



مریدانم ←

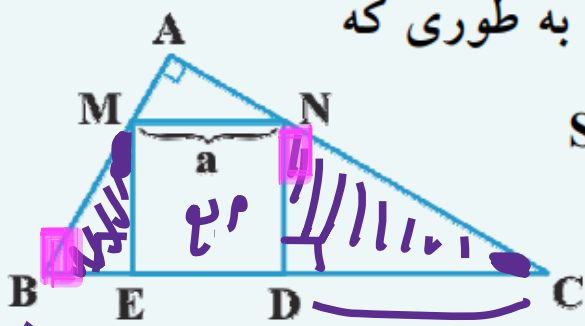


استاد وحید اسدی کیا



**نکته**

۷۱: هرگاه یکی از ضلع‌های مربعی روی وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار گیرد به طوری که



$$S_{\text{مربع}} = a^2 = \overline{BE} \times \overline{DC}$$

دو رأس آن روی دو ضلع قائم مثلث باشد، همواره داریم:

اثبات  $\triangle MBE \sim \triangle DNC$  است.

نمونه  
شماره‌ها ۱۸۷ تا ۱۸۹



ضلع مربع = ۶

$$\sqrt{۳۶} = ۶$$

$$۳۶ \text{ مربع} = ۹ \times ۶ = ۳۶$$



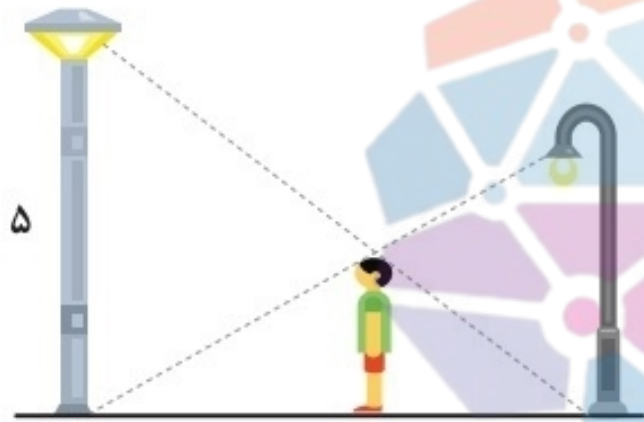
# فصل ۳ استدلال و اثبات در هندسه

استاد وحید اسدی کیا





دو تیر چراغ برق به فاصله ۱۰ متر از هم قرار دارند. سامان بین این دو تیر قرار گرفته به طوری که سایه او از تیر اول که ۳ متر است تا پای تیر دوم کشیده شده است و همچنین سایه او از تیر دوم که ۵ متر است تا پای تیر اول کشیده شده است. قدر



سامان چقدر است؟

مسئله را با همی

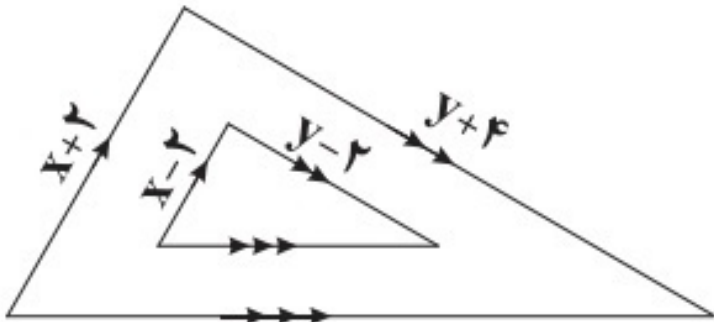
۱/۸۷۵ (۱)

۱/۶۴ (۲)

۱/۷۵ (۳)

۱/۶۲۵ (۴)

مثلث‌های  $ABC$  و  $DEF$  متشابه‌اند. اگر  $2y - x = 6$  باشد، مقدار  $x$  کدام است؟



۳/۲ (۱)

۳/۵ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

نمونه شماره‌ها ۱۸۷۵



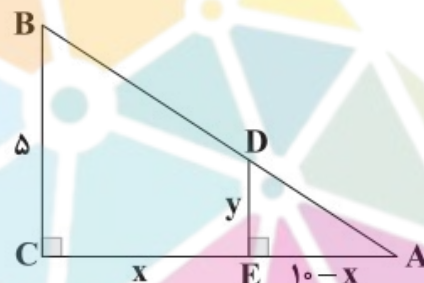
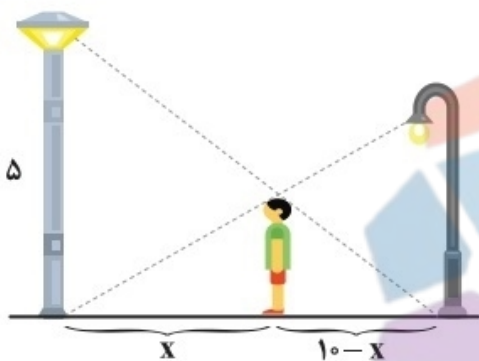


# مسئله ۷ ریاضی

## پایه نهم | مسأله:

گزینه ۱

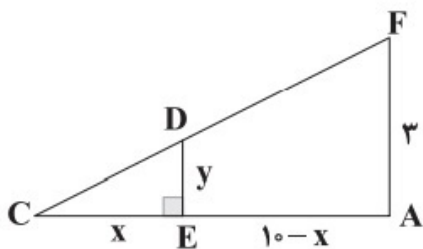
ابتدا از هر لامپ تیر چراغ برق، به پای تیر مقابل می‌کشیم. آن‌گاه خواهیم داشت:



دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه هستند؛ پس:

$$\frac{10-x}{10} = \frac{y}{5} \Rightarrow 10y = 50 - 5x \quad (I)$$

به طور مشابه دو مثلث  $ACF$  و  $CDE$  متشابه هستند؛ پس:



$$\frac{x}{10} = \frac{y}{3} \Rightarrow 10y = 3x \quad (II)$$

با توجه به رابطه I و II داریم:

$$3x = 50 - 5x \Rightarrow 8x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{8} = \frac{25}{4}$$

$$10y = 3\left(\frac{25}{4}\right) \Rightarrow y = \frac{75}{40} = 1.875$$

بنابراین طول قد سامان برابر است با:



# دایخ سوئال ۲ صافه ۷ ریاضی

۲- گزینه ۴ چون دو مثلث متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{y+4}{y-2} \rightarrow (x+2)(y-2) = (x-2)(y+4) \Rightarrow \cancel{xy} - 2x + 2y - 4 = \cancel{xy} + 4x - 2y - 8$$

$$\Rightarrow 4x - 4y = 4 \Rightarrow 3x - 2y = 2 \Rightarrow 2y = 3x - 2 \quad \text{رابطه ①}$$

$$2y - x = 4 \Rightarrow 2y = x + 4 \quad \text{رابطه ②}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$\Rightarrow 3x - 2 = x + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow \underline{x = 3}$$

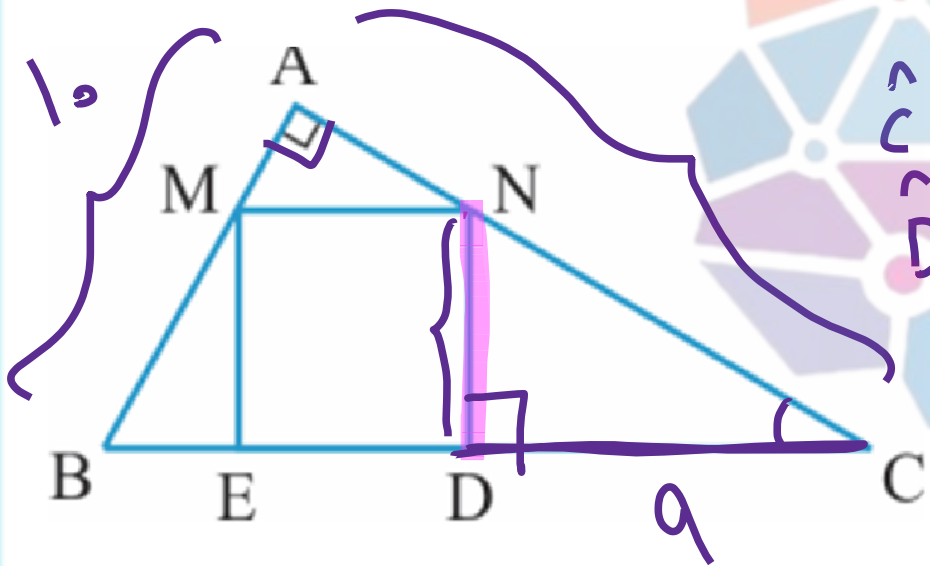
هوش‌شنند

سرزمین تیزهوشان ایران



۱۸۸. مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  و مربع  $MNDE$  داخل آن مفروض است. با توجه به

اندازه‌های  $\overline{AB} = 10$ ،  $\overline{AC} = 18$  و  $\overline{CD} = 9$ ، ضلع مربع کدام است؟ (آزمون ورودی)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{D} = \hat{A} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\triangle CND \sim \triangle ABC$$

$$\frac{5}{9} \quad (2) \quad \frac{10}{3} \quad (1)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{\overline{DN}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{\overline{DN}}{10} = \frac{9}{18}$$

$\xrightarrow{\times 10}$        $\xrightarrow{\times 18}$

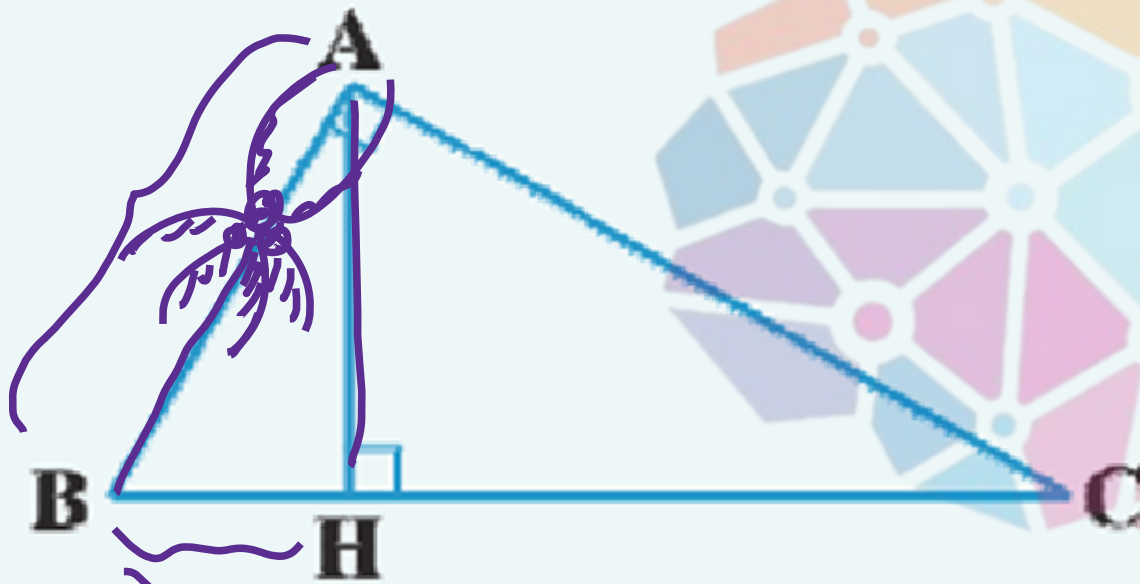
$$\overline{DN} = 5$$

موسسه تیزهوشان ایران





نکته ۷۲: در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر در آن داریم:



$$\left(\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right)^2 = \frac{\overline{HC}}{\overline{HB}}$$

~~$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{BC}$$~~

~~$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$$~~

مفوشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



نکته: واسطه حسابی: به طور مثال  $b$  را واسطه حسابی بین  $a$  و  $c$

میگویند:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

مثال: ۵، واسطه حسابی برای اعداد ۳ و ۷ است زیرا

$$5 = \frac{3+7}{2}$$

نکته: واسطه هندسی:  $p$  را واسطه هندسی برای  $a$  و  $c$

$$p = a \times c$$

مثال: ۶، واسطه هندسی برای اعداد ۴ و ۹ است

$$6 = \sqrt{4 \times 9}$$



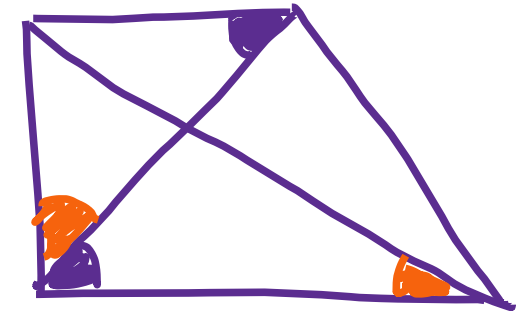
۱۹۸. اگر دو قطر دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ای بر هم عمود باشند، ارتفاع دوزنقه، واسطه‌ی هندسی است بین **دو قاعده** (کنگور)

۱ دو ساق

۳ یک ساق و قاعده‌ی بزرگ‌تر

۲ دو قاعده

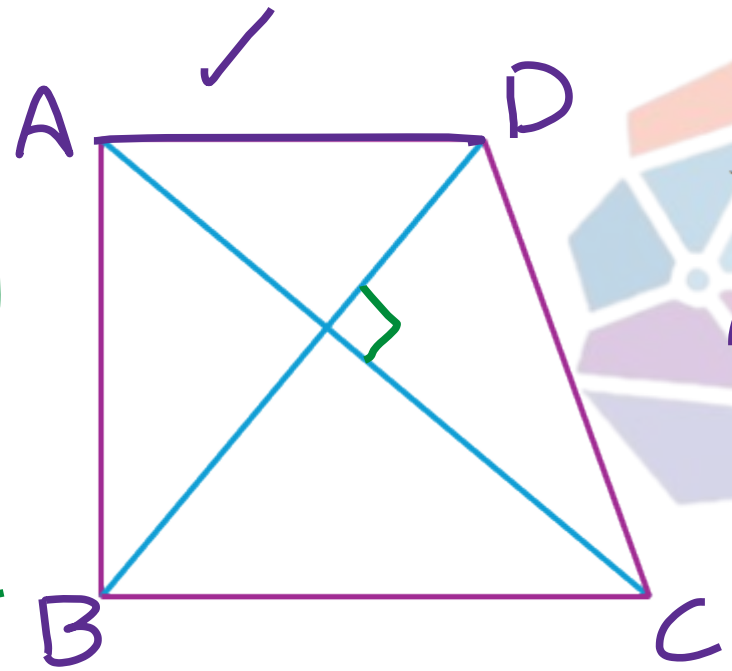
۴ یک ساق و قاعده‌ی کوچک‌تر



$\triangle ABD \sim \triangle ABC$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AC}$$

$$AB^2 = AD \times BC$$



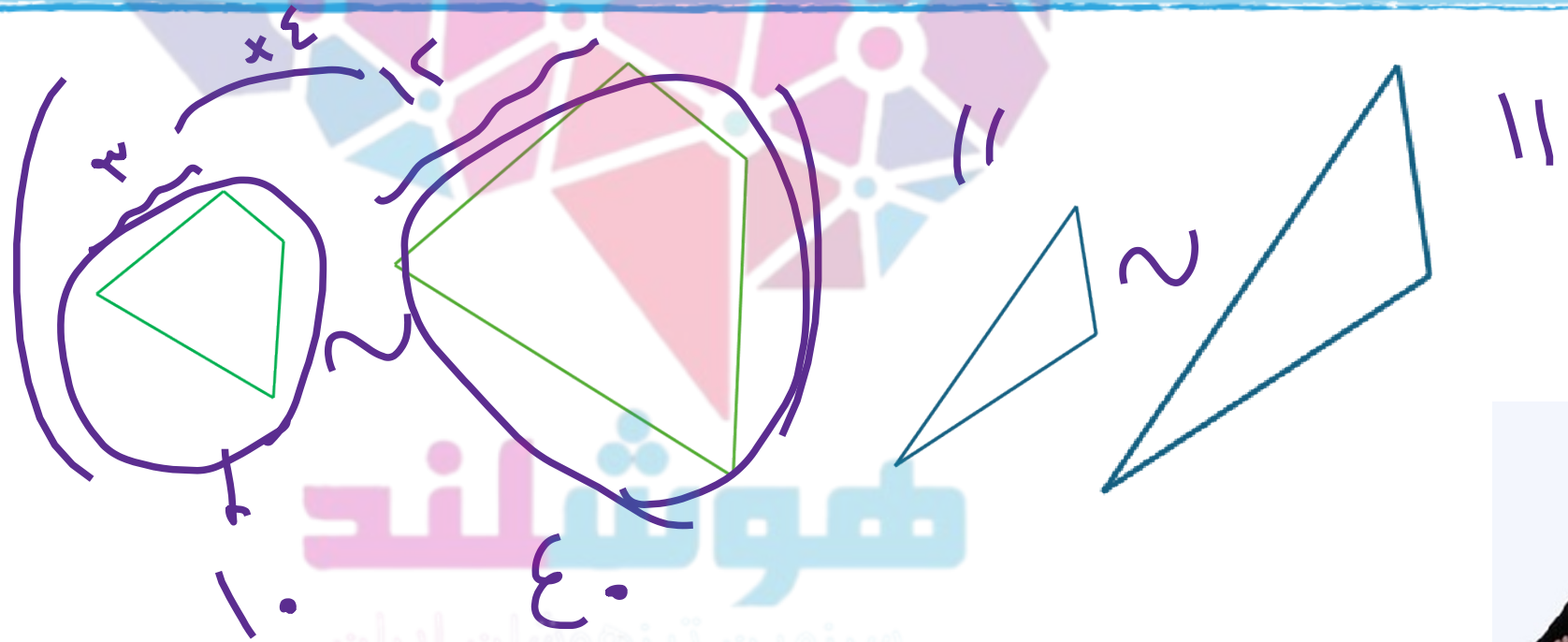
ارتفاع دوزنقه





## تشابه و محیط و مساحت

**نکته ۷۳:** نسبت محیط‌ها در هر دو چندضلعی متشابه، با نسبت تشابه آنها برابر است. پس نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه آنها برابر است.



۲۰۱. نسبت تشابه دو ۲۰ ضلعی،  $\frac{۳}{۴}$  است. اگر محیط یکی از آنها، ۱۲۰ سانتی متر باشد، محیط دیگری چند سانتی متر

(آزمون ورودی)

است؟

Handwritten solution showing a diagram of a polygon with a wavy line indicating a cut, and a table of calculations for four different cases (1, 2, 3, 4). The table shows the ratio of perimeters and the resulting perimeter for each case.

Case	Ratio	Perimeter
۱	$\frac{۳}{۴}$	۱۶۰
۲	$\frac{۳}{۴}$	۱۰۰
۳	$\frac{۳}{۴}$	۹۰
۴	$\frac{۳}{۴}$	۹۰ یا ۱۶۰

مفوشلند

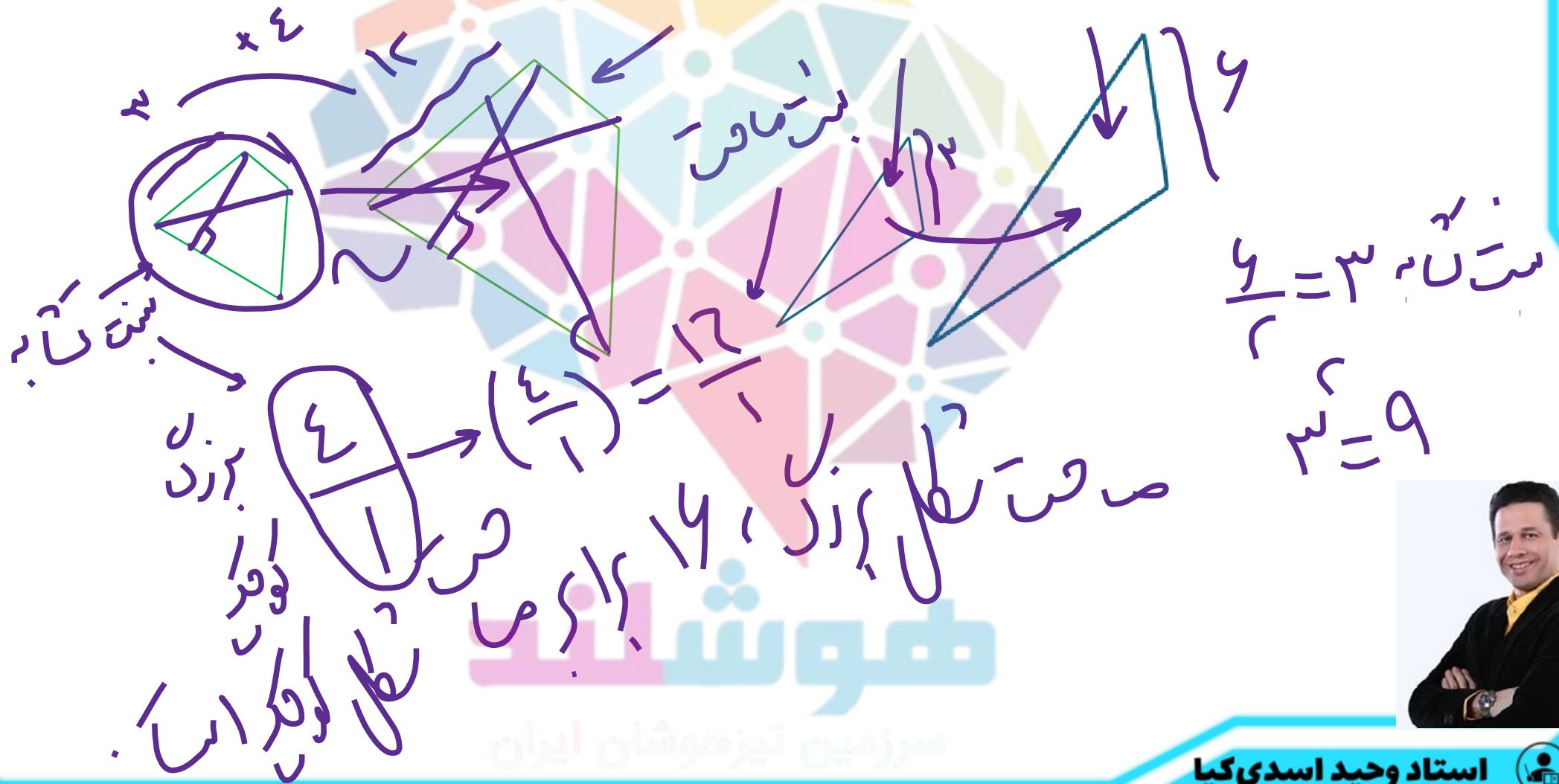
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



**نکته ۷۶:** نسبت مساحت دو چندضلعی متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است.





✉ ۲۰۳. اگر نسبت تشابه دو مثلث  $\frac{۳}{۴}$  باشد، نسبت مساحت‌هایشان چه قدر است؟

$$\frac{۹}{۳۲} \quad \text{④}$$

$$\frac{۳}{۸} \quad \text{③}$$

$$\frac{۹}{۱۶} \quad \text{②}$$

$$\frac{۳}{۴} \quad \text{①}$$

$$\left(\frac{۳}{۴}\right)^2 = \frac{۹}{۱۶}$$

مغز شنند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



۲۰۵. نسبت مساحت دو مثلث متشابه  $\frac{49}{128}$  است. اگر یک ضلع مثلث کوچک تر ۲۱ سانتی متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در

مثلث بزرگ تر چند سانتی متر است؟

(کنگور)

مساحت دو مثلث

$$\sqrt{\frac{49}{128}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{128}} = \frac{7}{\sqrt{2^7 \cdot 2}} = \frac{7}{2^4 \sqrt{2}} = \frac{7}{16\sqrt{2}}$$

$$\frac{7}{16\sqrt{2}} = \frac{21}{x\sqrt{2}} \quad \text{نسبت مساوی}$$

$$7x = 21 \cdot 16 \Rightarrow x = 48$$

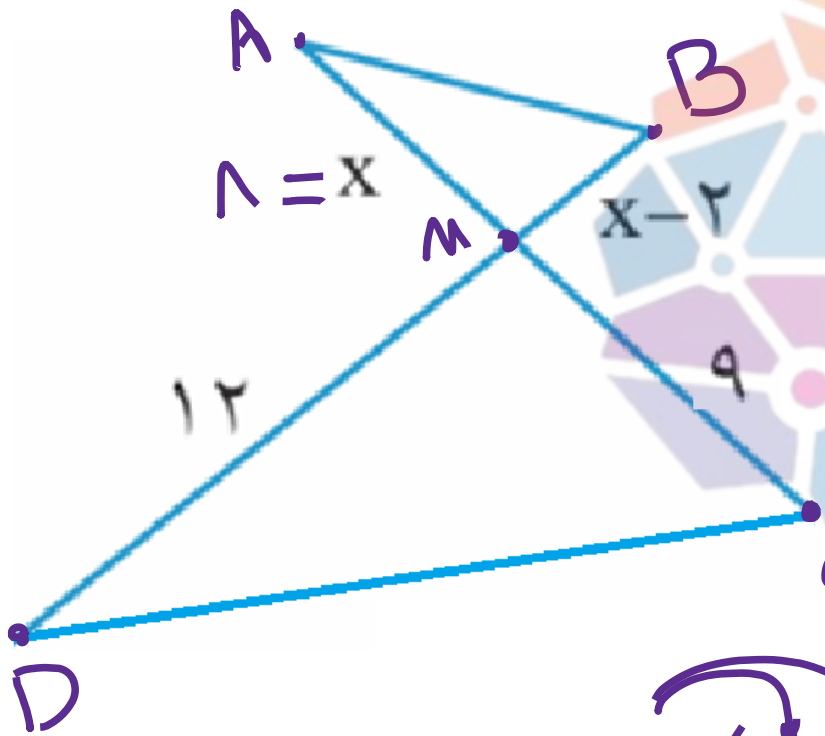
- ۲)  $21\sqrt{3}$
- ۴)  $24\sqrt{3}$

- ۱)  $21\sqrt{2}$
- ۳)  $24\sqrt{2}$  (circled)

مفوشننت  
سرزمین تیزهوشان ایران



۲۰۹. در شکل زیر دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت این دو مثلث چه قدر است؟  
 کنگور + آزمون ورودی



$$\frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{x-2}{9} = \frac{x}{12}$$

$$2(x-2) = 3x$$

$$2x - 4 = 3x \Rightarrow x = 8$$

نسبت مساحت

$$\frac{4}{9}$$

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

$$\frac{5}{5} = \frac{2}{3}$$

$$= \frac{3}{6}$$




**نکته ۷۷:** در دو مثلث متشابه، نسبت میانه‌های نظیر و نیمسازهای نظیر، با نسبت تشابه برابر است.

ارتفاعها، منورها، منورها



مفروضانند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا

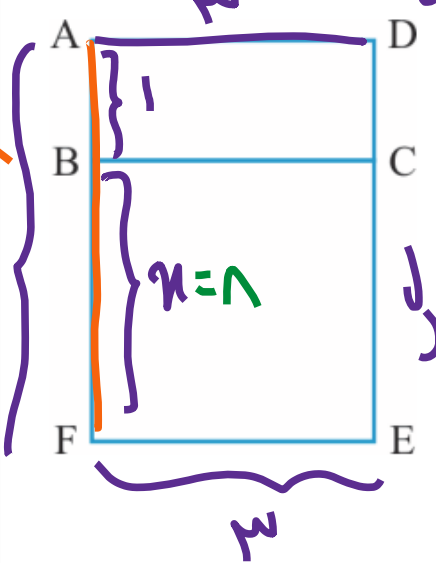


۲۱۹. مطابق شکل، دو مستطیل ABCD و ADEF متشابه‌اند. اگر  $\overline{AB} = 1$  و  $\overline{AD} = 3$  باشد، مساحت مستطیل ADEF چند

(آزمون ورودی + کنکور)

برابر مساحت مستطیل BCEF است؟

$1+1=2$



طول افقی

$\overline{AD}$

$\overline{AB}$

$\overline{AF}$

$\overline{FE}$

طول عمودی

عرض عمودی

$$S_{ADEF} = 9 \times 3 = 27$$

$$S_{BCEF} = n \times 3 = 24$$

$$\frac{27}{24} = \frac{9}{8}$$

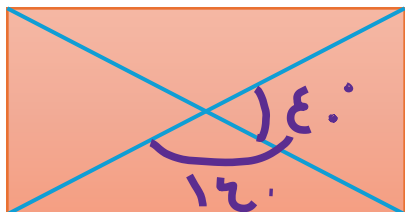
$$\frac{3}{1+n} = \frac{1}{3}$$

$$1+n = 9 \Rightarrow n = 8$$

- ۱  $\frac{3}{2}$
- ۲  $\frac{10}{9}$
- ۳  $\frac{9}{8}$
- ۴  $\frac{4}{3}$



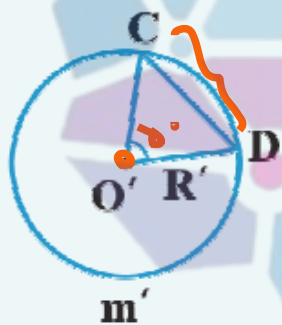
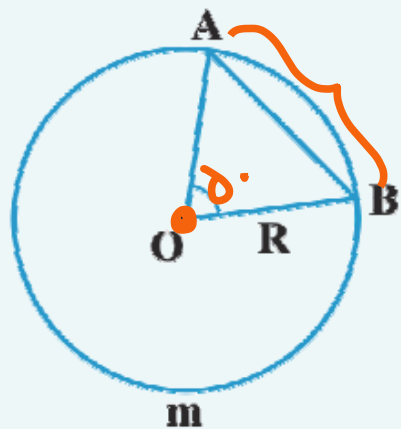
**نکته ۷۸:** دو مستطیل که زاویه‌ی بین قطرهایشان با هم برابر باشد، متشابه‌اند.



**نکته ۸۰:** نسبت تشابه دو دایره، با نسبت شعاع آنها، قطر آنها و محیط آنها برابر است.

**نکته ۸۱:** نسبت وترهای نظیر به کمانهای مقابل به زاویه‌های

مرکزی مساوی در دو دایره، با نسبت تشابه دو دایره برابر است:



$$\left. \begin{array}{l} \text{دایره } m \sim \text{دایره } m' \\ \hat{O} = \hat{O}' \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{DC}} = \frac{R}{R'}$$





**نکته ۸۲:** هر گاه هر یک از مختصات رئوس یک چندضلعی،  $a$  برابر مختصات رئوس چندضلعی دیگری باشد ( $a \in \mathbb{R}$ )، دو چندضلعی با یکدیگر متشابهند و نسبت تشابه آنها  $a$  است. پس می توان نتیجه گرفت نسبت محیط آنها  $a$  و نسبت مساحت آنها  $a^2$  است.

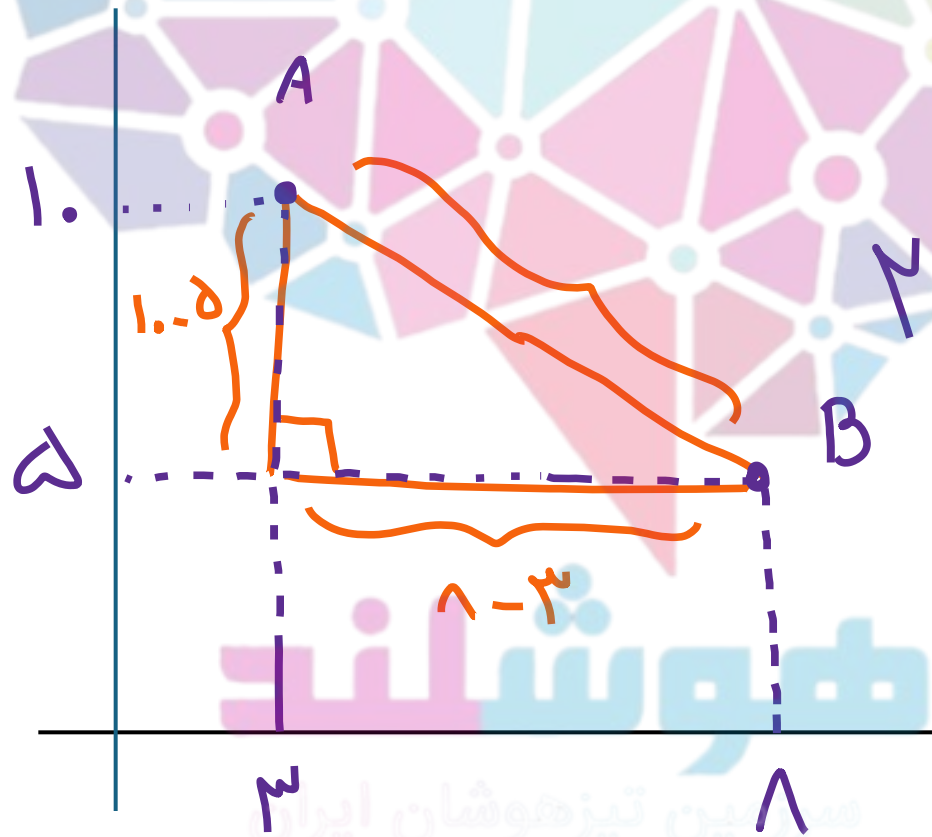


مفوقشانند  
سرزمین تیزهوشان ایران



نکته ۸۳: فاصله‌ی دو نقطه‌ی  $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$  در دستگاه مختصات برابر است با:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(3 - 8)^2 + (10 - 5)^2} = \sqrt{25 + 25}$$



$$\overline{AB} = \sqrt{50}$$

تقریباً : ۱۸۸ تا ۲۲۳

شماره‌های زوج

صلوات  
فعل ۳ تا م صلوات

