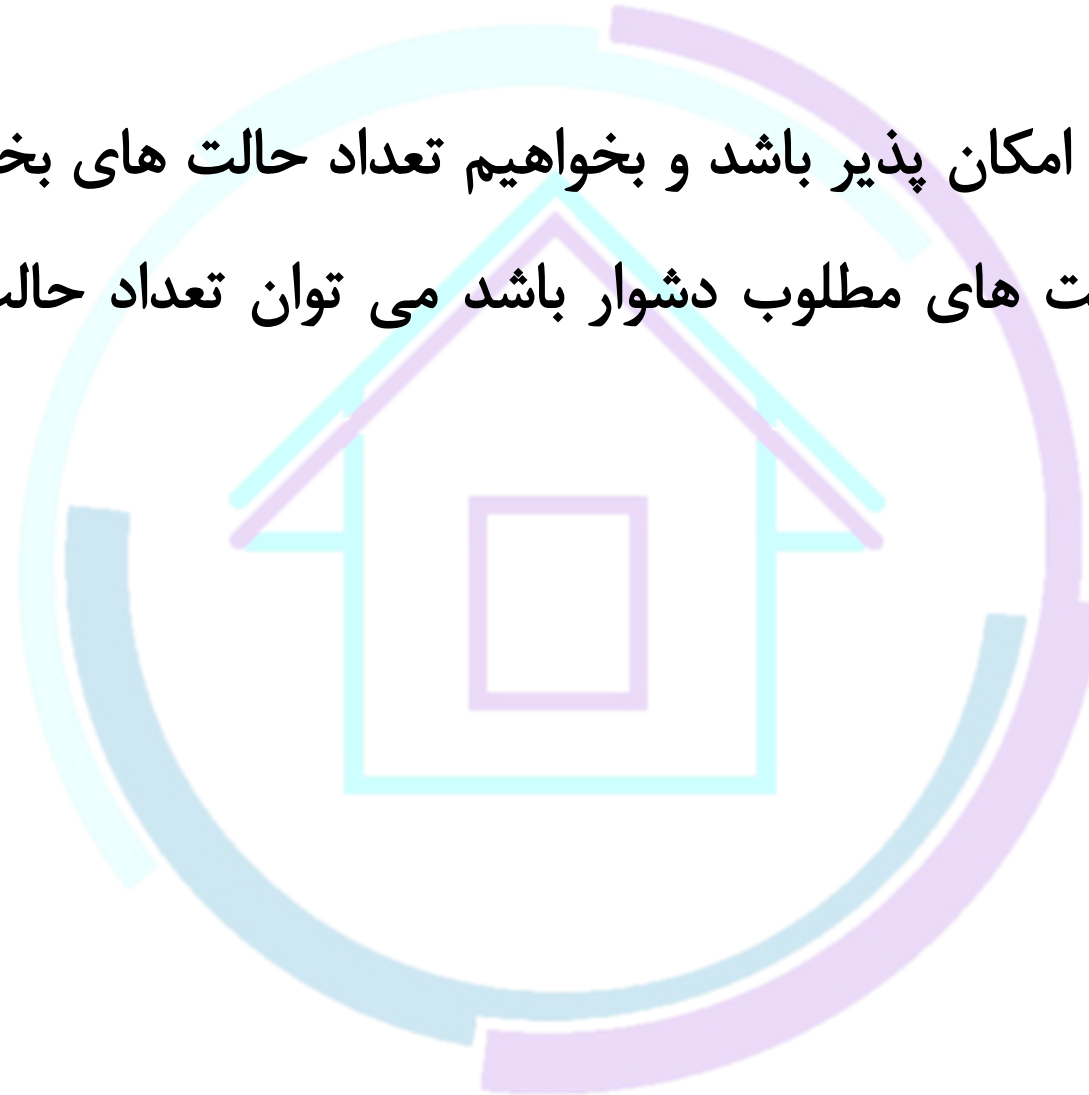
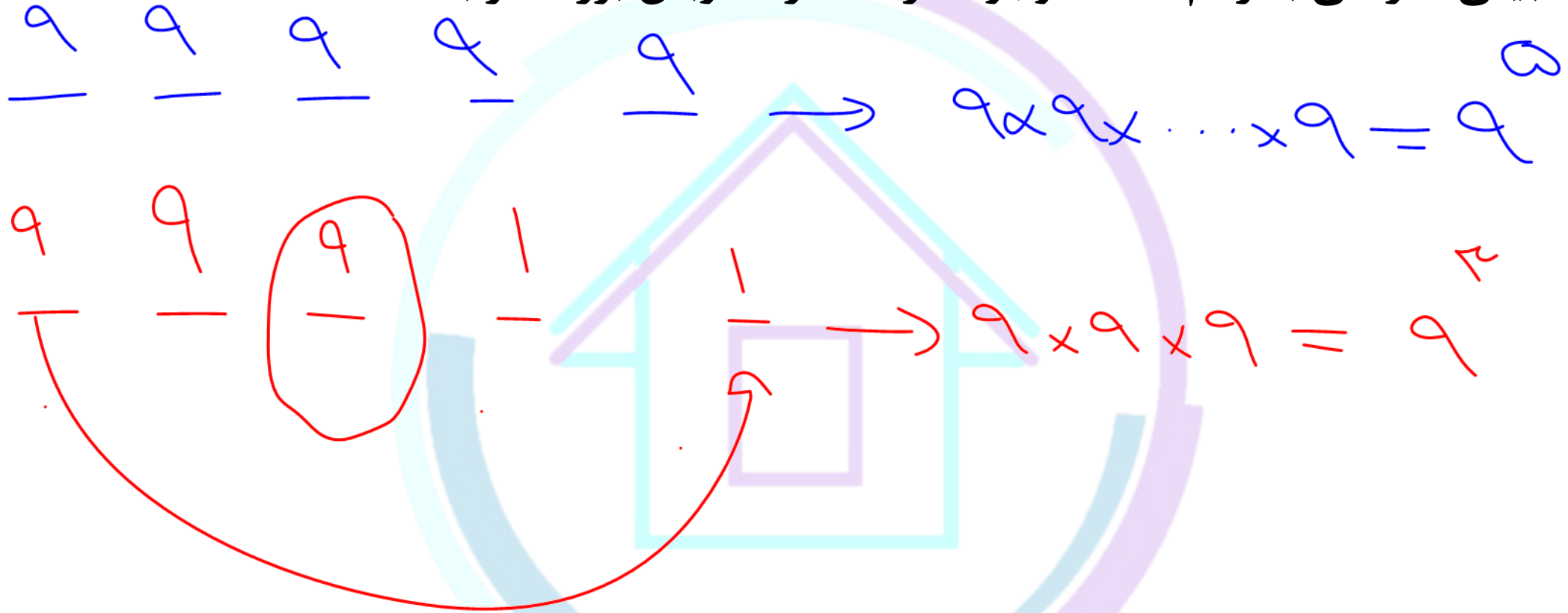


اصل متمم

هرگاه انجام کاری به چند طریق امکان پذیر باشد و بخواهیم تعداد حالت های بخشی از آنرا محاسبه کنیم و دست آوردن مستقیم تعداد حالت های مطلوب دشوار باشد می توان تعداد حالت های کل کار را از تعداد حالت های نامطلوب کم کرد .



چند عدد طبیعی ۵ رقمی با ارقام ۱ تا ۹ وجود دارد که از مقلوبش بزرگ تر باشد؟

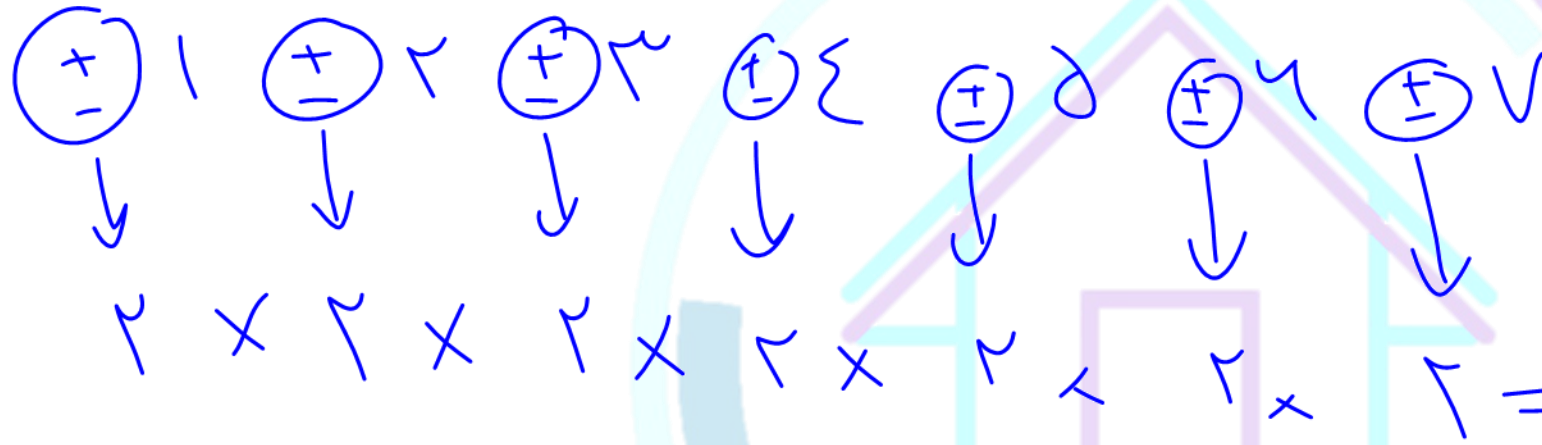


$$\begin{array}{r} 9^5 - 9^4 \\ \hline 2 \end{array}$$

اعداد ۵، ۴، ۳، ۲، ۱
از نعلبند فورمولون
زیرترن.

۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۵	۴	۳	۲	۱

به چند حالت می توان در عبارت $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm 5 \pm 6 \pm 7$ علامت های + و - را تعیین کرد به طوری که حاصل عبارت عددی مثبت باشد ؟



کل حالات

$$2^7 = 128$$

$$1 + 2 + \dots + 7 = \frac{7 \times 8}{2} = 28$$

7	1 2 4	7	1 4	7	2 5	7	3 4
3 5 6	2 3 4 5	1 3 4 5	1 2 5 6				

۱ حالت علامت گذاری
 ۱۲۷ حالت بواب صفره

$$128 - 1 = 127$$

تعداد علائم \pm اری‌هایی که
جواب - یعنی منفی شود

$$\frac{120}{2} = 60$$

$$+1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$$

$$-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7$$

$$-1 - 2 - 3 + 4 + 5 + 6 + 7$$

$$+1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 - 7$$

جایگشت

قرار دادن چند شی متمایز در یک ردیف

تعداد جایگشت های n شی متمایز برابر است با $n!$

$\left\{ \begin{array}{l} A \quad B \quad C \\ A \quad C \quad B \\ B \quad C \quad A \\ B \quad A \quad C \\ C \quad A \quad B \\ C \quad B \quad A \end{array} \right.$

$$\begin{array}{ccccccc} \delta & \varepsilon & \mu & \tau & 1 & \rightarrow & \delta \times \varepsilon \times \mu \times \tau \times 1 = \delta! \end{array}$$

$$n \times n-1 \times n-2$$

$$n \times (n-1) \times \dots \times 1 = n!$$

چند جایگشت از حروف کلمه table با حرف t شروع می شوند؟

۱

۳!

حرف اول باید t باشد

۳ حرف با بزرگ کنارش

۳!

چند جایگشت از حروف کلمه *mobile* به حرف صدادار ختم می شوند؟

الف



در چند جایگشت از حروف کلمه *logarithm* عبارت *log* وجود دارد؟

L o g



در چند جایگشت از حروف کلمه *triangle* حروف صدادار مجاورند؟



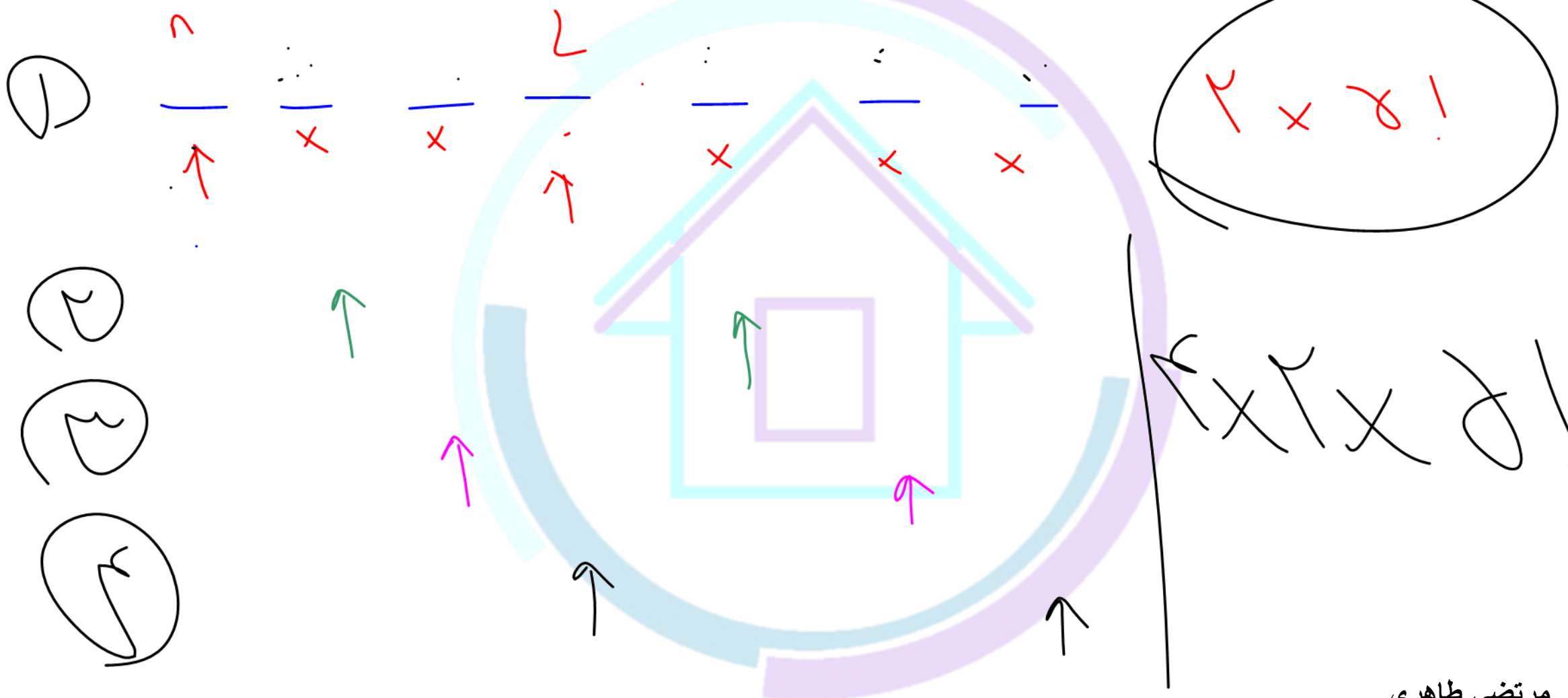
در چند جایگشت از حروف کلمه *international* حروف مشابه کنار یکدیگر قرار دارند؟



در چند جایگشت از حروف کلمه *profiles* هر حرف بی صدا با حرفی صدا دار مجاور است؟



در چند جایگشت از حروف کلمه *talking* بین حروف n, l دقیقا دو حرف قرار دارد؟



با استفاده از اعداد ۱ تا ۹ چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز می توان نوشت به طوری که یکی از ارقام برابر مجموع سه رقم دیگر باشد .



تمام اعداد طبیعی ۶ رقمی شامل ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و بدون رقم تکراری هستند را از کوچک به بزرگ

مرتب کرده ایم. ۴۳۶۲۵۱ چندمین عدد است؟

Handwritten solution for finding the rank of the number 436251 in the sorted list of all 6-digit numbers with distinct digits from 1 to 6.

The solution uses a step-by-step counting method:

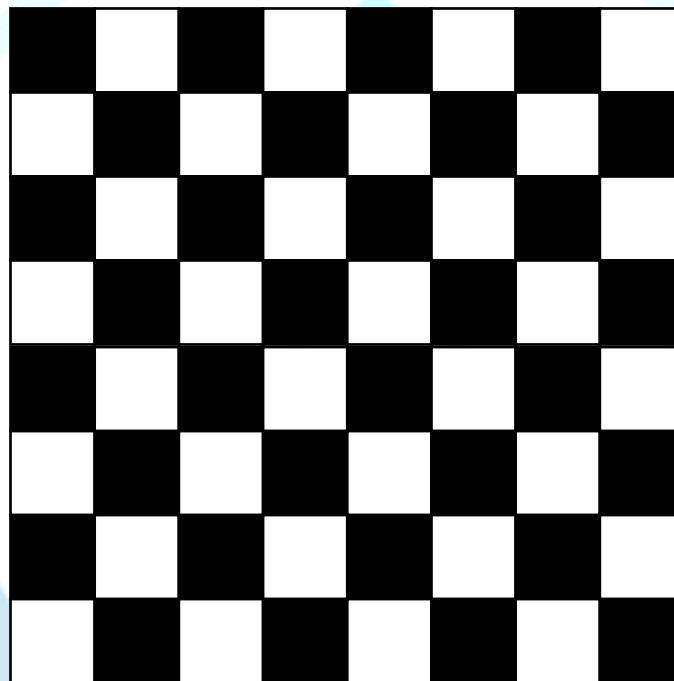
- Step 1:** Count numbers starting with 1. The remaining 5 digits can be arranged in $5! = 120$ ways.
- Step 2:** Count numbers starting with 2. The remaining 5 digits can be arranged in $5! = 120$ ways.
- Step 3:** Count numbers starting with 3. The remaining 5 digits can be arranged in $5! = 120$ ways.
- Step 4:** Count numbers starting with 4. The remaining 5 digits can be arranged in $5! = 120$ ways.
- Step 5:** For numbers starting with 4, count those starting with 2. The remaining 4 digits can be arranged in $4! = 24$ ways.
- Step 6:** For numbers starting with 4, count those starting with 3. The remaining 4 digits can be arranged in $4! = 24$ ways.
- Step 7:** For numbers starting with 4, count those starting with 5. The remaining 4 digits can be arranged in $4! = 24$ ways.
- Step 8:** For numbers starting with 4, count those starting with 6. The remaining 4 digits can be arranged in $4! = 24$ ways.
- Step 9:** For numbers starting with 4, count those starting with 1. The remaining 4 digits can be arranged in $4! = 24$ ways.

The total count of numbers less than 436251 is:

$$120 + 120 + 120 + 120 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 600$$

Since the number 436251 is the next number in the sequence, it is the 601st number.

در یک صفحه ی شطرنج $8 * 8$ به چند روش می توان 8 رخ یکسان در خانه های سیاه قرار داد که هیچ دو رخی یکدیگر را تهدید نکنند؟



به چند طریق می توان اعداد ۱ تا ۵ را در خانه های شکل زیر قرار داد ، به طوری که عدد مربوط به هر خانه از اعداد خانه های سمت راست و پایین آن خانه کوچک تر باشد ؟



در شکل روبه رو هر یک از ۶ مربع به دو خانه ی مثلثی تقسیم شده اند .
 $4! \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 می خواهیم در هر مثلث یک عدد بنویسیم ، به طوری که همه ی اعداد ۱ تا ۱۲ در جدول ظاهر شوند و

مجموع ۲ عدد نوشته شده در هر یک از این ۶ مربع با یکدیگر برابر باشند . این کار به چند طریق امکان پذیر

است ؟

۱۲	۱	۳
۱۱	۲	۲
۹	۵	۶
۸	۴	۷

$$1 + 2 + 3 + \dots + 12 = \frac{12 \times 13}{2} = 78$$

$$\frac{78}{6} = 13$$

مجموع ۲ عدد داخل هر مربع
 باید ۱۳

$$(15, 1) - (11, 2) - (10, 3) - (9, 4) - (8, 5) - (7, 6)$$

به چند طریق می توان اعداد ۱ تا ۲۵ را در خانه های جدول 5×5 زیر چید به طوری که هیچ دو عدد فردی در

خانه های مجاور هم نیامده باشند؟

۱	۲	۳	۴	۵
۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵

۱۲۱ ۱۲۱ ۱۲۱

فرد
زوج
قرار دادن
قرار دادن
۱۲
۱۳
۱۴
۱۵
۱۶
۱۷
۱۸
۱۹
۲۰
۲۱
۲۲
۲۳
۲۴
۲۵

در یک هتل ۱۳ اتاق وجود دارد که شماره ی اتاق ها از ۱ تا ۱۳ روی در اتاق و روی کلید هر در درج شده است ، ولی کلید هر اتاق یکتا نیست و همه ی کلید ها یی که تفاضل شماره ی نوشته شده روی آن ها و شماره ی اتاق بر ۳ بخش پذیر باشد ، در اتاق را باز می کنند . به چند طریق می توان کلید ها را به اتاق ها نسبت داد تا در همه ی اتاق ها قابل باز شدن باشد ؟

۱۳، ۱۰، ۷، ۴، ۱

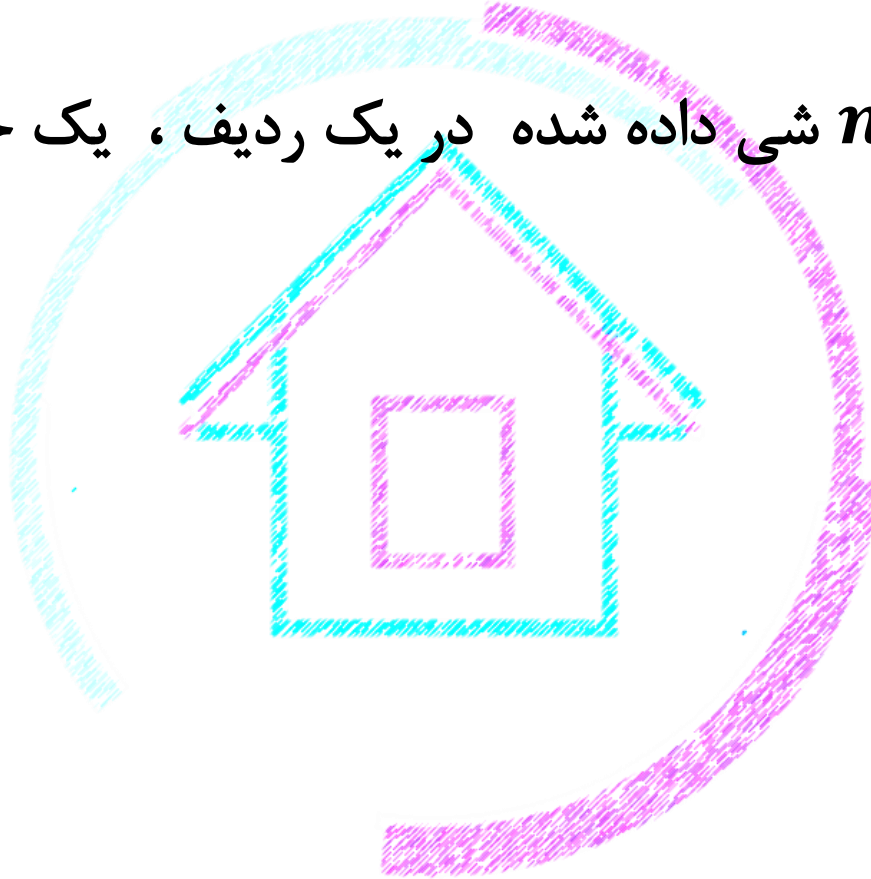
۱۲، ۹، ۶، ۳

۱۱، ۸، ۵، ۲

۱۱ × ۱۲ × ۱۳

جایگشت r شی از n شی

به هر روش قرار گرفتن r شی از n شی داده شده در یک ردیف، یک جایگشت r شی از این n شی گفته می شود.



تعداد جایگشت های r شی از n شی متمایز را با نماد $P(n,r)$ نشان می دهیم .

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$



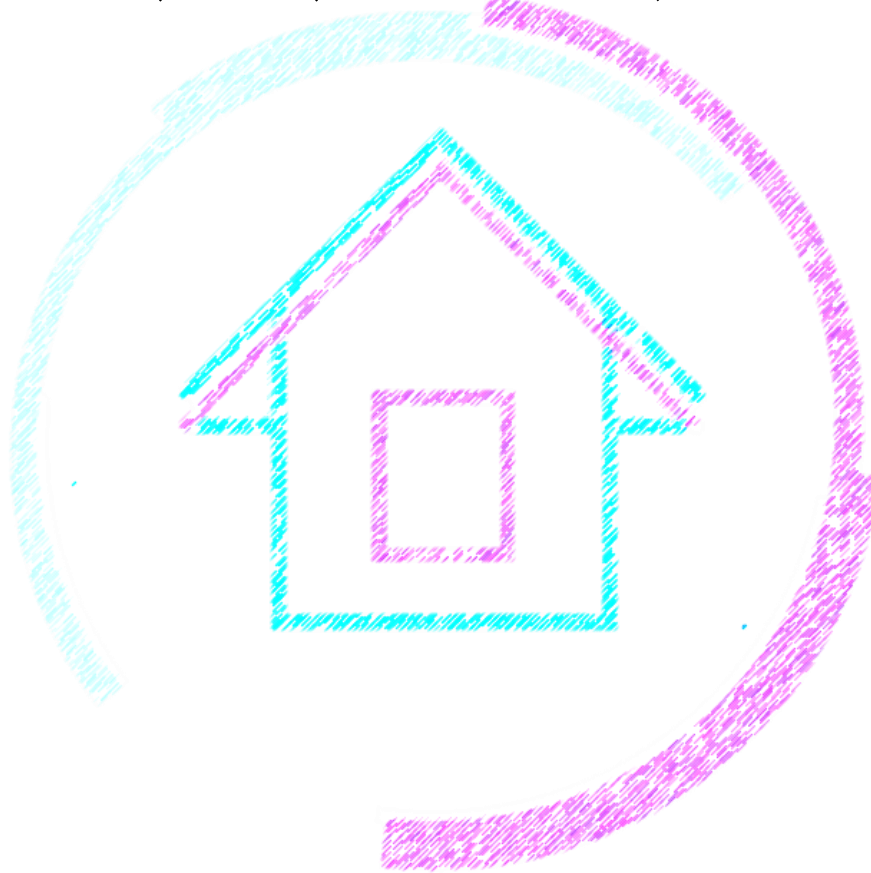
چند جایگشت ۵ حرفی از حروف کلمه *triangle* با حرف بی صدا شروع می شوند؟



در چند جایگشت ۴ حرفی از حروف کلمه *profile* حرف *f* وجود دارد؟



در چند عدد ۶ رقمی با رقم های متمایز ، رقم های اول ، دوم و سوم فردند ؟



در چند جایگشت از حروف کلمه *flexicam* هیچ دو حرف صداداری مجاور نیستند؟



به چند طریق می توان ۴ کتاب فیزیک متمایز و ۵ کتاب ریاضی متمایز را بین ۷ زن و ۵ مرد توزیع کرد که به هر نفر حداکثر یک کتاب برسد و در ضمن به هیچ مردی کتاب فیزیک نرسد؟



در چند جایگشت ۶ حرفی از حروف کلمه *triangle* هر سه حرف صدادار وجود دارند؟

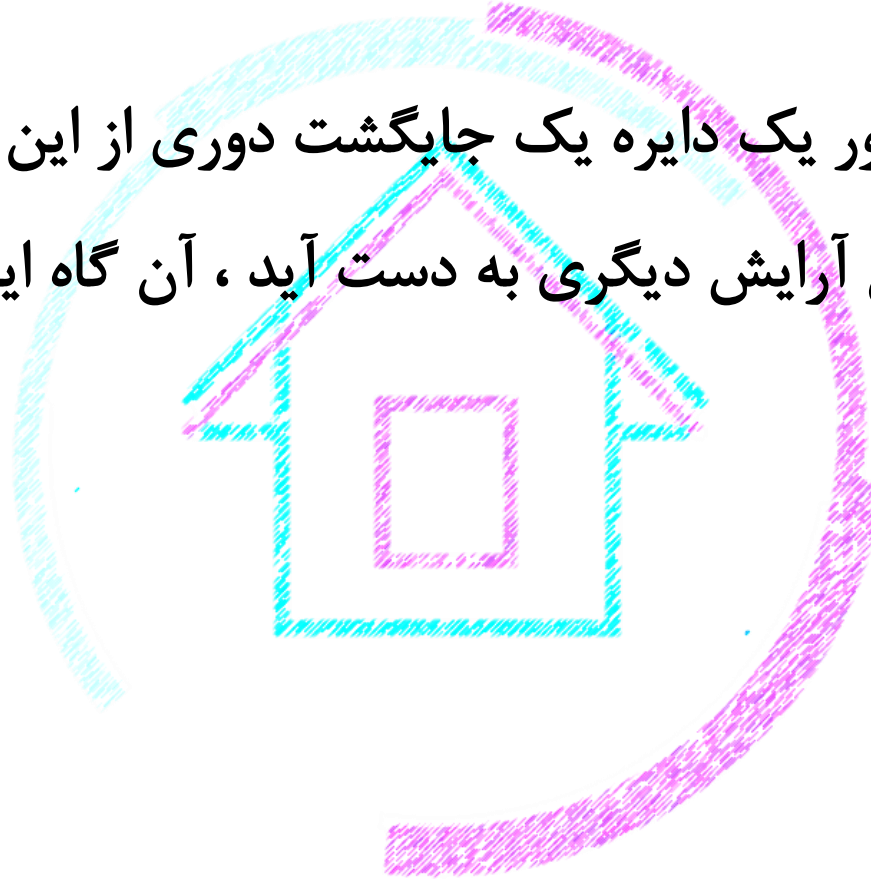


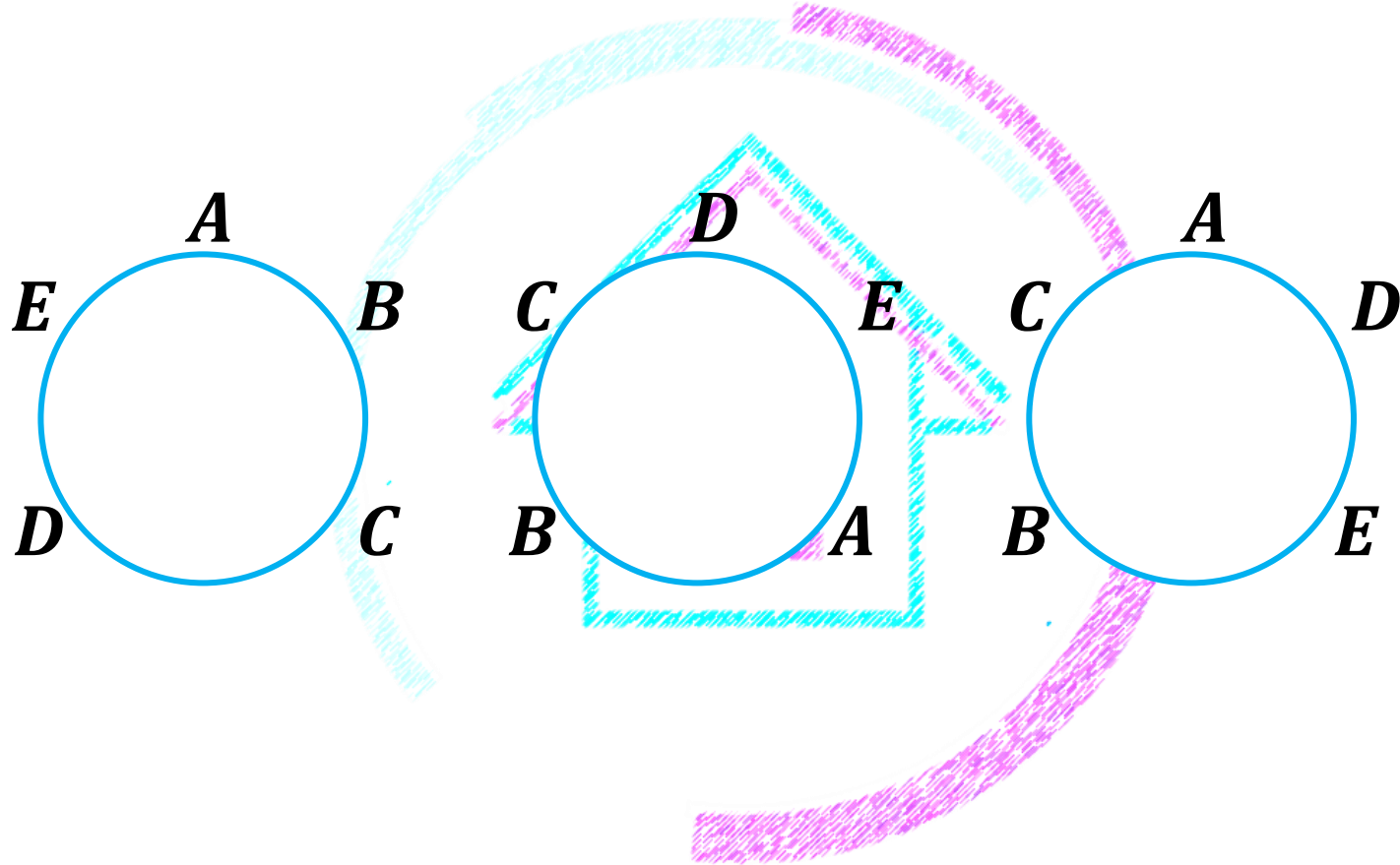
به چند طریق می توان ۵ مهره رخ متمایز را در ۵ خانه از صفحه شطرنج 8×8 قرار داد طوری که هیچ دو رخی یکدیگر را تهدید نکنند؟



جایگشت های دوری

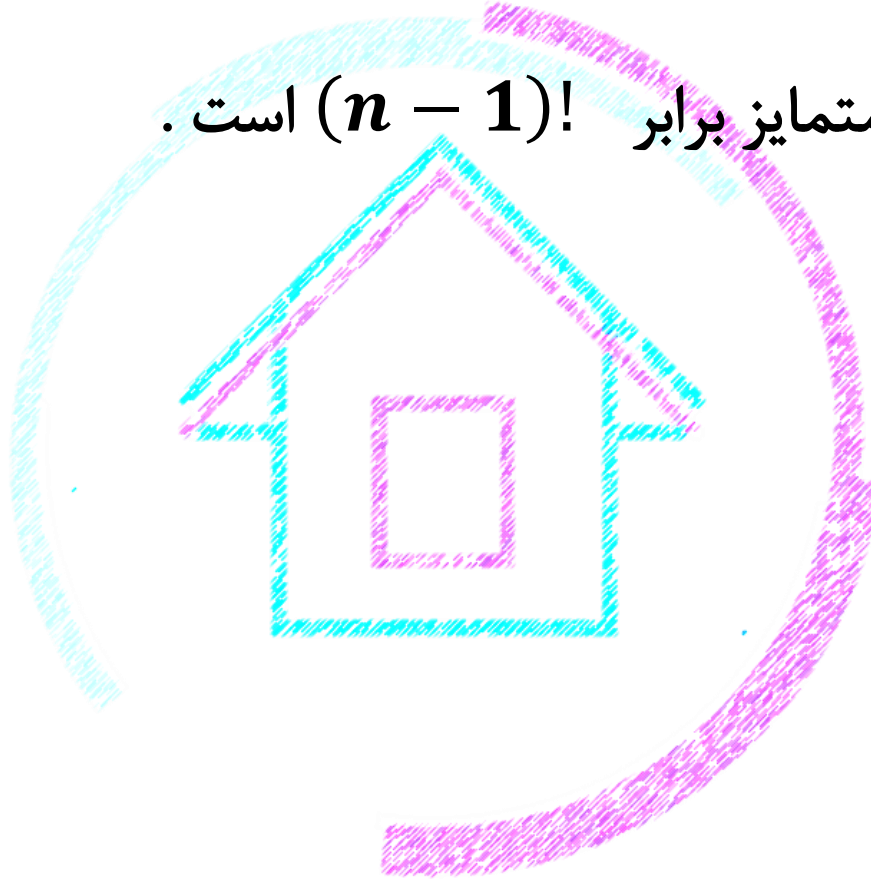
به هر روش قرار گرفتن n شی دور یک دایره یک جایگشت دوری از این n شی گفته می شود ، با این ویژگی که اگر یک آرایش از دوران آرایش دیگری به دست آید ، آن گاه این دو آرایش را هم ارز می گیریم .





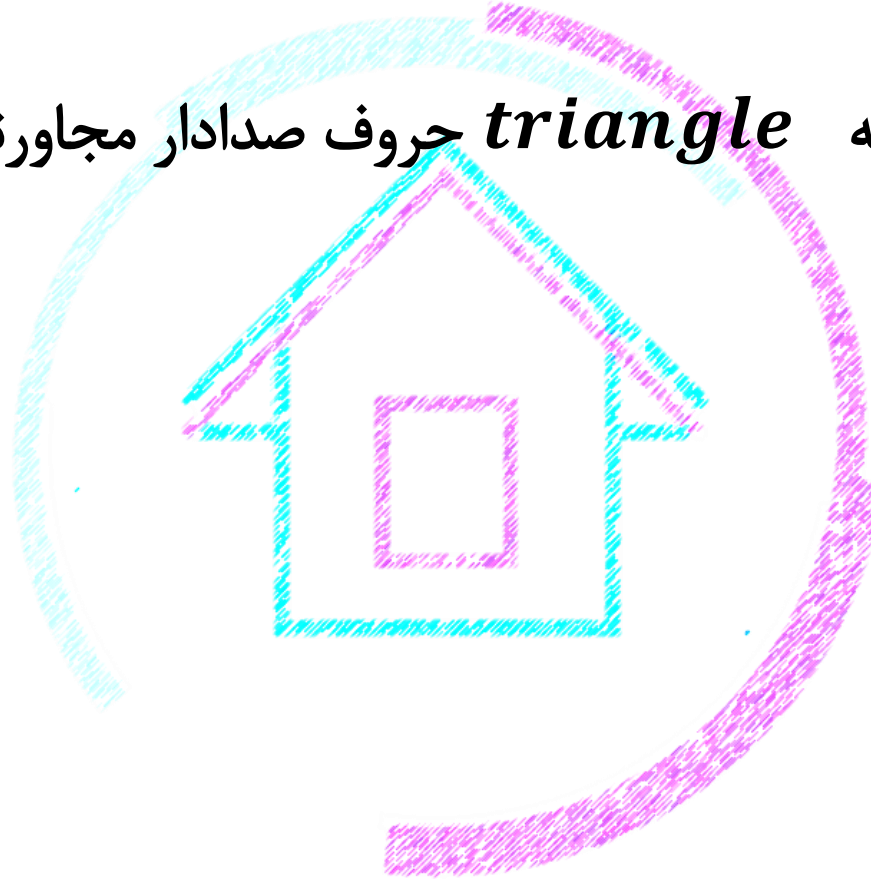
قضیه

تعداد جایگشت های دوری n شی متمایز برابر $(n - 1)!$ است.



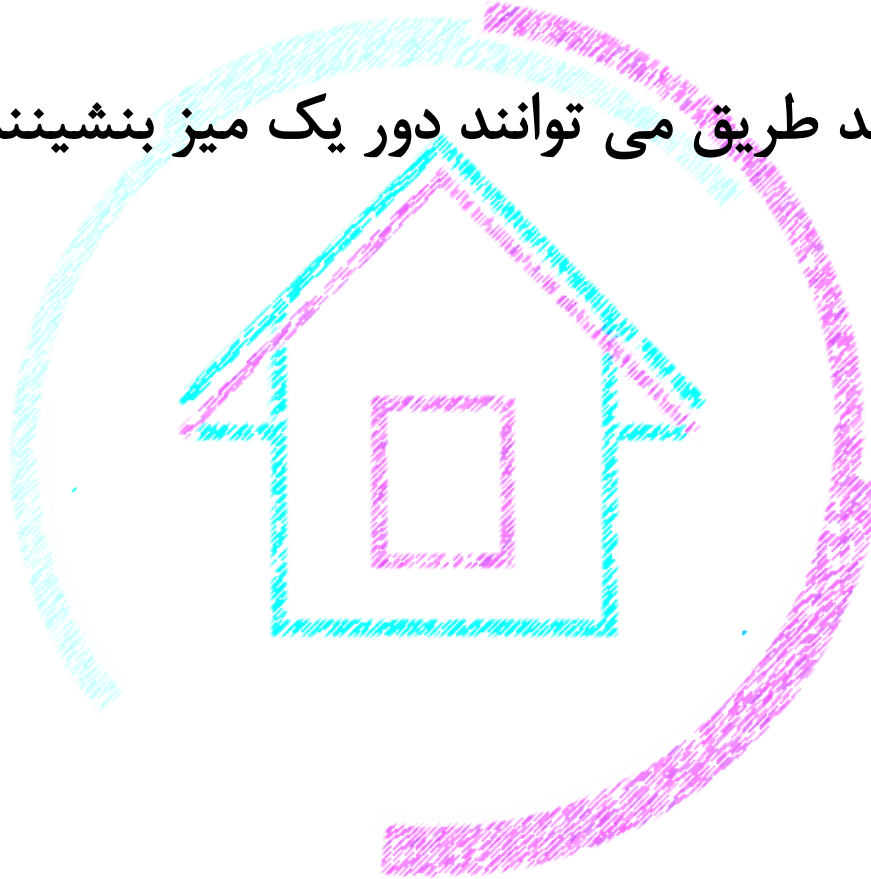
مساله

چند جایگشت دوری از حروف کلمه *triangle* حروف صدادار مجاورند؟



مساله

سه معلم و هشت دانش آموز به چند طریق می توانند دور یک میز بنشینند به طوری که هیچ دو معلمی کنار یکدیگر نباشند؟



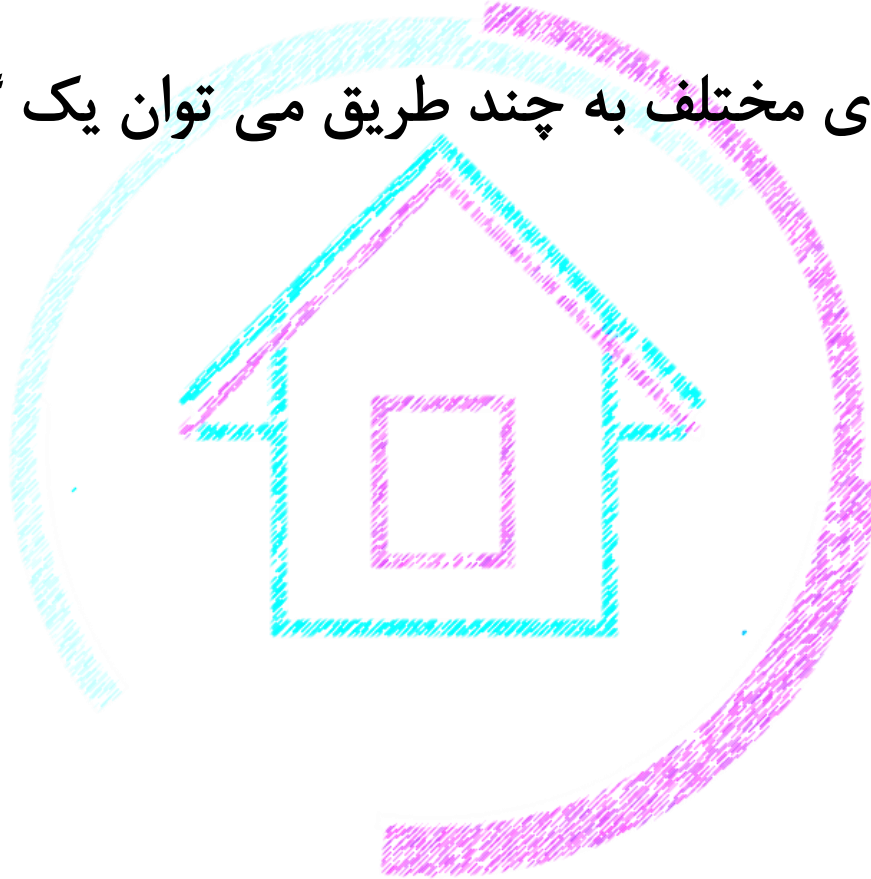
مساله

به چند طریق ۷ نفر از بین ۱۰ نفر می توانند دور یک میز بنشینند؟



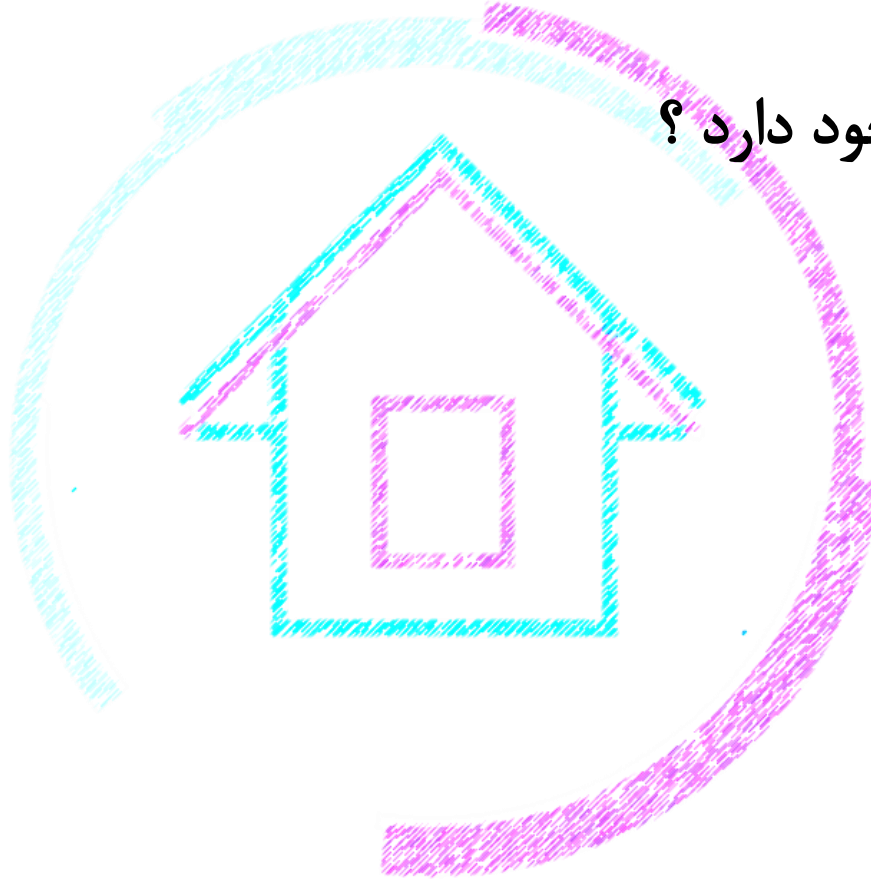
مساله

با ۵ مهره ی کروی شکل به رنگ های مختلف به چند طریق می توان یک گردن بند ساخت ؟



مساله

چند تاس مختلف با اعداد ۱ تا ۶ وجود دارد؟



جایگشت با تکرار

چند جایگشت از حروف کلمه *mississippi* وجود دارد؟

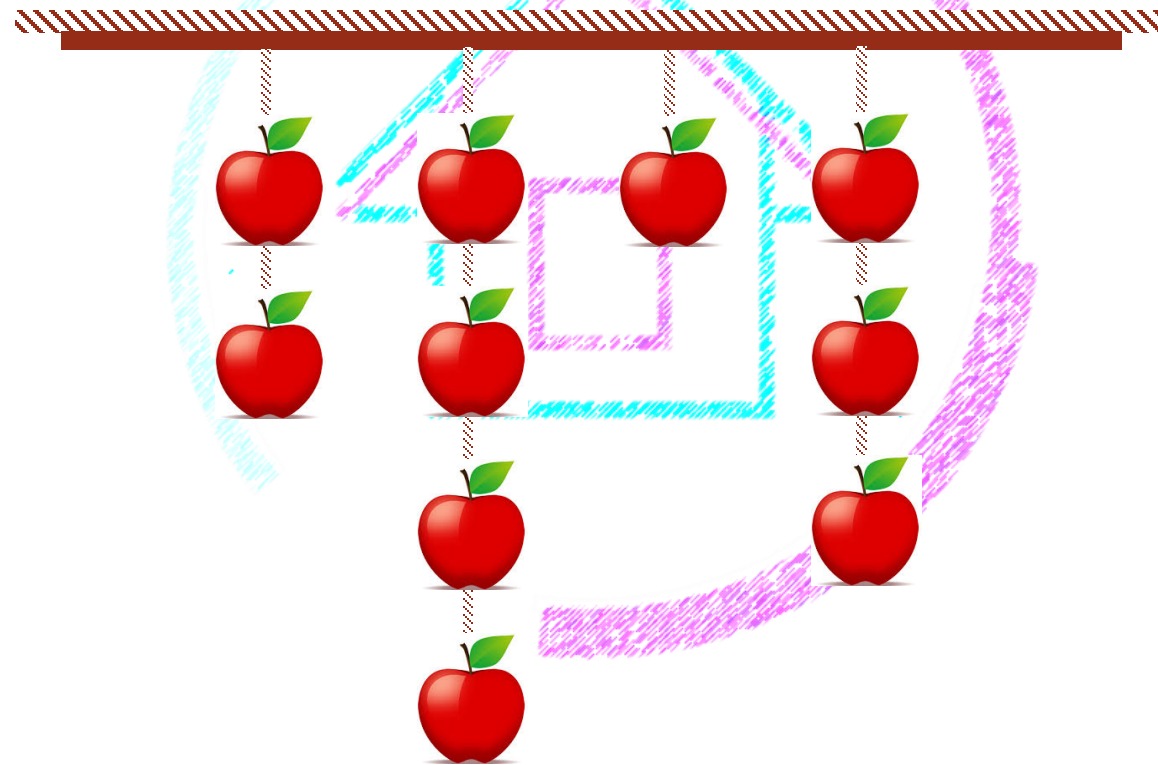


مساله

عدد 7200 رادر نظر بگیرید . در هر مرحله می توانیم آنرا بر یکی از عوامل اولش تقسیم کنیم . به چند طریق می توان با تکرار این عمل به عدد 1 رسید ؟



شکل زیر تعدادی هدف تیر اندازی را نشان می دهد . در هر مرحله باید پایین ترین هدف باقی مانده روی یکی از طناب ها را نشانه گرفت . به چند طریق می توان با ۱۰ شلیک تمام هدف ها را زد؟



بارقام ۳ و ۵ و ۷ به چند طریق می توان یک عدد چهار رقمی ساخت که بر ۳ بخش پذیر باشد؟



چند عدد ۸ رقمی وجود دارد که حاصل ضرب ارقامش ۹۸۰۰ باشد ؟

