

- ۱- قرینه عدد ۴- نسبت به قرینه عدد $3x+2$ برابر ۱۰ شده است، مقدار x کدام است؟

۴) صفر

-۴(۳)

-۲(۲)

۴(۱)

$$-\frac{4+36 \div (-2) \div 2 - 31}{75 - 3(2 - 9 + 6)} \text{ کدام است؟}$$

$-\frac{18}{39}(4)$

$-\frac{23}{39}(3)$

$-\frac{41}{78}(2)$

$-\frac{7}{13}(1)$

- ۲- می خواهیم ۴۰ تا عدد صحیح انتخاب کنیم، به طوری که مجموع آن ها ۱۴۰۰ باشد، بیشترین تعداد عددها در بین اعداد انتخابی که ممکن است از ۲۰۲۱ بیشتر باشند، چند تا است؟

۳۹(۴)

۳۸(۳)

۲۱(۲)

۲۰(۱)

- ۳- حاصل ضرب ۲۰ عدد صحیح برابر ۲- شده است. درباره حاصل جمع این اعداد، کدامیک از عبارت های زیر درست است؟

ب) همواره عددی فرد است.

الف) می تواند عددی مثبت شود.

پ) می تواند برابر (-۱) شود.

«الف»، «ب» و «پ»

«ب» و «پ»

«الف» و «پ»

«الف» و «ب»

$$B = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \frac{1}{625} \text{ کدام است؟}$$

$-\frac{6}{5}(4)$

$\frac{6}{5}(3)$

$-\frac{5}{6}(2)$

$\frac{5}{6}(1)$

$$\text{اگر } 6 = x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \dots}}} \text{ باشد، مقدار } x \text{ کدام است؟}$$

$\frac{11}{6}(4)$

$\frac{35}{6}(3)$

$\frac{37}{6}(2)$

$\frac{17}{8}(1)$

- ۵- تعداد شمارنده های مکعب عددی برابر با ۷۳ است، تعداد شمارنده های مربع این عدد چند تا است؟

۴۹(۴)

۶۱(۳)

۲۵(۲)

۵۳(۱)

- ۶- دو عدد طبیعی هستند که $a+b = 61$ ، $(a+2)(b-8) = 61$ ، حاصل $a+b$ کدام است؟

۷۵(۴)

۶۳(۳)

۷۲(۲)

۶۸(۱)

$$9^{797} + 27^{797} \text{ کدام است؟}$$

۱۹(۴)

۷(۳)

۳(۲)

۲(۱)

- ۷- اگر عدد aaa دارای ۸ شمارنده باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۲۹(۴)

۱۳(۳)

۱۹(۲)

۲۳(۱)

۱ - گزینه ۴

$$x+3 = -2(-2) - (x+3) = -4 - x - 3 = -x - 7 \quad \text{قرینه (۳) نسبت به -۲}$$

$$-x-7 = 2(-x-7) - (-4) = -2x - 14 + 4 = -2x - 10 \quad \text{قرینه ۴ نسبت به (۷-x)}$$

$$\Rightarrow -2x - 10 = -10 \Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

۲ - گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} 4 + \overbrace{26 \div (-2)}^{\substack{-18 \\ -9 \\ -1}} + 2 - 31 = -36 \\ 25 - 3(\underbrace{2 - 9 + 6}_{\substack{-1}}) = 78 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{36}{78} = -\frac{18}{39} \quad \text{حاصل کسر}$$

ادعا می‌کنیم که ۳۹ عدد می‌تواند این ویژگی را داشته باشد.

$$\text{فرض کنید مجموع این } 39 \text{ عدد}$$

$$\text{حال می‌توان عدد چهلم را به گونه‌ای انتخاب کرد تا حاصل برابر } -1400 \text{ شود:}$$

۳ - گزینه ۴ با توجه به این‌که حاصل ضرب اعداد -2 شده است، پس اعداد می‌توانند ± 2 باشند.

بررسی عبارت‌ها:

$$\begin{aligned} & \text{اگر عدد } 2 \text{ ظاهر شود، تعداد } (-1) \text{ ها را فرد انتخاب می‌کنیم (الف)} \\ & \text{حاصل همواره عددی فرد است.} \Rightarrow \text{اگر عدد } -2 \text{ ظاهر شود، تعداد } (-1) \text{ ها را زوج انتخاب می‌کنیم (ب)} \\ & \text{حاصل جمع اعداد موردنظر } \Rightarrow (+2) \times \underbrace{1 \times 1 \times \dots \times}_{\substack{19 \\ \text{تا}}} \times (-1) \times \underbrace{1 \times 1 \times \dots \times}_{\substack{11 \\ \text{تا}}} \times (-1) = -2 = \text{عدد موردنظر (پ)} \end{aligned}$$

۴ - گزینه ۵

$$\begin{aligned} 5B &= 5 - 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} + \frac{1}{125} - \dots \\ &+ B = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} \\ 6B &= 5 \Rightarrow B = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

۵ - گزینه ۶

$$A = x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x + \dots}}} \Rightarrow A = x + \frac{1}{A} \xrightarrow{A=6} 6 = x + \frac{1}{6} \Rightarrow x = 6 - \frac{1}{6} = \frac{35}{6}$$

۶ - گزینه ۶ با توجه به این‌که تعداد شمارنده‌های مکعب این عدد، مقداری اول است، پس مکعب این عدد فقط از یک عامل اول تشکیل شده است: (فرض کنید عدد مد نظر A باشد):

$$A^r = P^\alpha \Rightarrow A^r = (\alpha + 1) = 73 \Rightarrow \alpha = 72$$

$$\Rightarrow A^r = P^{72} \xrightarrow{\text{ریشه سوم می‌گیریم}} A = P^{24} \Rightarrow A^r = P^{48} \Rightarrow A^r = 48 + 1 = 49$$

۷ - گزینه ۷ 61 عددی اول است. پس داریم:

$$(a+2)(b-8) = 1 \times 61 \xrightarrow{a+2>2} \begin{cases} a+2=61 \Rightarrow a=59 \\ b-8=1 \Rightarrow b=9 \end{cases} \Rightarrow a+b=61$$

۹ - گزینه ۱ یکان عدد ۲۷ فرد است و به هر توانی برسد، حاصل عددی فرد خواهد بود، از طرفی یکان عدد ۴۹ نیز فرد است و به هر توانی برسد، حاصل عددی فرد خواهد بود. مجموع دو عدد فرد، عددی زوج است و کوچکترین شمارنده اول هر عدد زوج، عدد ۲ می باشد.

$$\underline{aaa} = \underline{1} \cdot \underline{0} \cdot a + \underline{1} \cdot \underline{0} \cdot a + a = 111a = 3 \times 37 \times a$$

۱۰ - گزینه ۱

از آن جا که a رقم می باشد، می تواند اعداد ۱ تا ۹ باشد.
اگر a هر کدام از اعداد ۲، ۵، ۷ و ۹ باشد، تعداد شمارنده های عدد \underline{aaa} برابر ۸ خواهد بود، پس مجموع مقادیر ممکن $9+7+5+2=23$ برای a برابر است با:



شوشنند
هزارمین تیزهوشان ایران