموعه‌ها: $\{1\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$

تعداد کل زیر مجموعه‌ها دو عضو: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}$

تعداد کل زیر مجموعه‌ها سه عضو: $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$

تعداد کل زیر مجموعه‌ها چهار عضو: $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 5\}$

تعداد کل زیر مجموعه‌ها پنج عضو: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

تعداد زیر مجموعه‌های n عضوی با تعداد زیر مجموعه‌های $n-1$ عضوی برابر است

تعداد زیر مجموعه‌های 5 عضوی: $5 + 4 = 9$

تعداد زیر مجموعه‌های 4 عضوی: $1 + 4 = 5$

تعداد زیر مجموعه‌های 3 عضوی: $2 + 3 = 5$



نکته: هر مجموعه‌ای غیر از $\{\}$ دارای تعدادی زیر مجموعه است.
 زوج عضو و فرد عضو است.

در تعداد زیر مجموعه‌های زوج عضو یا فرد عضو هر مجموعه،
 برابر یا لطف کل زیر مجموعه‌هاست.

موانع با لطف است

$$2^n = 2^{n-1} + 2^{n-1}$$

تعداد زیر مجموعه‌های زوج 2^{n-1}

تعداد زیر مجموعه‌های فرد 2^{n-1}

تعداد زیر مجموعه‌های لطف 2^{n-1}



استاد وحید اسدی کیا



۱۲۵. اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی و ۴ عضوی مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ چه قدر است؟



$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times (4-3)!} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! \times (4-4)!} = \frac{4!}{4! \times 1!} = 1$$

$$20 - 15 = 5$$



استاد وحید اسدی کیا



مطرباشند
سرزمین تیزهوشان ایران



نکته: تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

سؤال: تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی چندتا است؟

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \cdot (7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4 \times 3 \times 2 \times 1}}{\cancel{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \cancel{3 \times 2 \times 1}} = 35$$



استاد وحید اسدی کیا





مسئله ضام با کمال نون
 $1 = 2^0$
 $1 + 1 = 2^1$

$1 + 1 + 1 = 2^2$

$1 + 1 + 1 + 1 = 2^3$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2^4$

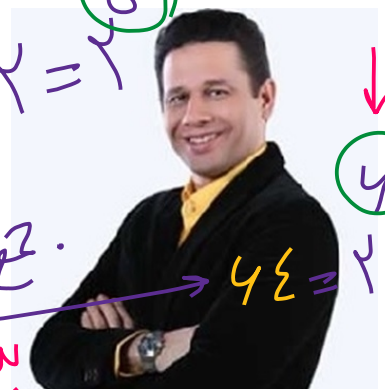
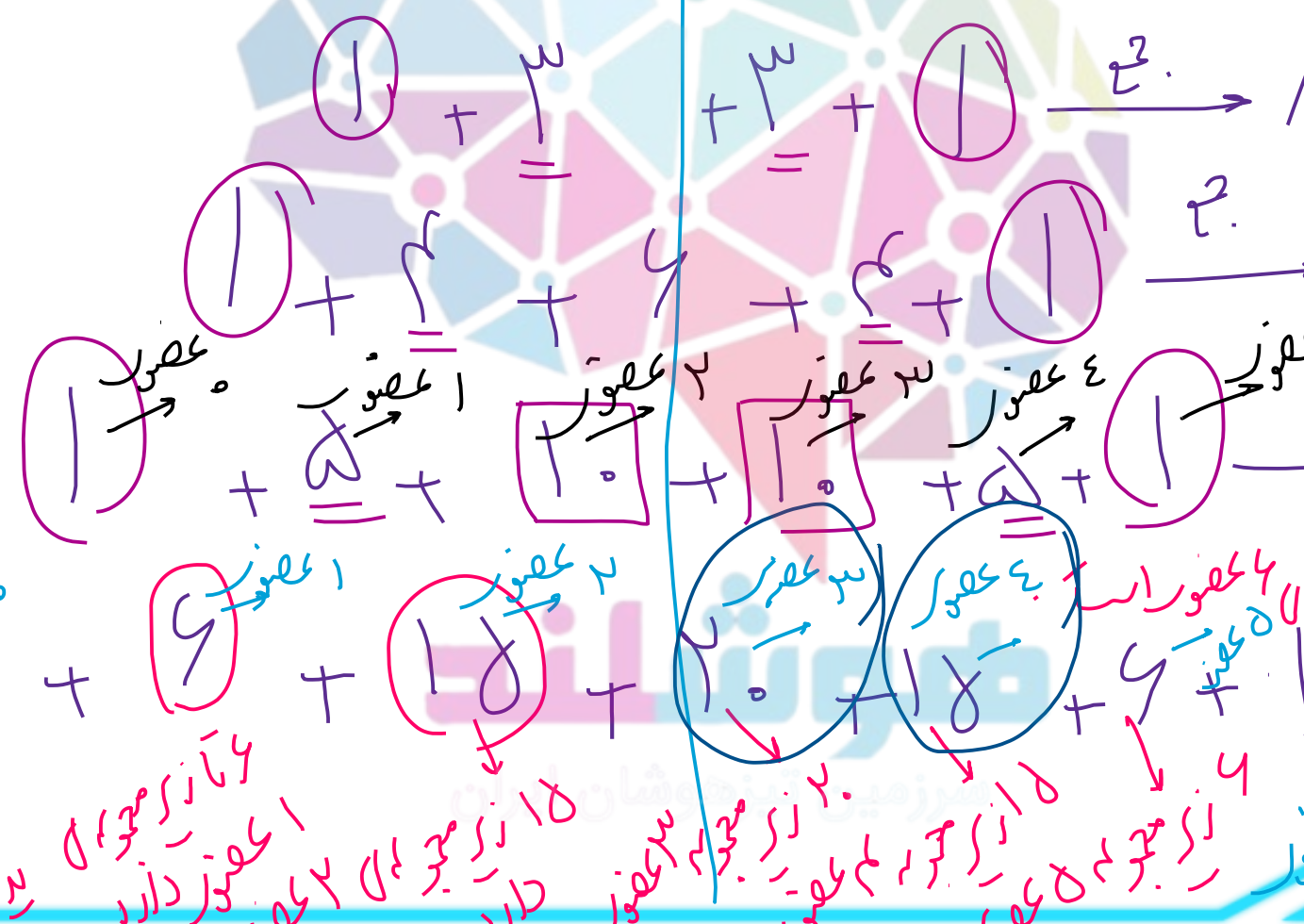
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2^5$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2^6$

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2^7$

همه کارزار مجموعه های مجموعه عصوتر

همه کارزار مجموعه های مجموعه عصوتر



استاد وحید اسدی کیا



دارد

۴ تا از مجموعه

۵ از مجموعه

۶ از مجموعه

۷ از مجموعه

۸ از مجموعه

۹ از مجموعه

تعداد زیرمجموعه‌ها (اعضای ۲) = $\frac{10 \times 9}{2} = 45$

۱۳۳. چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ حداقل ۳ عضو دارند؟

۹۲۴ (۴)

۹۶۸ (۳)

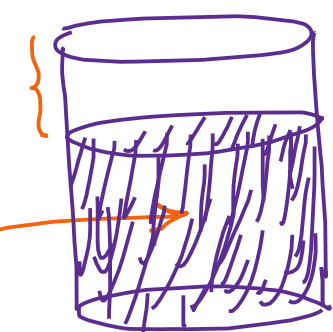
۹۶۹ (۲)

۱۰۲۴ (۱)

از مجموعه‌ها که حداقل ۳ عضو دارند با لذت ۳ عضو یا ۴ عضو یا ۵ عضو یا ... یا ۱۰ عضو باید در آنجا ...
 کل زیرمجموعه‌ها کل توان $2^{10} = 1024$
 ۱۰۲۴ - ۹۶۹ = ۵۵

تعداد زیرمجموعه‌ها
 تعداد زیرمجموعه‌ها ۱ عضو + تعداد زیرمجموعه‌ها ۲ عضو
 (۱۰) → (۲)

تعداد زیرمجموعه‌های n عضوی: $\frac{n!}{(n-k)!k!}$
 بدون (۲)



$$\begin{array}{r} 1024 \\ - 969 \\ \hline 55 \end{array}$$

استاد وحید اسدی کیا

پس در آنجا فقط $1 + 10 + 45 = 56$

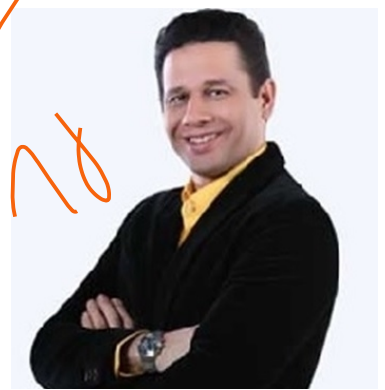
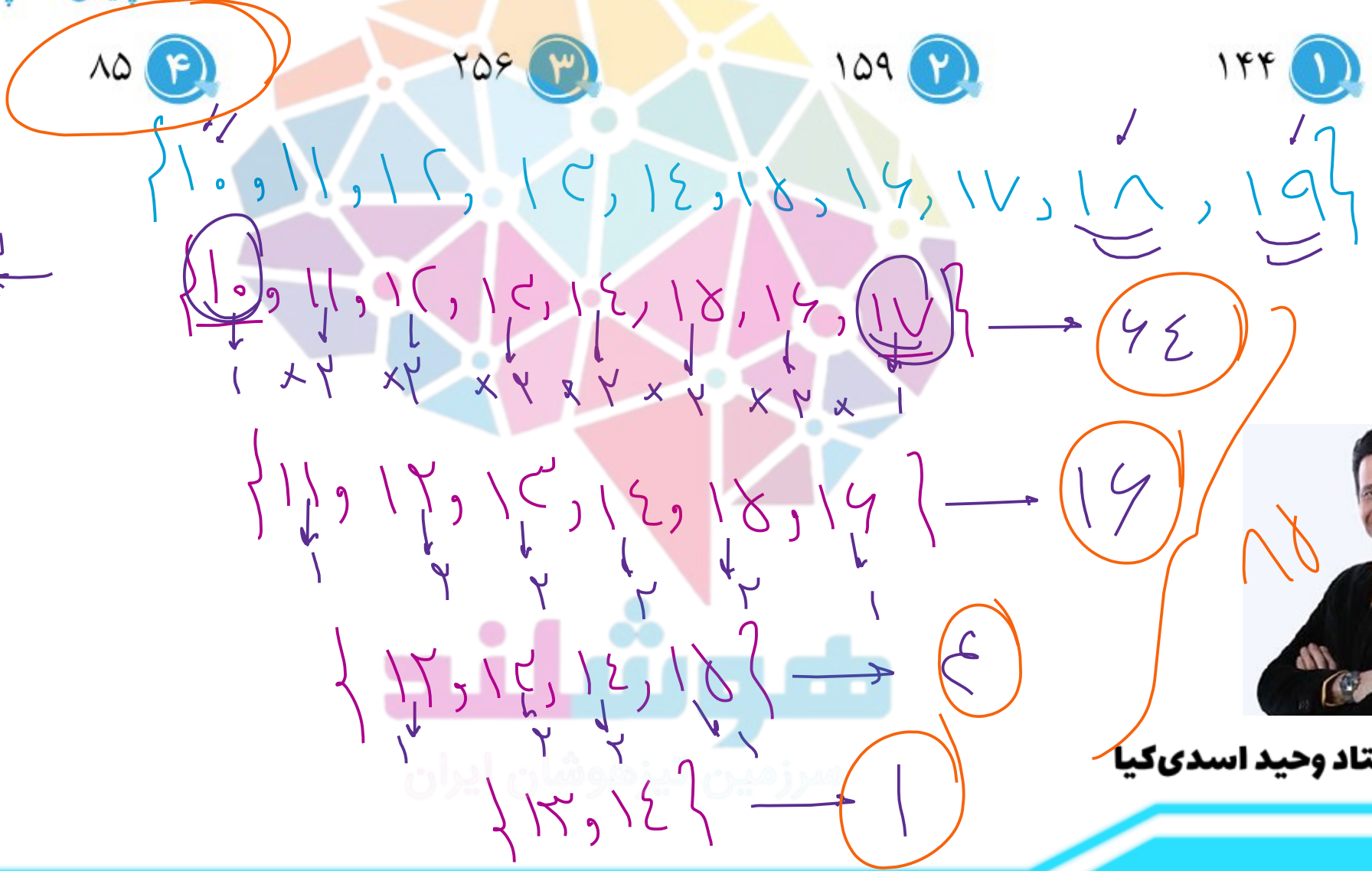
قسمت خالی توان

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times (10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 1 \times 8!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

۱۳۷. در چند زیرمجموعه از $A = \{10, 11, \dots, 19\}$ ، مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو ۲۷ خواهد بود؟

(آزمون پایش سمپاد + المپیاد ریاضی)

از لول اول
از لول دوم
از لول سوم
از لول چهارم
از لول پنجم
از لول ششم
از لول هفتم
از لول هشتم
از لول نهم
از لول دهم
از لول یازدهم
از لول چهاردهم
از لول پانزدهم
از لول شانزدهم
از لول هجدهم
از لول نوزدهم



استاد وحید اسدی کیا

