



**هوشلند**  
سرزمین تیزهوشان ایران



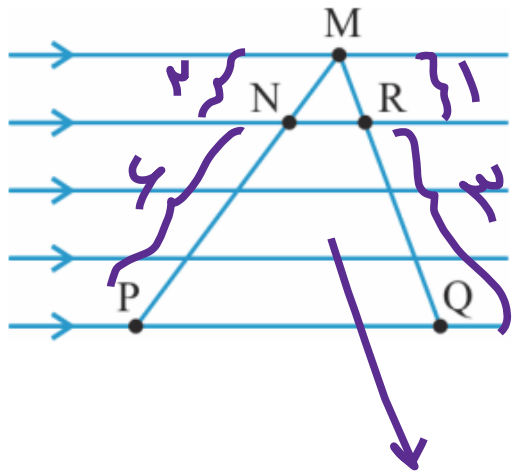
**استاد وحید اسدی کیا**



# تمرین : از ۱۰۶ تا ۱۱۶ حل شود

(تیزهوشان)

۱۱۶. اگر در شکل زیر، تمام خطوط با هم موازی و با فاصله‌های یکسان باشند، کدام گزینه درست نیست؟



$$\frac{2}{1} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{MN}{MR} = \frac{NP}{RQ}$$

گزینه ۲

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MN}{NP} = \frac{MR}{RQ}$$

گزینه ۱

$$\frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$$

گزینه ۴

$$\frac{MN}{NP} = \frac{NR}{PQ}$$

گزینه ۳

$$\frac{2}{6} = ?$$

گزینه ۵

$$\frac{MN}{MP} = \frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$$

گزینه درست



# فصل ۳

## استدلال و اثبات در هندسه



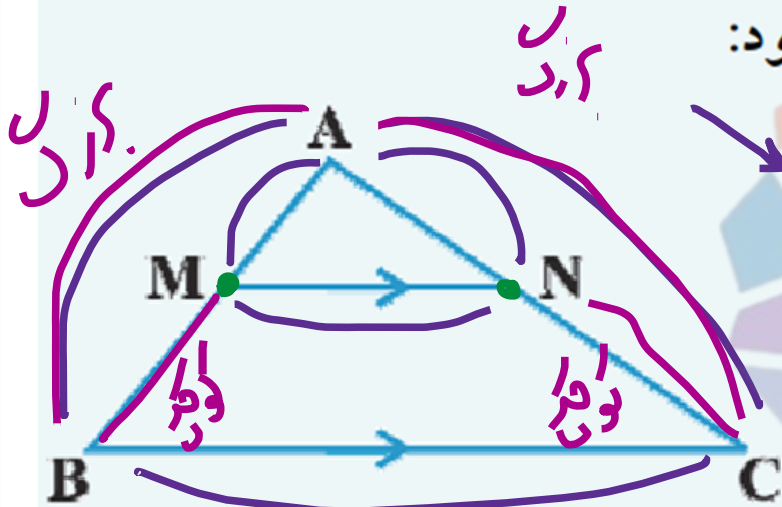
**هوشمند**  
سرزمین تیزهوشان ایران

استاد وحید اسدی کیا



**نکته ۴۹:** قضیه‌ی تالس: هرگاه در یک مثلث، خطی به موازات یکی از ضلع‌های مثلث رسم شود به طوری که

دو ضلع دیگر مثلث را قطع کند، روی آن‌ها پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌شود:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{BM}{AB} = \frac{CN}{AC}$$

گرد به گرد  
معکوس

$$\frac{MB}{AM} = \frac{NC}{AN}$$

جزء به کل از دایره

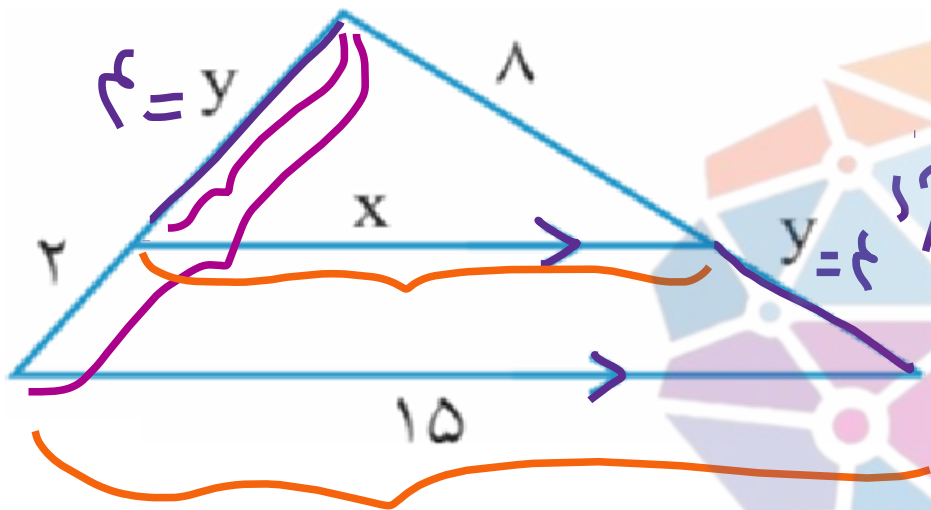
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

جزء به کل





۱۱۸. در شکل زیر مقدار  $x$  چه قدر است؟ (تیزهوشان)



- ۱۰  ۲
- ۱۲  ۱
- ۹  ۴
- ۱۱  ۳

چرا ۲؟  
 $\frac{x}{2} = \frac{4}{8}$

$\Rightarrow y = 16 \Rightarrow y = 4$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{4}{8}$

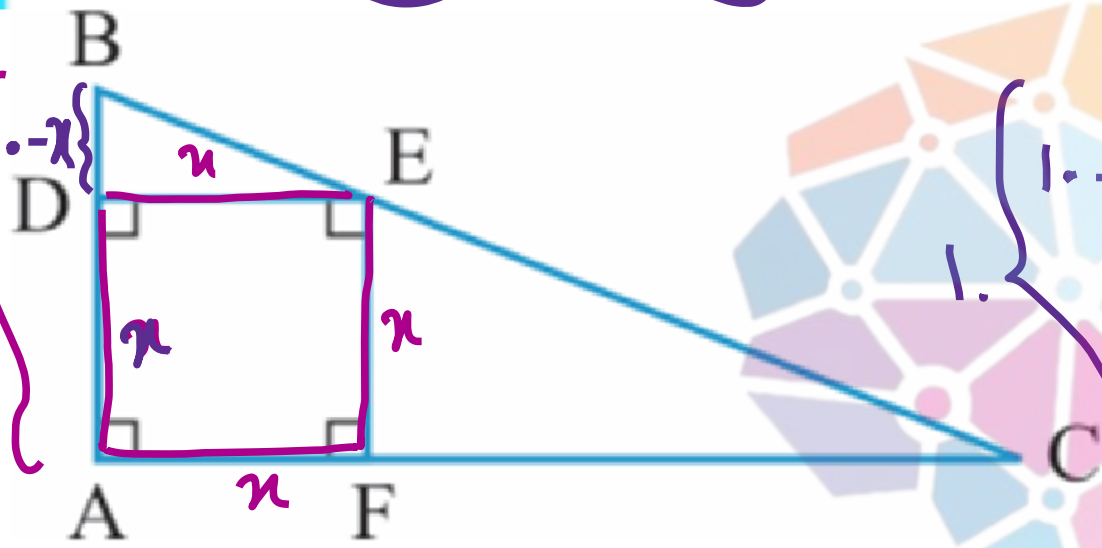
$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 1$



۱۲۱. در مثلث قائم الزاویه  $ABC$ ،  $\overline{AB} = 10$  و  $\overline{AC} = 30$  است. طول ضلع مربع چه قدر

است؟ (تیزهوشان)

- ۶  ۱
- ۷/۵  ۲
- ۸  ۳
- ۹  ۴



۳.

$$\frac{(10 - x)}{10} = \frac{x}{30} \Rightarrow 30 \times (10 - x) = 10x$$

$$300 - 30x = 10x$$

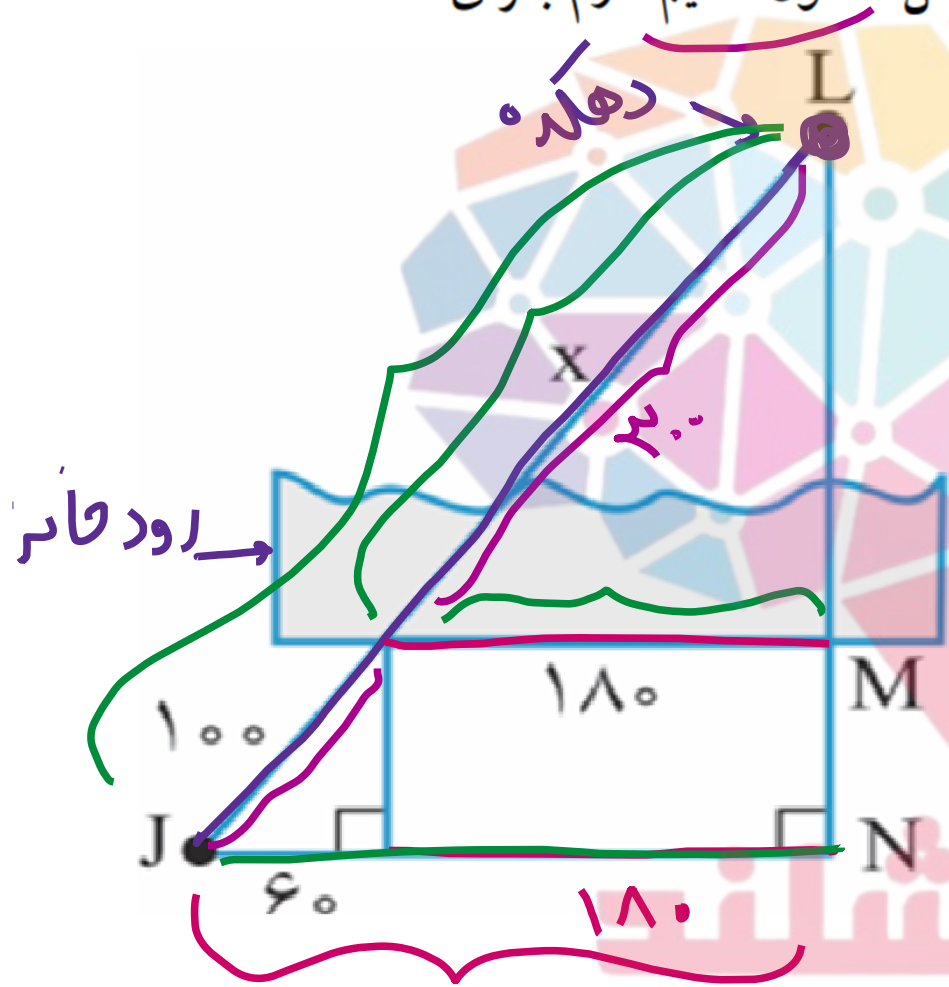
$$300 = 40x$$

$$x = \frac{300}{40} = \frac{15}{2} = 7.5$$



۱۲۳. دهکده‌ای در یک سوی رودخانه‌ای و دکل‌های سراسری انتقال نیرو در سوی دیگر رودخانه واقع است. با توجه به فاصله‌های داده شده در شکل، طول سیم لازم برای

برقرسانی به دهکده، یعنی  $JL$  چند متر است؟ (کنکور)



- ۱ ۱۰۰
- ۲ ۳۰۰
- ۳ ۱۵۰
- ۴ ۴۰۰

$$\frac{x}{x+100} = \frac{180}{240} \Rightarrow \frac{x}{x+100} = \frac{3}{4}$$

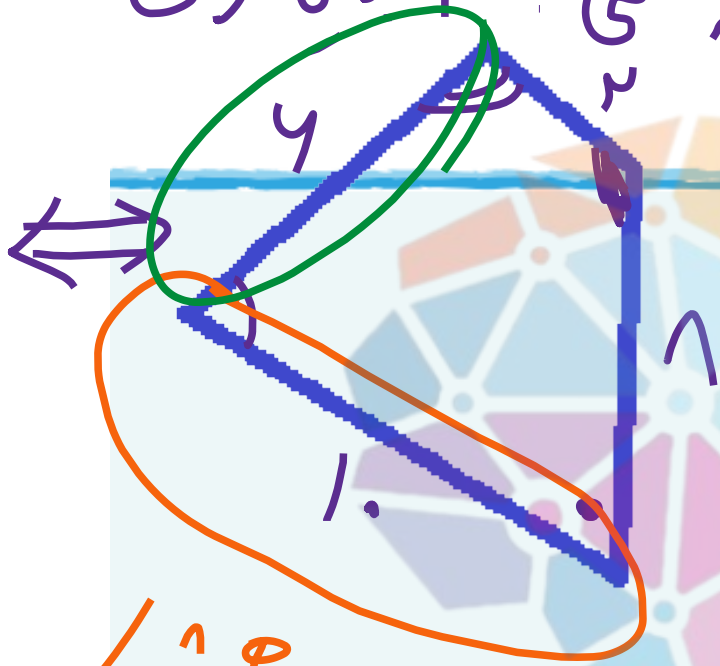
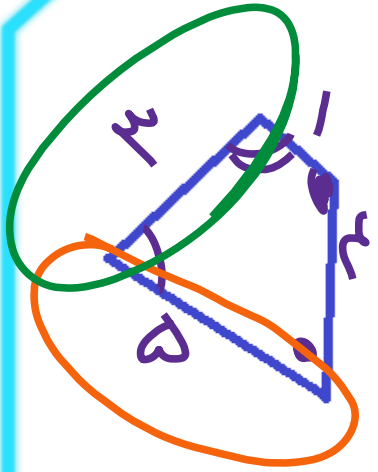
$$4x = 3(x+100)$$

$$4x = 3x + 300 \Rightarrow x = 300$$

جواب - ۴۰۰ = ۳۰۰ + ۱۰۰ = ۲۴۰



# تشابه = نسبت بودن - یعنی با هم نمی به هم سرنگ کردن



۵۱: دو چندضلعی را متشابه گویند هرگاه

۱- تعداد ضلع هایشان با هم برابر باشد.

۲- ضلع هایشان نظیر به نظیر با هم متناسب باشند.

۳- زاویه هایشان نظیر به نظیر با هم برابر باشند.

علامت تشابه، « $\sim$ » است. به نسبت دو ضلع متناظر (نسبت تشابه می گوئیم).

همسره کردن

$$\frac{\text{کوچک}}{\text{بزرگ}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{\text{کوچک}}{\text{کوچک}}$$

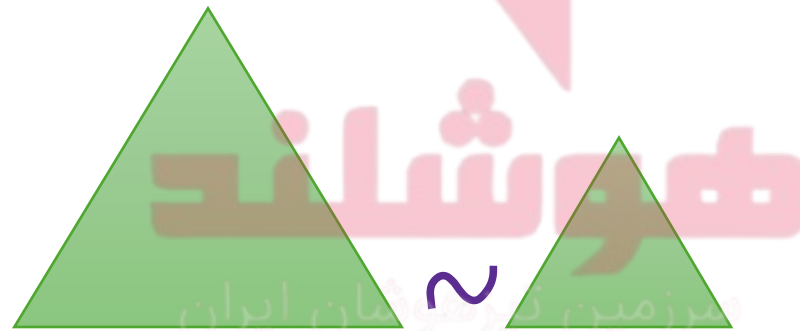
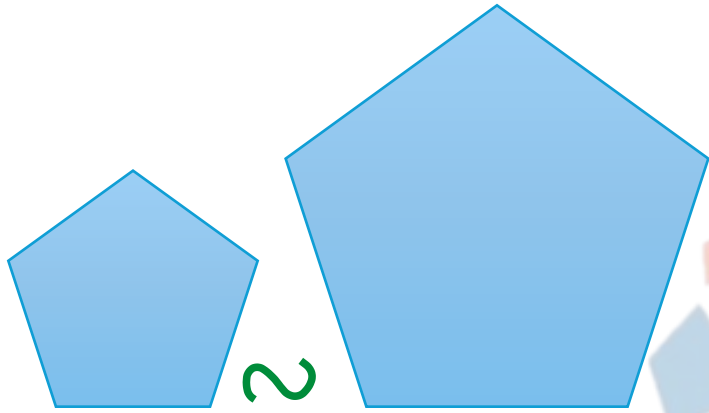
همسری

تشابه

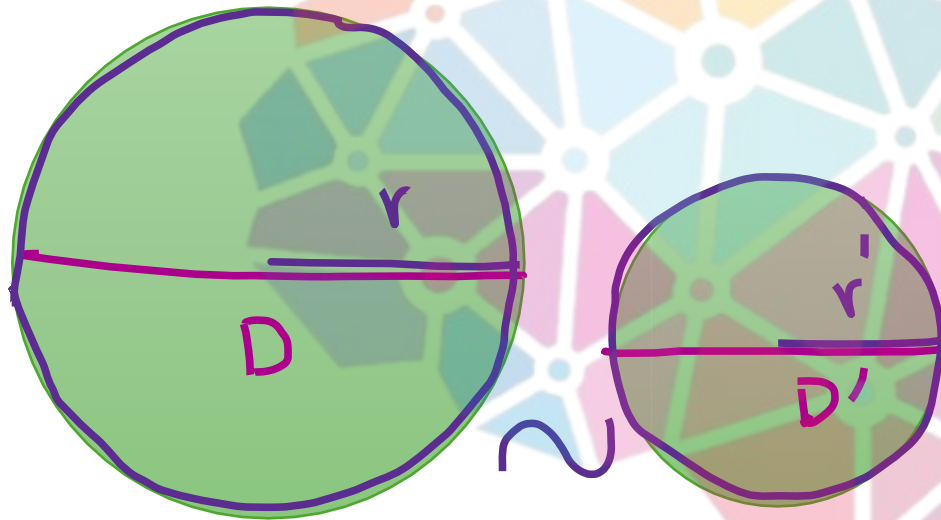




نکته ۵۳: هر دو  $n$  ضلعی منتظم با هم متشابه هستند.



**نکته ۵۴:** هر دو دایره باهم متشابه هستند و نسبت تشابه آنها، نسبت شعاع‌ها یا قطرهای آنها است.



نسبت تشابه شعاع‌ها برابر است با  $\frac{r}{r'}$  و قطرها  $\frac{D}{D'}$  و محیط‌ها  $\frac{C}{C'}$

نسبت شعاع‌ها

$\frac{r}{r'} = \frac{D}{D'}$

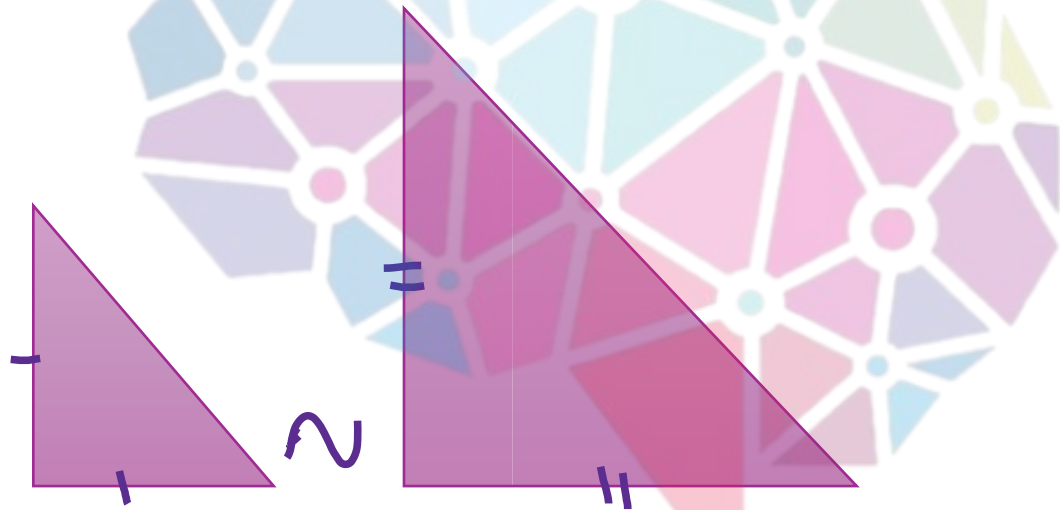
صدا دایره بزرگ  
صدا دایره کوچک

$\frac{r}{r'} = \frac{D}{D'}$

صدا دایره بزرگ  
صدا دایره کوچک



نکته ۵۵: مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین با هم متشابه هستند.



مهروشنند  
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا



**نکته ۵۶:** دو لوزی که یک زاویه‌ی مساوی داشته باشند، با هم متشابه هستند.



مهرشنید  
سرزمین تیزموشان ایران





**نکته ۵۷:** دو چندضلعی همنهشت، همواره با هم متشابه هستند و هر چندضلعی با خودش متشابه است با

نسبت تشابه ۱.



**مهروشلند**

سرزمین تیزهوشان ایران



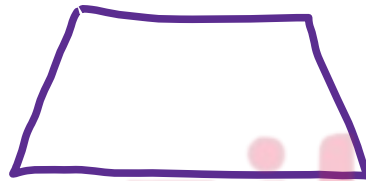
استاد وحید اسدی کیا



۱۲۸. کدام گزینه ممکن است نادرست باشد؟

۱ هر دو  $n$  ضلعی منتظم متشابه‌اند. ۲ هر دو دایره متشابه‌اند.

۳ هر دو دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین متشابه‌اند. ۴ هر دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین متشابه‌اند.



هوشمند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا

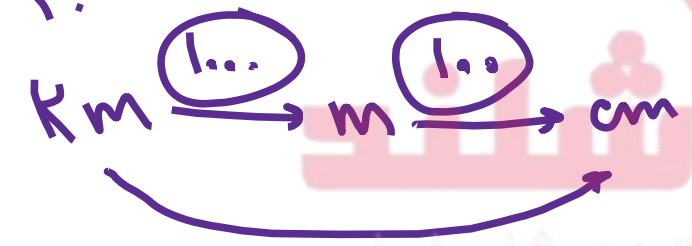


۱۳۳. در نقشه‌ی دیواریِ جغرافیای ایران، فاصله‌ی دو روستا در جنوب ایران، ۲۰ سانتی‌متر است. اگر روی نقشه از این دو نقطه

به تهران وصل کنیم، زاویه‌ی ۴۰° به وجود می‌آید. اگر مقیاس نقشه  $\frac{1 \text{ cm}}{10000}$  باشد، فاصله‌ی واقعی و زاویه‌ی دید واقعی

(تیزهوشان)

آن دو روستا از تهران، چه قدر است؟



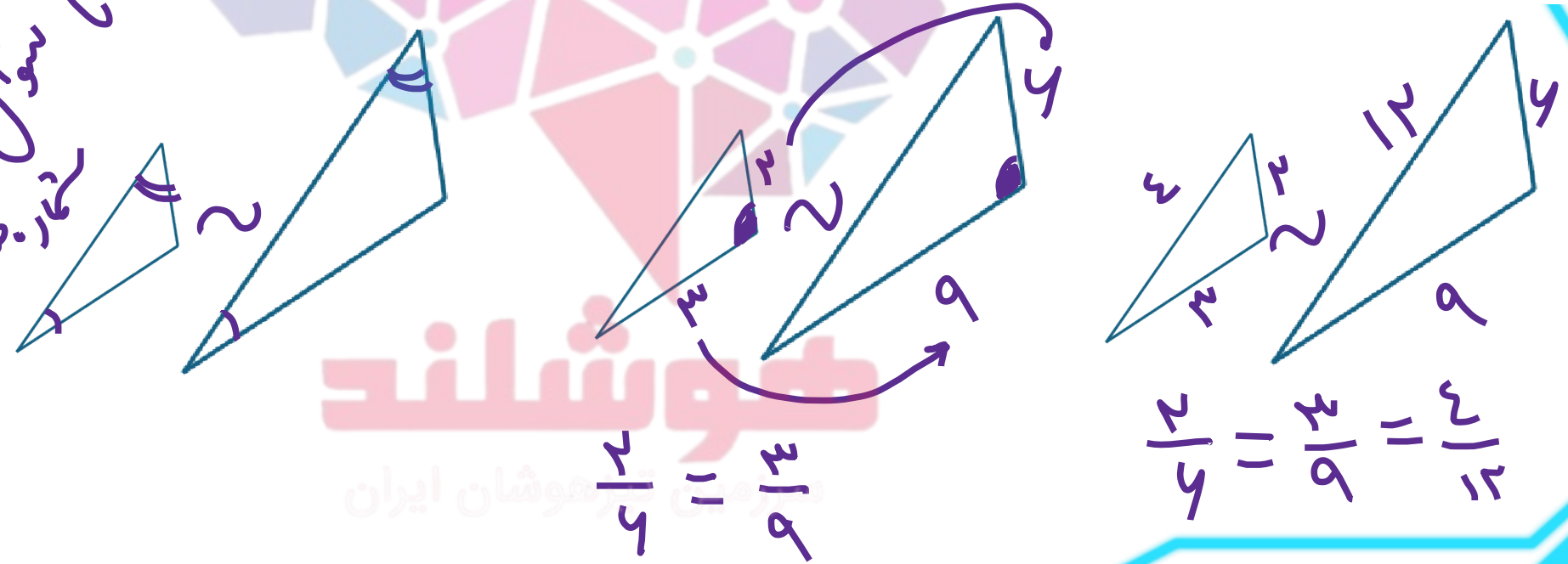
سرزمین تیزهوشان ایران  
**ایران** = سرزمین مردان کاغذ



# اگر یکی از حالت‌های زیر هم باشد، دو مثلث متساوی‌الساقین

- نکته ۵۸:** دو مثلث در سه حالت با یکدیگر متشابه‌اند: حالت اول: برابری دو زاویه‌ی متناظر (ز ز) حالت دوم: متناسب بودن دو ضلع و مساوی بودن زاویه‌ی بین آن دو ضلع حالت سوم: متناسب بودن سه ضلع

نمودن از ۱۱۱  
با سوال شماره ۱۳۹





۱- در نوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها 9 و 4 واحد و طول ساق‌ها 6 و 5 واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون نوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

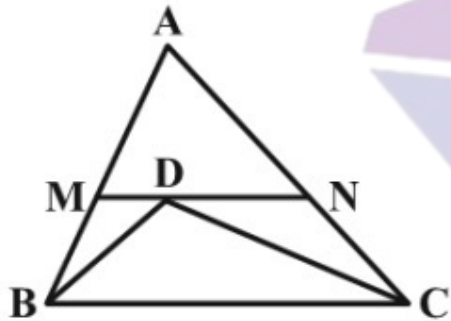
12/8 (۴)

12/2 (۳)

11/6 (۲)

11/5 (۱)

۲- در مثلث شکل مقابل از نقطه‌ی D محل برخورد نیمسازهای زوایای B و C خطی موازی BC رسم کرده‌ایم تا اضلاع AB و AC را به ترتیب در M و N قطع کند. اگر  $AB=8$  و  $AC=10$ ،  $BC=12$ ، آن‌گاه طول MN کدام است؟



7 (۱)

7/2 (۲)

7/4 (۳)

7/6 (۴)

حسابه ریاضی

مغز شلند

سرزمین تیزهوشان ایران

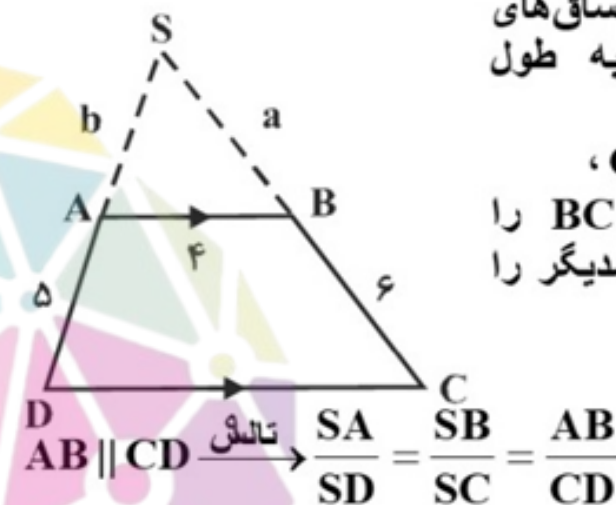


استاد وحید اسدی‌کیا



# ۱- گزینه (ب)

مطابق شکل، ساق‌های  
 دوزنقه ABCD به طول  
 اضلاع  
 $CD = 9$ ،  $AB = 4$   
 $BC = 6$  و  $AD = 5$   
 امتداد می‌دهیم تا همدیگر را  
 در S قطع کنند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4 \\ \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/8 \end{cases}$$

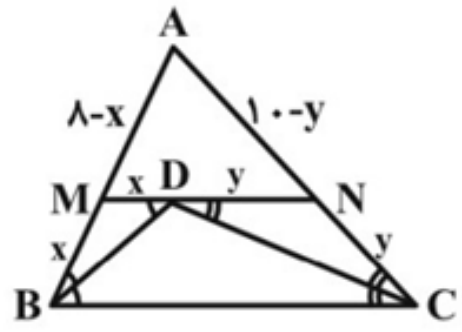
$$\Rightarrow \text{محیط مثلث SAB} = 4 + 4/8 + 4 = 12/8$$

# ۲- گزینه (ب)

با توجه به شکل، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{8-x}{8} = \frac{x+y}{12} = \frac{10-y}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 96 - 12x = 8x + 8y \\ 120 - 12y = 10x + 10y \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 4y = 48 \\ 10x + 22y = 120 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 4, x = 3/2 \Rightarrow x + y = 7/2$$

$$\Rightarrow MN = 7/2$$

بالمح حساب کرده‌ایم  
 بهترین: سن ۱۱۷ تا ۱۳۹ شماره‌ها فرد

