



استاد وحید اسدی کیا



نکته

: پاره خطی که وسط دو ضلع از مثلثی را به هم وصل می کند، موازی و نصفِ ضلع سوم مثلث است.

☆ توجه: به این نکته، قضیه‌ی میان خط در مثلث می گویند. هونی:



دایره: کلاس
پرهون
کتاب جامع
اساتد و اساتذات
کلی با اولادها



استاد وحید اسدی کیا



مفروضات
ارسال با توجه
فقدن

فصل

۳

استدلال و اثبات

در هندسه

سرزمین فیثاغورس

استاد وحید اسدی کیا



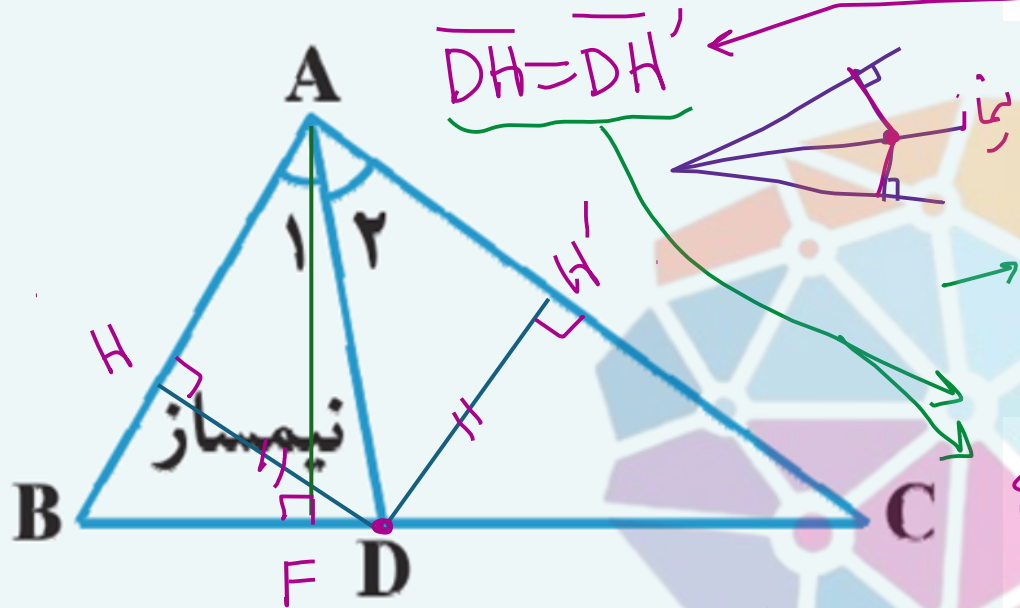
نکته

در هر مثلث با رسم یکی از نیمسازها داریم:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}$$

نکته: فاصله هر نقطه از دو نیمساز،

از دو ضلع زاویه به یک اندازه است



$$S_{\Delta ADB} = \frac{\overline{DH} \times \overline{AB}}{2} = \frac{\overline{AF} \times \overline{BD}}{2}$$

$$S_{\Delta ADC} = \frac{\overline{DH'} \times \overline{AC}}{2} = \frac{\overline{AF} \times \overline{DC}}{2}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}$$

هم ارتفاع AF، هم ارتفاع ABD است
هم ارتفاع ADC است.

هوشمند

سازمان تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



متوازی الاضلاع



ملمه‌ی روبرو با هم موازی هستند

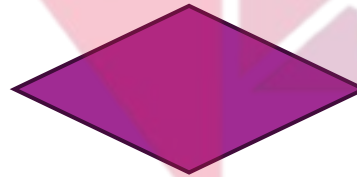
همه‌ی ضلع‌ها موازی الاضلاع هستند



مربع



مستطیل



لوزی



مستطیل الاضلاع



استاد وحید اسدی کیا



سرزمین تیزهوشان ایران

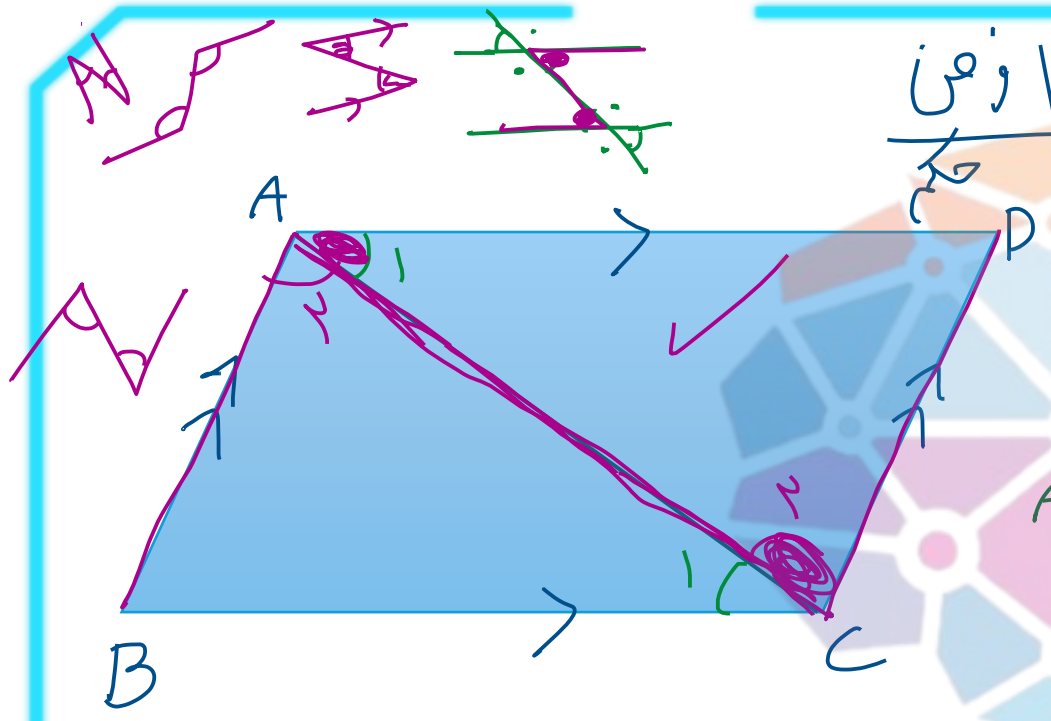
تفوق شنند

متوازی الاضلاع

زین حکم $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$

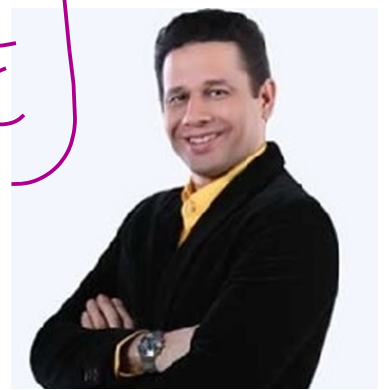
ثابت کنید در متوازی الاضلاع، $\overline{AD} = \overline{BC}$ و $\overline{AB} = \overline{DC}$

ضلع‌های روبه‌رو با هم مساوی‌ند.



$AD \parallel BC$ و AC مورب $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$
 $AB \parallel DC$ و AC مورب $\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2$
 $\overline{AC} = \overline{AC}$

$\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC$ زینز
 اخذ می‌نمایم
 $\Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AB = DC \end{cases}$
 حکم اثبات شد



استاد وحید اسدی‌کیا

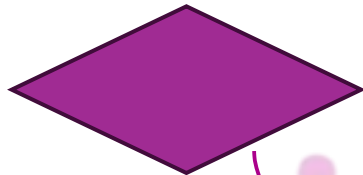
خواص متوازی الاضلاع، مستطیل، مربع و لوزی

نکته

متوازی الاضلاع چهارضلعی ای است که ضلع های روبه رویش با هم موازیند که نتیجه می دهد:

- ضلع های روبه رو با هم مساویند.
- زاویه های روبه رو با هم مساویند.
- زاویه های مجاور به یک ضلع، مکملند.
- قطر ها منصف یکدیگرند.

توجه: به کمک همنهشتی مثلث ها و خطوط موازی و مورب می توانید موارد فوق را اثبات کنید.



مربع، لوزی و مستطیل است

مستطیل از المانهای که زاویه ها با آن قائمه است.

مستطیل از المانهای است که ضلع های با هم برابرند.

لوزی، متوازی الاضلاع است که ضلع های با هم برابرند و زاویه های مجاور مکملند.



استاد وحید اسدی کیا

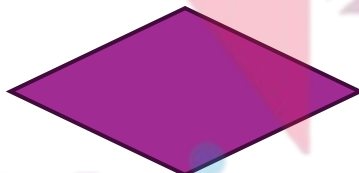
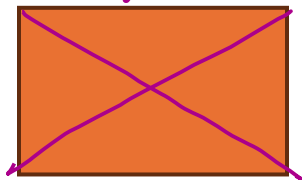


نکته

: مربع، مستطیل و لوزی، نوعی متوازی الاضلاع هستند پس خواص آن را دارند.

نکته

مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه‌های آن قائمه باشد. توجه کنید که اگر یکی از زاویه‌ها نیز قائمه باشد، طبق خواص متوازی الاضلاع، زاویه‌های دیگرش نیز قائمه می‌شود. مستطیل همه‌ی خواص متوازی الاضلاع را دارا است. هم‌چنین در مستطیل قطرها با هم برابرند ولی قطرهای عمود منصف یکدیگر نیستند.



لزوماً

مربع لوزی مستطیل اس



استاد وحید اسدی‌کیا



هر چهار ضلعی ای که **قطرهاش** منصف هم باشند، متوازی الاضلاع است. $\overline{MA} = \overline{MC}$ و $\overline{MB} = \overline{MD}$ **نقطه**

مکعب $AD \parallel BC$ و $AB \parallel DC$



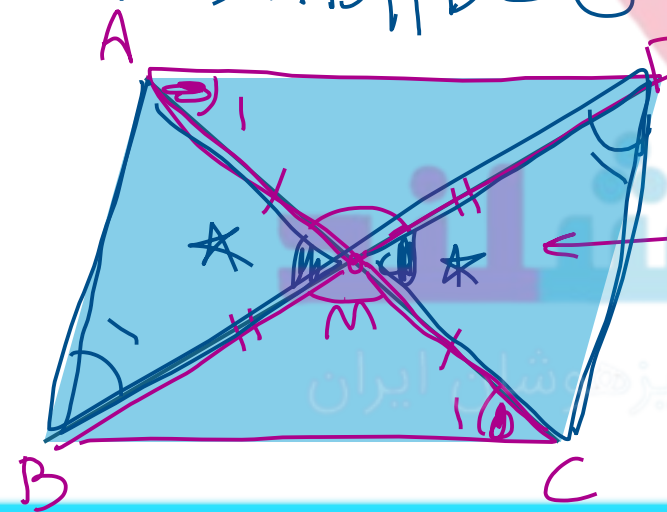
نکته ← یک چهارضلعی متوازی الاضلاع است اگر دو قطرش منصف یکدیگر باشند و برعکس.

- اگر دو قطر بر هم عمود و منصف یکدیگر باشند، چهارضلعی لوزی است. $\triangle AMD \cong \triangle BMC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AD \parallel BC$ (1)

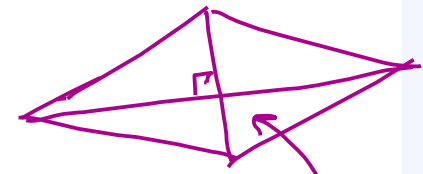
- اگر دو قطر با هم مساوی، بر هم عمود و منصف یکدیگر باشند، چهارضلعی مربع است. **منزه**

- اگر دو قطر مساوی و منصف یکدیگر باشند، چهارضلعی مستطیل است. $\triangle AMB \cong \triangle MDC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AB \parallel DC$ (2)

$ABCD$ متوازی الاضلاع است.

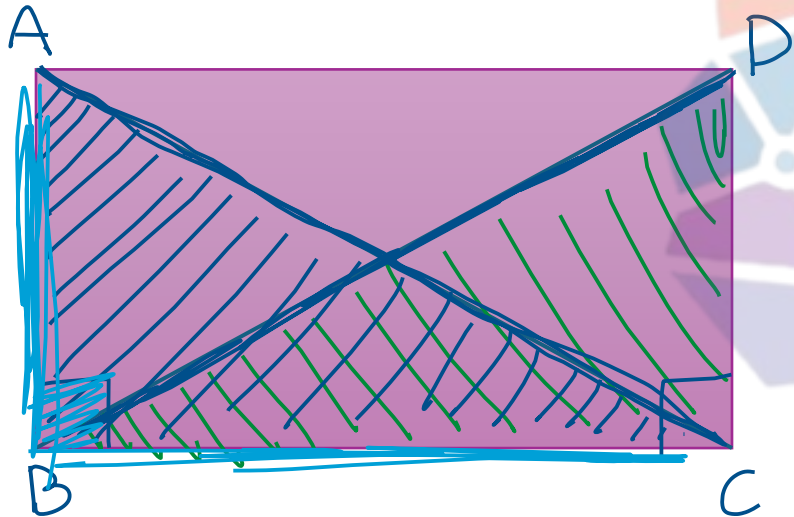


قطرها مساوی هستند
قطرها منصف هستند



استاد وحید اسدی کیا

اثبات در چهارضلعی‌ها (متوازی‌الاضلاع، مستطیل، مربع، لوزی و ذوزنقه)



ثابت کنید در مستطیل قوتها با هم برابرند.

$$\overline{AB} = \overline{DC}$$

$$\overline{BC} = \overline{BC}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

دو ضلع مستطیل

ضلع مشترک

$$\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DCB$$

قضیة حق

اجزای متساوی

$$\overline{AC} = \overline{BD}$$

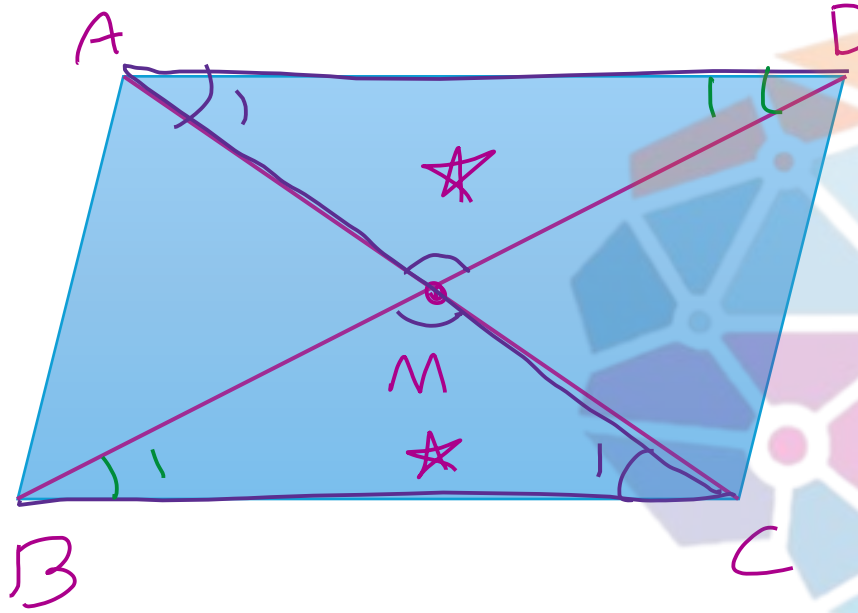
مکمل



استاد وحید اسدی کیا



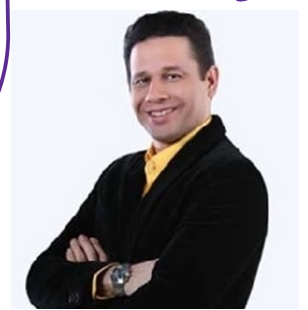
ثابت کنید در متوازی الاضلاع قطرها همدیگر را نصف میکنند



متوازی الاضلاع ABCD
 حکم $\overline{MA} = \overline{MC}$ و $\overline{MB} = \overline{MD}$

$\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ و $AD \parallel BC$ و AC مورب
 $\hat{D}_1 = \hat{B}_1$ و $AD \parallel BC$ و BD مورب
 $\overline{AD} = \overline{BC}$ در متوازی الاضلاع

$\Rightarrow \triangle AMD \cong \triangle BMC$
 زغناز



استاد وحید اسدی کیا

اجزای متساوی
 $\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MA = MC \\ MB = MD \end{array} \right.$
 حکم اثبات شد

سوال: ثابت کنید اگر در یک چهارضلع،

دو ضلع روبرو بهم، با یکدیگر موازی و

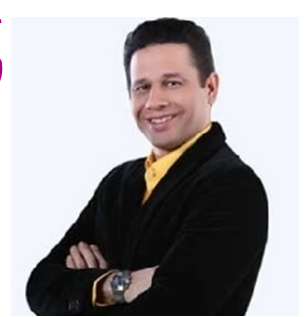
موازی باشند، آن چهارضلع متوازی الاضلاع است.

پرهان: از $A \rightarrow C$ وصل می‌کنیم و از $D \rightarrow B$ وصل می‌کنیم. در این صورت

مبدأً اثبات کردیم که اگر در یک چهارضلعی

فوقها یکدیگر را قطع کنند، متوازی الاضلاع

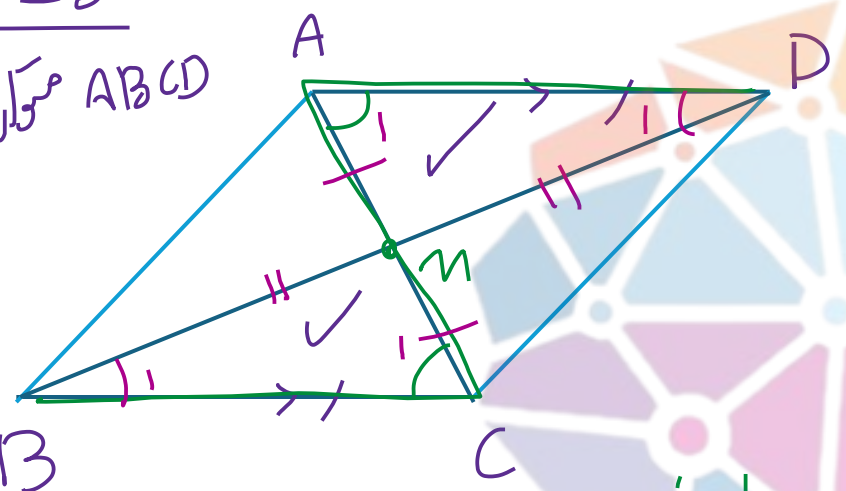
است. روش دوم:



استاد وحید اسدی کیا

فرض $AD \parallel BC$

موازی الاضلاع ABCD

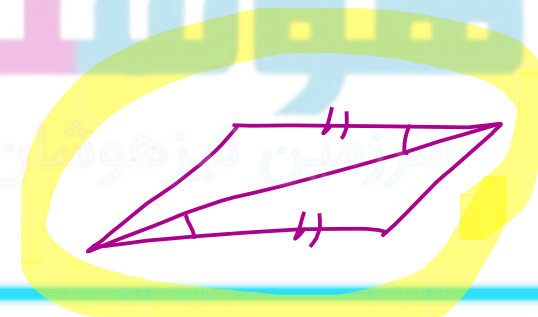


$\triangle AMD \cong \triangle BMC$
زفتن



$AM = MC$
 $BM = MD$

لکچرین از سوال ۲۰ صفحه ۴۴
تا ۴۶ هدیه ارسال با جمعیت



موازی الاضلاع