

۱- با توجه به مجموعه‌های زیر کدام گزینه صحیح است؟

$$A = \{\emptyset, \{0\}, \{1, 5\}\}$$

$$B = \{\{1, 2, 3, \dots, 10\}\}$$

$$C = \{\{\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \dots\}$$

$$\{2\} \notin C - 3 \in B - \emptyset \in A \quad (1)$$

$$\{1, 2\} \in C - \{1, 2\} \notin B - 0 \in A \quad (2)$$

$$\{1, 2, 3, \dots, 10\} \in C - \{1, 2, 3\} \notin B - \{\} \notin A \quad (3)$$

$$\{\} \notin C - \{1, 2, 3, \dots, 10\} \in B - 1 \notin A \quad (4)$$

۲- اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ و دو مجموعه $A = \{a^2 + 3, 2b - 1\}$ و $B = \{3a + 1\}$ مساوی باشند، مقدار $b + a$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟

$$5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۳- اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ و مجموعه C طوری باشد که $A \subseteq C \subseteq B$ و $n(C) = 5$ ، برای مجموعه C چند حالت وجود دارد؟

$$15 \quad (4)$$

$$21 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۴- مجموعه $A = \{-1, y + 1, -2, -8, 2x, z\}$ دارای ۸ زیرمجموعه است، آن‌گاه بیشترین مقدار $x + y + z$ برابر کدام گزینه است؟

$$-11 \quad (4)$$

$$-4/5 \quad (3)$$

$$-3/5 \quad (2)$$

$$-8 \quad (1)$$

۵- در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$ ، مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو، برابر ۱۰ می‌باشد؟

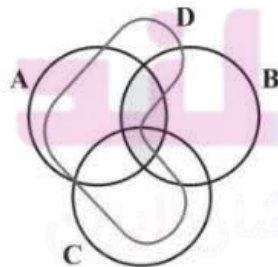
$$32 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$

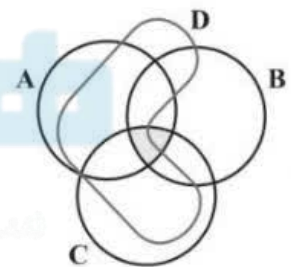
$$42 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

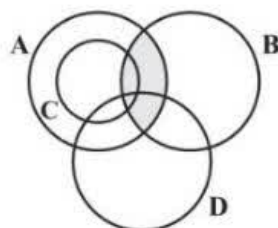
۶- مجموعه‌های A, B, C, D به ترتیب مجموعه مضرب‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ هستند. کدام گزینه به درستی مجموعه تمام مضارب ۶ را نشان می‌دهد؟



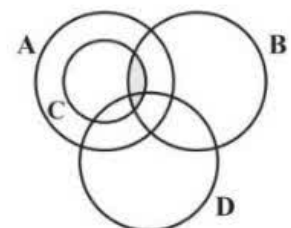
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۷- ده زیرمجموعه غیرمساوی از مجموعه $U = \{2, 4, 6, 8, \dots, 20\}$ طوری انتخاب می‌کنیم که از هر دوتای آن‌ها یکی زیرمجموعه دیگری باشد، اگر A و B و C به ترتیب مجموعه‌های ۸ و ۶ و ۴ عضوی از این ۱۰ مجموعه باشد، آن‌گاه $n(A \cup (B - C))$ چند عضو دارد؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۱۰ (۱)

۸- اگر A, B, C و D چهار مجموعه باشند به طوری که $A = (C - B) - (C - D)$ ، آن‌گاه حاصل $A \cup B \cup C \cup D$ همواره برابر است با:

$C \cup D$ (۴)

\emptyset (۳)

A (۲)

B (۱)

* اگر مجموعه دلخواه A زیرمجموعه \mathbb{N} باشد، $\mathbb{N} - A$ را (A) نام‌گذاری می‌کنیم. A و B زیرمجموعه‌هایی از \mathbb{N} هستند. با توجه به این توضیحات به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

۹- کدام گزینه درست است؟

$A - (B) = A \cup (B)$ (۲)

$A - (B) = A \cap (B)$ (۱)

$A \cap (B) = A - B$ (۴)

$A \cup (B) = A - B$ (۳)

۱۰- کدام عبارت با $(A \cap B)$ برابر است؟

$(A \cup B)$ (۴)

$(A - B)$ (۳)

$(A \cup B)$ (۲)

$(A \cap B)$ (۱)

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\{1\} \in C \quad (1)$$

$$0 \notin A \quad (2)$$

$$2 \in B \quad (3)$$

۲ - گزینه ۲) برابری دو مجموعه هنگامی است که ابتدا هم‌ارز و سپس هر عضو از مجموعه A در B و هر عضو از مجموعه B در A قرار داشته باشد. بنابراین:

$$A = \{a^2 + 3, 2b - 1\}, B = \{3a + 1\}$$

$$a^2 + 3 = 2b - 1 = 3a + 1 \Rightarrow a^2 + 3 = 3a + 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a = 1 - 3 \Rightarrow a(a - 3) = -2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$a^2 + 3 = 2b - 1 \xrightarrow{a=1} 1 + 3 = 2b - 1 \Rightarrow b = \frac{5}{2} \notin \mathbb{Z}$$

با توجه به مقدارهای a، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$a^2 + 3 = 2b - 1 \xrightarrow{a=2} 4 + 3 = 2b - 1 \Rightarrow b = 4 \in \mathbb{Z}$$

$$b + a = 4 + 2 = 6$$

در آخر داریم:

۳ - گزینه ۳) از آن جایی که $A \subseteq C$ است، پس مجموعه C حتماً باید $\{1, 2, 3\}$ را داشته باشد و چون $C \subseteq B$ پس

عضوهای $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ عضوهای اختیاری آن می‌باشند و از آن جایی که $n(C) = 5$ است، پس مجموعه

C دو عدد اختیاری می‌تواند از مجموعه $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ انتخاب کند، یعنی زیرمجموعه‌های دو عضوی از

این مجموعه را می‌تواند اختیار کند.

پس کافی است تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی این مجموعه را به دست آوریم:

$$\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow \frac{7 \times 6}{2} = 21 \text{ حالت}$$

۴ - گزینه ۲) از آن جایی که تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A برابر ۸ می‌باشد، پس $n(A) = 3$ است. بنابراین:

$$A = \{-1, -2, -8, y+1, 2x, z\} = \{-1, -2, -8\}$$

برای آن که $x+y+z$ بیشترین مقدار باشد باید x, y, z بیشترین مقدار باشد:

$$y+1=2x=z=-1 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -2 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow x+y+z = -\frac{1}{2} - 2 - 1 = -3\frac{1}{2}$$

۵ - گزینه ۲ مجموع «۸ و ۲»، «۷ و ۳»، و «۶ و ۴» برابر ۱۰ خواهد شد. بنابراین باید عددهای بین این دو عددها را به صورت

اختیاری جایگذاری کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \{2, \underbrace{-, -, -, -, -}_5, 8\} \Rightarrow 2^5 = 32 \\ \{2, \underbrace{-, -, -, -}_3, 7\} \Rightarrow 2^3 = 8 \\ \{4, \underbrace{-}_1, 6\} \Rightarrow 2^1 = 2 \end{array} \right\} 32 + 8 + 2 = 42$$

نکته، دقت کنید ۵ عدد بین ۲ و ۸ به صورت اختیاری انتخاب می‌شوند پس تعداد حالت‌ها برابر تعداد زیرمجموعه‌هایی است که می‌توان از آن ۵ عدد نوشت. به همین ترتیب همین کار را برای دو عدد ۳ و ۷ و همچنین ۴ و ۶ انجام می‌دهیم.

۶ - گزینه ۴ مجموعه C زیرمجموعه A می‌باشد. چون هر مضرب ۴ مضرب ۲ نیز می‌باشد. پس یکی از گزینه‌های (۳) یا (۴) درست

هستند. برخی مضرب‌های ۶، مضرب ۴ نیستند و مضرب ۲ هستند. بنابراین شکل گزینه (۳) ناقص است.

۷ - گزینه ۳ با توجه به صورت سؤال، در واقع باید رابطه $C \subseteq B \subseteq A$ برقرار باشد، پس:

$$B - C \subseteq B \subseteq A \Rightarrow A \cup (B - C) = A \Rightarrow n(A \cup (B - C)) = n(A) = 8$$

۸ - گزینه ۱ از آنجایی که از عبارت سمت چپ مجموعه A را برداشتیم و باز جواب برابر A شده است، پس $A = \emptyset$ می‌باشد. در

نتیجه داریم:

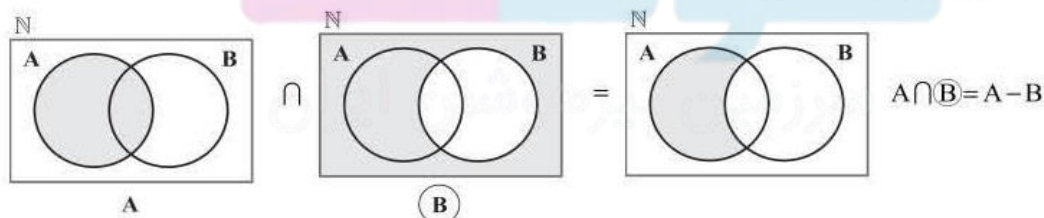
$$((C \cup D) - B) - A = A \Rightarrow ((C \cup D) - B) - \emptyset = \emptyset$$

$$\Rightarrow (C \cup D) - B = \emptyset \Rightarrow C \cup D \subseteq B$$

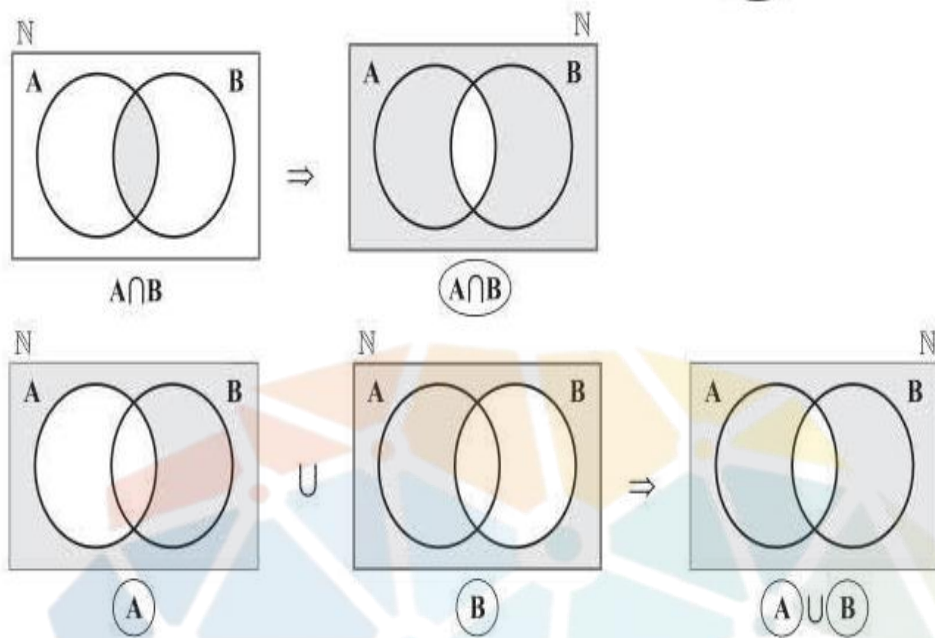
$$A \cup \underbrace{B \cup C \cup D}_B = A \cup B = \emptyset \cup B = B \quad \text{پس } B \cup C \cup D = B \cup (C \cup D) = B$$

۹ - گزینه ۴ یکی از روش‌های حل مناسب برای حل این‌گونه سؤالات، رسم شکل (نمودار ون) می‌باشد.

به طور مثال در گزینه (۴) داریم:



به همین ترتیب می‌توان نمودار هر عبارت را رسم و گزینه‌ها را بررسی کرد.



مهوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران