



استاد وحید اسدی کیا



$P(\text{هر عدد زوج}) = 3 \times P(\text{هر عدد فرد})$        $P(\text{هر عدد زوج}) = n$

۳۷۷. یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک

پرتاب، احتمال وقوع عدد بزرگ‌تر از ۳ کدام است؟

لغی یا ۴ یا ۵ یا ۶ رو یا ۱ یا ۲

(کنگور)



$P(4 \text{ یا } 5 \text{ یا } 6) = P(4) + P(5) + P(6) = ?$

$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$

$n + 3n + n + 3n + n + 3n = 1 \Rightarrow 12n = 1$

$P(\text{وقوع عدد زوج}) = 3 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$

لغی: از ۱ تا ۳

۳/۶  
۳/۶  
۳/۶

$\frac{1 \times 3}{6} + \frac{1 \times 3}{12} + \frac{1 \times 3}{6} = \frac{7}{12}$





استاد وحید اسدی کیا





احتمال (زمان، محیط و مساحت)

در این نوع سوالات از احتمال، تعداد کل و تعداد مورد نظر، بازه ای از زمان،  
یا طول بار، ضرایب محو یا صحت یا حجم رابطه های  $n(A)$  و  $n(S)$  استفاده می کنیم.

مفوشاند

سرزمین تیزهوشان ایران

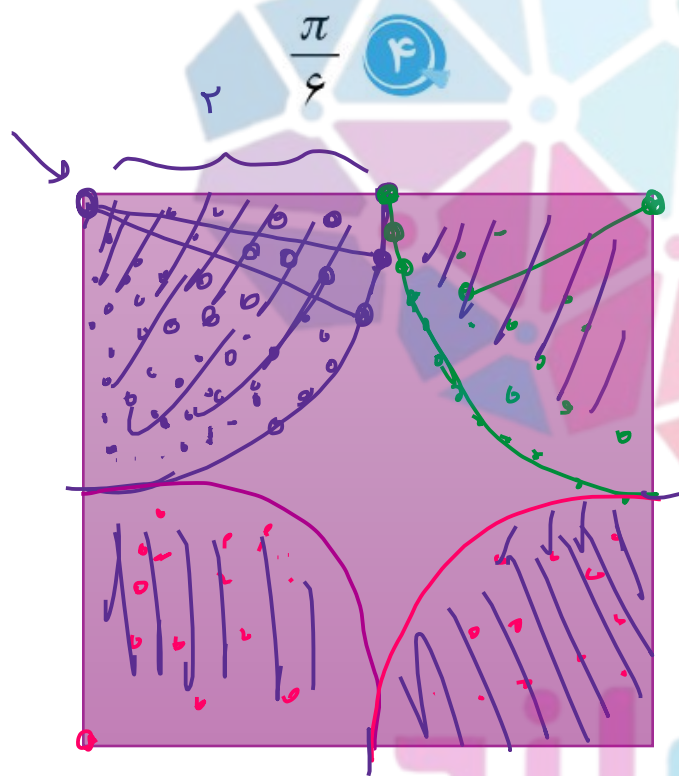


استاد وحید اسدی کیا



۳۸۶. نقطه‌ای به تصادف داخل مربعی به ضلع ۴ واحد انتخاب می‌کنیم. احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از نزدیک‌ترین رأس

مربع، کوچک‌تر از ۲ باشد، چه قدر است؟



$$\frac{\pi}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\pi}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ (۱)}$$

یا مابوی

کد دایره = ربع دایره x ۴

$$n(A) = \sum = 4 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

$$n(S) = \sum = 4 \times 4 = 16$$

مربع

۴ واحد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4\pi}{16} = \frac{1}{4}\pi$$



استاد وحید اسدی کیا



فصل  
۳

استدلال و اثبات  
در هندسه

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



**نکته ۱:** «استدلال» یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است.

به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد، «اثبات» می‌گوییم.  
در روند استدلال، از اطلاعات مسئله (فرض یا داده‌ها) و حقایق و اصولی که درستی آنها از قبل برای ما معلوم شده است (فرض)، برای رسیدن به خواسته‌ی مسئله (یعنی «حکم»)، استفاده می‌کنیم.

۱۲۱

اطلاعات مسئله / داده‌ها و فرض  
آغاز مسئله / خواهد حکم

هوش‌شوند

مرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا





**نکته ۲:** درک شهودی: درک شهودی نوعی درک مستقیم و بدون واسطه است که به صورت فطری در انسان وجود دارد. درک شهودی به کمک «حواس» صورت می‌گیرد. پس هرگاه برای درک چیزی از حواس خود مثل دیدن، شنیدن، لمس کردن، چشیدن و بوئیدن و از این قبیل استفاده کنیم، نوع ادراک ما شهودی است. به طور مثال «کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه به صورت خط مستقیم است» از حس بینایی خود استفاده می‌کنیم پس استدلال ما، «درک شهودی» است.



استاد وحید اسدی‌کیا



مفروضات

سرزمین تیزهوشان ایران



**نکته ۳:** هرگاه خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، در صورتی که تمام ویژگی‌هایی که در استدلال خود به کار برده‌ایم در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد، می‌توان درستی نتیجه را به همه‌ی عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.

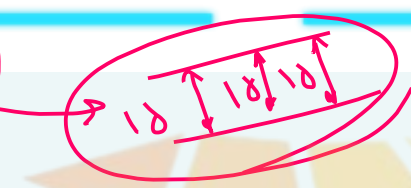
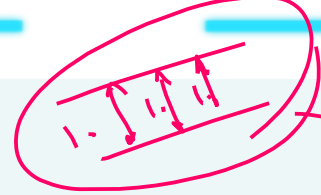
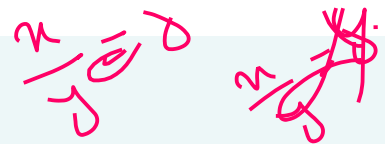


استاد وحید اسدی‌کیا



مفروضات

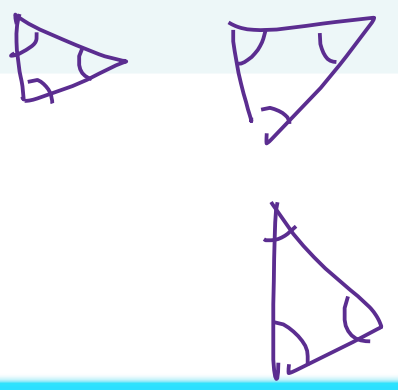
سرزمین تیزهوشان ایران



## نکته ۴: انواع استدلال:

۱- استدلال تمثیلی: استدلال از جزئی به جزئی است و در آن به کمک مشاهده‌ی شباهت بین دو چیز نتیجه‌گیری می‌شود. نتیجه‌ی حاصل از استدلال تمثیلی، قطعی و یقین‌نیست ولی می‌تواند در ایجاد یک زمینه‌ی شهودی برای درک بسیاری از مفاهیم و اثبات‌های ریاضی کمک کند. پس در واقع استدلال تمثیلی پیدا کردن نوعی «مشابهت» است. به طور مثال مارگزیده از ریسمان سیاه و سفید می‌ترسد!

۲- استدلال استقرایی: استدلال از جزء به کل است که در آن نتیجه‌گیری بر مبنای تعداد محدودی از مشاهدات صورت می‌گیرد که در نتیجه امکان دارد با مشاهدات بیشتر، درستی نتیجه نقض شود. به طور مثال با اندازه‌گیری زاویه‌های چند مثلث، متوجه می‌شویم که مجموع زاویه‌های مثلث ۱۸۰ درجه می‌شود. در نتیجه در استدلال استقرایی نمی‌توان به راحتی نتیجه را به دیگر شکل‌ها تعمیم داد.



$$\begin{aligned}
 & \rightarrow \frac{ab}{ba} = \frac{19}{19} \\
 & \rightarrow \frac{abc}{cba} = \frac{199}{199} \\
 & \rightarrow \frac{abcd}{dcba} = \frac{1999}{1999}
 \end{aligned}$$



استاد وحید اسدی‌کیا



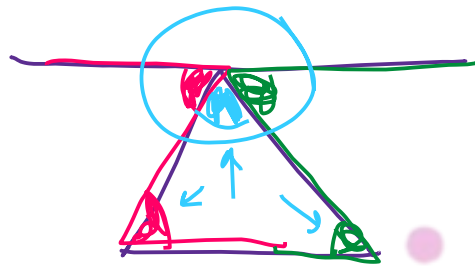
۳- استدلال استنتاجی: نتیجه گیری توسط مقدماتی که قبلاً درستی آنها را پذیرفته ایم. این استدلال بهترین و کامل ترین نوع استدلال است و نتیجه ی حاصل از آن قطعی و یقین است.

$$\underbrace{x > y}, \underbrace{y > z} \Rightarrow \underbrace{x > z}$$

به طور مثال:

۴- استدلال شهودی: در نکته ی (۲) توضیح داده شده است.

**نکته ۵:** هندسه اساساً یک علم استنتاجی است.



→ Geometry

اندازه کلاس من



استاد وحید اسدی کیا



مفوشلند  
سرزمین تیزهوشان ایران

**نکته ۶:** مثال نقض، مثالی است که نشان می‌دهد حکم مسئله می‌تواند درست نباشد.

مثال نقض روشی برای اثبات قضیه محسوب نمی‌شود.



**مفوشلند**

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا





دلیل

**نکته ۷:** هر دلیلی که برای اثبات قضیه یا گزاره‌ای آورده می‌شود، برهان نام دارد که بر پایه‌ی شش نوع ملاک

درستی استوار است که عبارت‌اند از: ۱- بنا بر تعریف؛ ۲- بنا بر اصل؛ ۳- بنا بر فرض؛ ۴- بنا بر قضیه؛ ۵- بنا بر یکی از مراحل قبل در برهان؛ ۶- بنا بر قاعده‌ای منطقی.



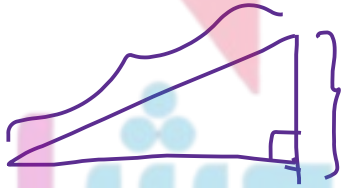
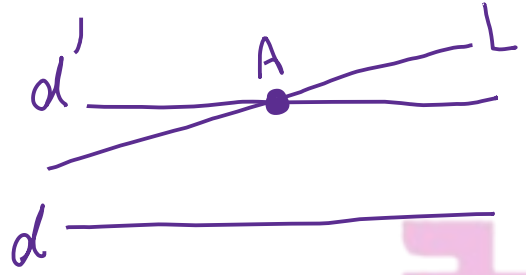
۲ > ۱

معمولاً برای اثبات قضیه‌ها، از فرض‌های داده شده در مسئله شروع می‌کنیم و با استفاده از قضیه‌ها و اصول و

تعریف‌ها به حکم می‌رسیم ولی بعضی از قضیه‌ها را نمی‌توان به سادگی از این طریق اثبات کرد لذا از «برهان

خلف» استفاده می‌کنیم. در این روش «نقیض حکم را درست فرض کرده» و ثابت می‌کنیم این عمل به نتیجه‌ای

متناقض با فرض‌های قضیه یا اصول و تعاریف و قضیه‌های اثبات شده‌ی قبلی خاتمه می‌یابد.



$$\left. \begin{matrix} d' \parallel d \\ L \parallel d \end{matrix} \right\} \Rightarrow d' \parallel L$$

مفروضات  
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا



**نکته ۸:** در هندسه ی اقلیدسی، نقطه، خط و صفحه از مفاهیم تعریف نشده هستند.

☆ **توجه:** به هندسه ای که پایه گذار آن اقلیدس بوده است و بر پایه ی نظریه های این دانشمند بزرگ پایه گذاری شده است، هندسه ی اقلیدسی می گویند. در دانشگاه با هندسه ی نااقلیدسی آشنا خواهید شد که به طور مثال در آن اثبات می کنند: «مجموع زاویه ها در مثلث می تواند بیش از  $180^\circ$  درجه باشد!»

مغوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران



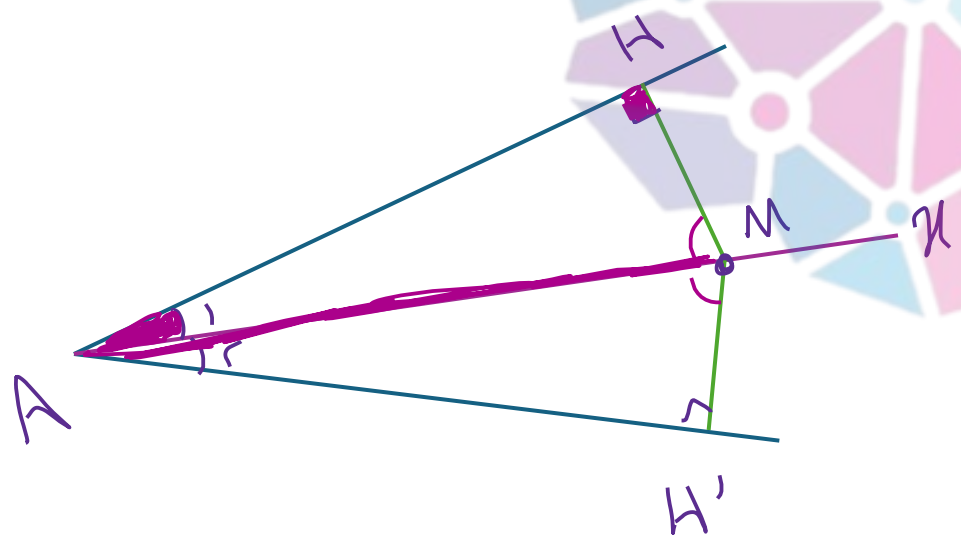
استاد وحید اسدی کیا



نیمساز:

تاب کذ فاعدهی هر نقطه‌ی دلخواه روی عمدار یک زاویه، از دو ضلع آن

زاویه به یک اندازه است.



نیمساز A

ضلع مشترک	$\overline{MH} = \overline{MH'}$
-----------	----------------------------------

زونی  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

ضلع مشترک  $\overline{AM} = \overline{AM}$

$\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$

$\overline{MH} = \overline{MH'}$

$\Delta AHM \cong \Delta AH'M$   
و کرد یک زاویه تند



استاد وحید اسدی کیا



هوشمند

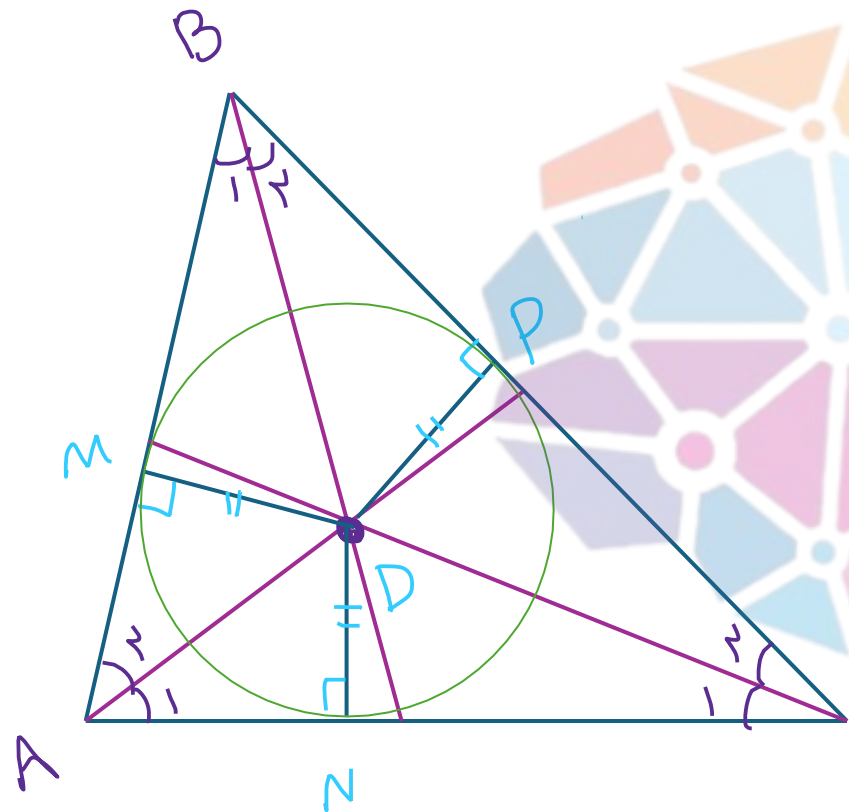
سرزمین تیزهوشان ایران

نیمسازها در مثلث:

همرِسی و نقطه‌ی تلاقی

برگردد.

به هم می‌زنند



نکته: تقاطع پرگورد نیمسازهای هر مثلث همواره داخل مثلث است

نکته: تقاطع پرگورد نیمسازها در هر مثلث، مرکز دایره‌ی محاطی آن است.

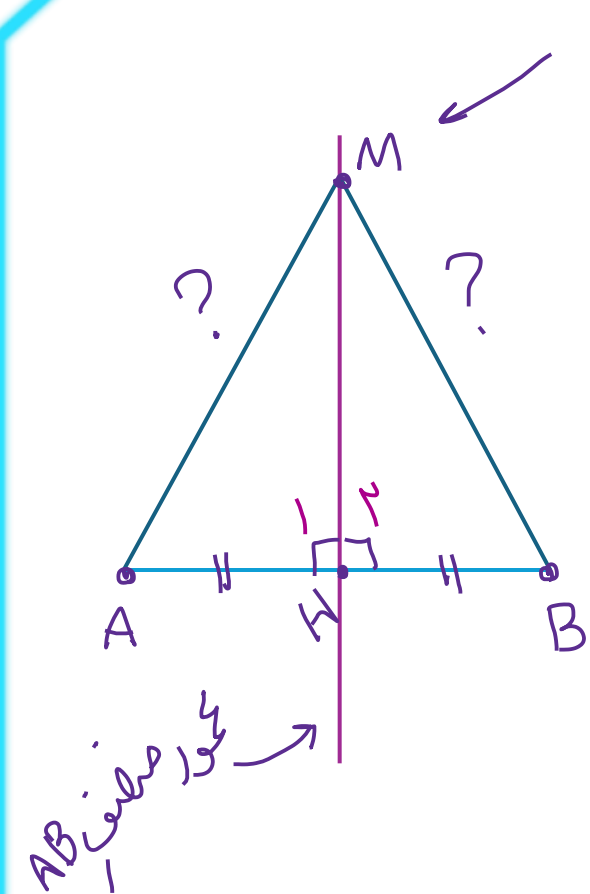
محاطی = محاطه. نکته در فصل



استاد وحید اسدی کیا







عمود منصف: فاصله ی هر نقطه روی محور منصف، از دو سر پاره خط، یک اندازه است

عمود منصف: فاصله ی هر نقطه روی محور منصف، از دو سر پاره خط، یک اندازه است

زاویه قائمه، می باشد

عمود منصف است

$$\overline{AH} = \overline{HB} \quad \left. \begin{array}{l} \text{زنی} \\ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 90^\circ \\ \overline{MH} = \overline{MH} \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAH \cong \triangle MHB$$

ضلع مشترک

مساوی

$$\Rightarrow \overline{MA} = \overline{MB}$$

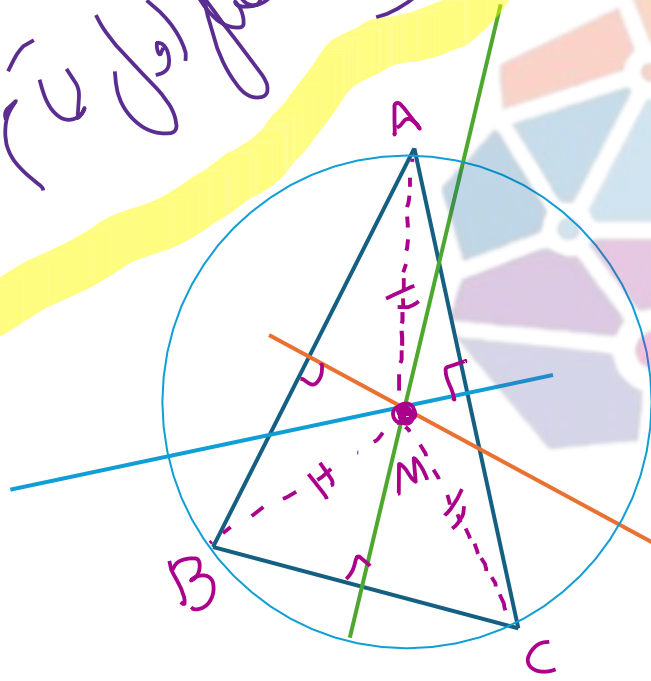


استاد وحید اسدی کیا

عمود منصفها: اصداغ صنت :

نقطه‌ي تلاقي: همز اول تا آخر لوله

$$AM = MB = MC$$



نقطه : نقطه‌ي تلاقي عمود منصفها (همز اول تا آخر لوله)

در يك نقطه به هم مي‌رسند اين نقطه

مرکز دایره‌ي محیطی صنت است

محیط = دور با دور



استاد وحید اسدی کیا

