



استاد وحید اسدی کیا



# کمترین از ۲۲۳ تا ۳۶۳ شماره‌ها از ۱

۳۵۷. کیسه‌ای حاوی ۳ مهره سبز، ۴ مهره سفید و ۵ مهره قرمز است. از این کیسه سه مهره به طور متوالی و بدون جای گذاری بیرون می‌آوریم. احتمال این که ~~سه مهره سفید باشند~~ **دو مهره قرمز و یک مهره سبز** چه قدر است؟ (آزمون بیز و احتمال)

$\frac{1}{220} \text{ (1)}$       $\frac{1}{110} \text{ (2)}$       $\frac{1}{55} \text{ (3)}$       $\frac{2}{91} \text{ (4)}$


$\frac{1}{220} = \frac{1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$   
 $\frac{1}{110} = \frac{1}{5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1}$   
 $\frac{1}{55} = \frac{1}{5 \times 11}$   
 $\frac{2}{91} = \frac{2}{7 \times 13}$

**دو مهره قرمز و یک مهره سبز**  
 احتمال (دو مهره قرمز) =  $\frac{5 \times 4 \times 3}{220} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$

**دو مهره سبز و یک مهره قرمز**  
 $\frac{3 \times 2 \times 1}{220} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{1} = \frac{6 \times 60}{220} = \frac{360}{220} = \frac{18}{11}$

**یک مهره سبز و دو مهره قرمز**  
 $\frac{5 \times 4 \times 3}{220} \times \frac{3 \times 2 \times 1}{1} = \frac{60 \times 6}{220} = \frac{360}{220} = \frac{18}{11}$

**جمع نهایی:**  
 $\frac{3}{11} + \frac{18}{11} + \frac{18}{11} = \frac{39}{11}$



استاد وحید اسدی کیا



استاد وحید اسدی کیا

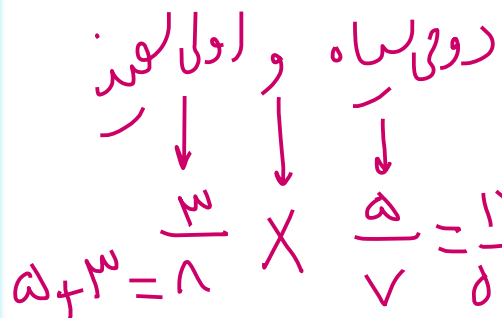




$$[6, 8] = 24$$

از ظرفی که دارای ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است، ۲ مهره به طور متوالی انتخاب می‌کنیم و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم.

احتمال این که اولی سفید و دومی سیاه باشد چقدر است؟



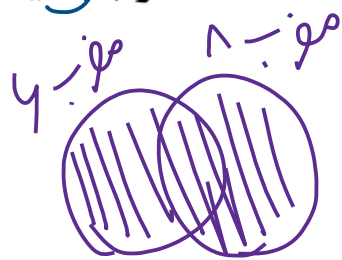
$$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 1$$

$$\frac{5}{28} \quad (3)$$

$$\frac{17}{56} \quad (2)$$

$$\frac{15}{56} \quad (1)$$

از میان اعداد مجموعه  $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$  یک عدد به تصادف انتخاب کرده‌ایم، احتمال این که این عدد مضرب ۶ یا ۸ باشد چقدر است؟



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$P(\text{مضرب ۸ یا مضرب ۶}) = P(\text{مضرب ۸}) + P(\text{مضرب ۶}) - P(\text{مضرب ۸ و ۶})$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



استاد وحید اسدی کیا

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$P(B) = \frac{3}{7} P(A \cap B)$$

۳۶۱ ✉ اگر  $p(A) = 2p(B) = 2p(A \cap B)$  باشد، حاصل  $\frac{p(A \cup B)}{p(A \cap B)}$  کدام است؟

۴

۳

۲

۱

$$\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{2P(A \cap B) + \frac{3}{7}P(A \cap B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)}$$

$$= \frac{P(A \cap B) \times \left( 2 + \frac{3}{7} - 1 \right)}{P(A \cap B)} = \frac{1\frac{3}{7}}{1} = \frac{10}{7}$$



استاد وحید اسدی کیا



مرزمین تیزهوشان ایران



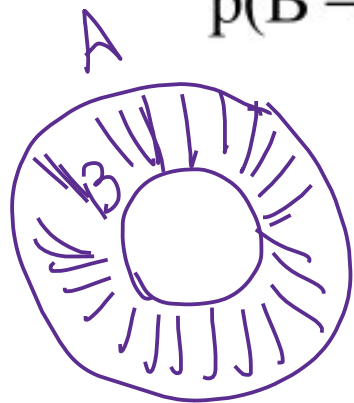
۳۶۸ ✉ اگر  $p(A - B) = p(A) - p(B)$  باشد، کدام گزینه درست است؟

$p(B - A) = p(A - B)$  ۲ ✕

$p(B - A) = p(B) - p(A)$  ۱

$p(B - A) = 0$  ۴

$p(B - A) = p(B)$  ۳



$p(A - B) = p(A) - p(B)$

صوبی سؤاله

$p(A - B) = p(A) - p(A \cap B)$

درصورتی که

$B - A = \emptyset$

$\Rightarrow p(B) = p(A \cap B) \Rightarrow \underline{\underline{B \subseteq A}}$

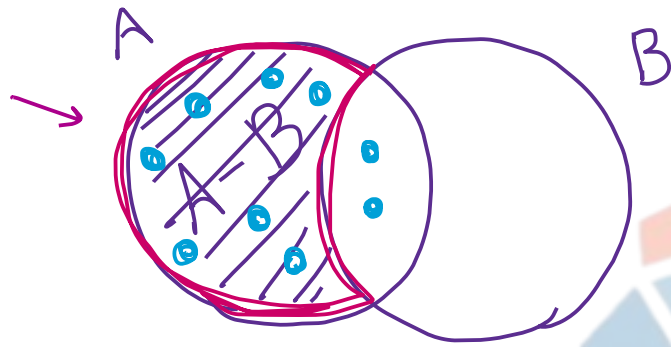
$p(\emptyset) = 0$   
 $\frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$



استاد وحید اسدی کیا







$$\frac{n(A-B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = v$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

۱۰۰٪  
۱۶٪

سؤال: ازا تا ۱۰۰ عددی به تعداد انتخاب کردیم  
 چه قدر احتمال دارد که این عدد بر ۲ یا ۳ یا ۳ باقی بماند؟

$$P(\text{بر ۳ باقی ماند}) - P(\text{بر ۲ باقی ماند}) = P(\text{بر ۳ باقی ماند})$$



استاد وحید اسدی کیا

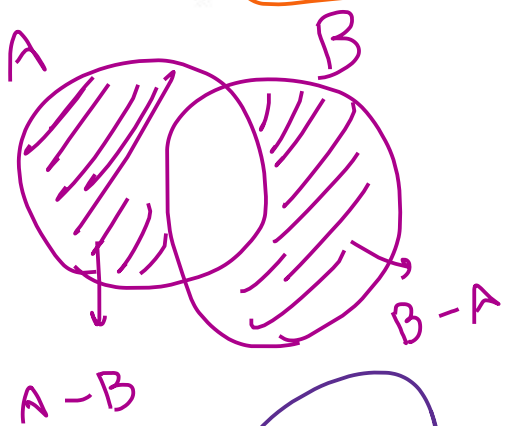


فرهوشان زمین تپه هوشان ایران

$$\frac{50}{100} - \frac{16}{100} = \frac{34}{100} = 34\%$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{17} + \frac{10}{17} = \frac{14}{17}$$

۳۷. اگر  $p(A-B) = \frac{2}{17}$  و  $p(B-A) = \frac{10}{17}$  و  $p(B) = 3p(A)$  باشد، آن گاه  $p(A \cup B)$  چه قدر است؟



$$\frac{16}{17} \quad 2$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{17}$$

$$\frac{12}{17} \quad 1$$

$$\frac{14}{17} \quad 4$$

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{17}$$

$$\frac{15}{17} \quad 3$$

$$\begin{aligned} P(A) - P(A \cap B) &= \frac{2}{17} \\ 3P(A) - P(A \cap B) &= \frac{10}{17} \end{aligned}$$

$$P(A) = \frac{10}{17} - \frac{2}{17} = \frac{8}{17}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{8}{17} \div 3 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{51} \Rightarrow P(B) = 3 \times \frac{8}{51} = \frac{8}{17}$$

$$\frac{8}{17} - P(A \cap B) = \frac{2}{17} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{6}{17}$$



استاد وحید اسدی کیا





## احتمال‌های غیرهم‌شانس

درست‌کننده در این نوع سوالات همواره

مجموع احتمال‌ها باید ۱ شود.

احتمال‌هایی که باید بزرگ‌تر برای نوشتن

$$P(A) = 3 \times P(B) \quad \text{مثال}$$

مدت احتمال برنده شدن است ۳، برای احتمال

برنده شدن است ۱، بنابراین



استاد وحید اسدی‌کیا



هوش‌شناسان

سرزمین تیزهوشان ایران

۳۷۶. اگر  $S = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $p(1) = 2p(2) = 3p(3) = 4p(4)$  باشد،  $p(1)$  کدام است؟

$$\frac{14}{25} \quad \textcircled{4}$$

$$\frac{12}{25} \quad \textcircled{3}$$

$$\frac{8}{25} \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{2}{25} \quad \textcircled{1}$$

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) = 1$$

$$1 \times p(1) + \frac{1}{2} \times p(1) + \frac{1}{3} p(1) + \frac{1}{4} p(1) = 1$$

$$p(1) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = 1$$

$$\frac{12}{12} + \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{25}{12}$$

$$\frac{25}{12} \times p(1) = 1 \Rightarrow p(1) = \frac{1}{\frac{25}{12}} = \frac{12}{25}$$

$$p(1) = 2p(2)$$

$$p(2) = \frac{1}{2} p(1)$$

$$p(1) = 3p(3) \Rightarrow p(3) = \frac{1}{3} p(1)$$

$$p(1) = 4p(4)$$

$$\Rightarrow p(4) = \frac{1}{4} p(1)$$



استاد وحید اسدی کیا



$P(\text{هر عدد زوج}) = 3 \times P(\text{هر عدد فرد})$        $P(\text{هر عدد زوج}) = n$

۳۷۷. یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک

پرتاب، احتمال وقوع عدد بزرگ‌تر از ۳ کدام است؟

لفی یا ۴ یا ۵ یا ۶ رو یا بر

(کنگور)



$P(4 \text{ یا } 5 \text{ یا } 6) = P(4) + P(5) + P(6) = ?$

$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$

$n + 3n + n + 3n + n + 3n = 1 \Rightarrow 12n = 1$

$P(\text{وقوع عدد زوج}) = 3 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$

لغزین: از ۱ تا ۳  
۳  
۶  
۹  
۱۲  
۱۵  
۱۸  
۲۱  
۲۴  
۲۷  
۳۰  
۳۳  
۳۶  
۳۹  
۴۲  
۴۵  
۴۸  
۵۱  
۵۴  
۵۷  
۶۰

$\frac{1 \times 3}{12} + \frac{1 \times 3}{12} + \frac{1 \times 3}{12} = \frac{3 \times 3}{12}$



استاد وحید اسدی کیا

