



تیزهوشان

سرزمین تیزهوشان ایران



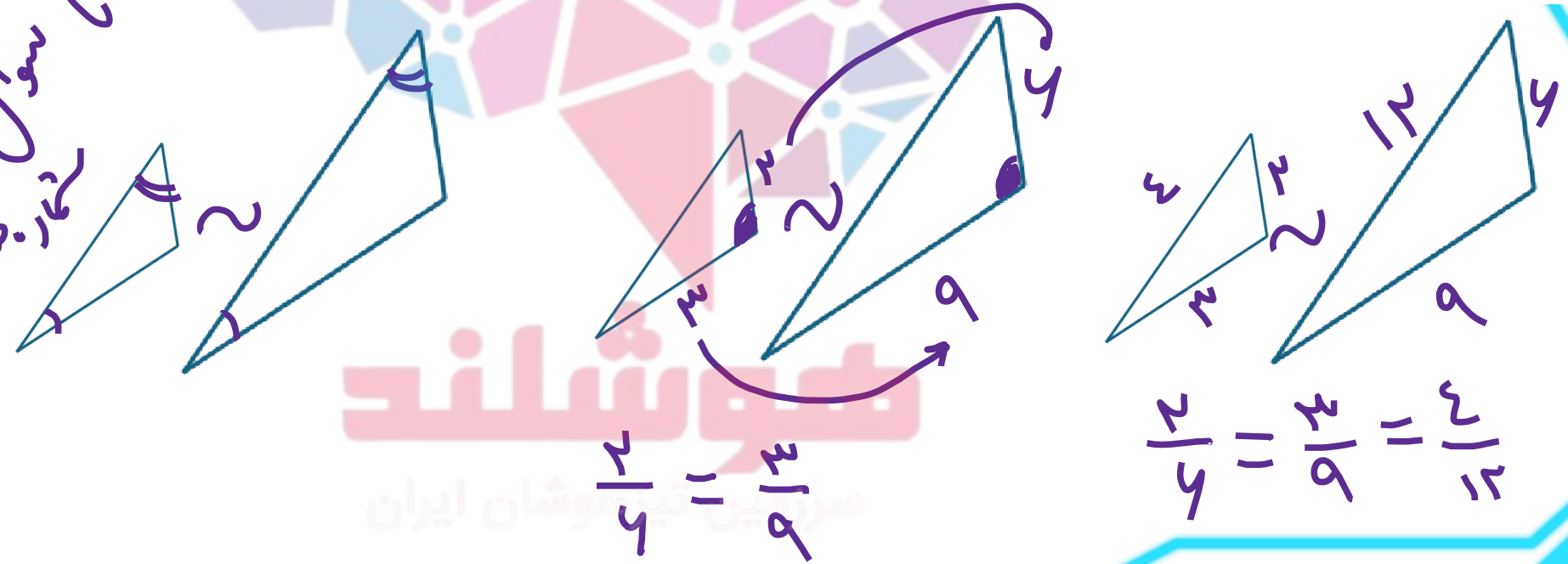
استاد وحید اسدی کیا



اگر یکی از حالت‌های زیر هم باشد، دو مثلث متساوی‌الساقین

- نکته ۵۸:** دو مثلث در سه حالت با یکدیگر متشابه‌اند: حالت اول: برابری دو زاویه‌ی متناظر (ز ز)
 حالت دوم: متناسب بودن دو ضلع و مساوی بودن زاویه‌ی بین آن دو ضلع
 حالت سوم: متناسب بودن سه ضلع

نمودن از ۱۱۱
 با سوال شماره ۱۳۹



موسسه تخصصی
 سرپرست: نیکوشان ایران



مهوشلند

مرزمین تیزهوشان ایران

فصل ۳

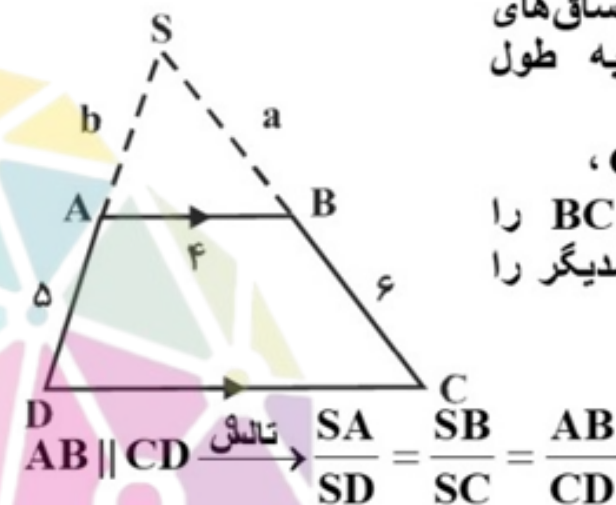
استدلال و اثبات در هندسه

استاد وحید اسدی کیا



۱- گزینه (ب)

مطابق شکل، ساق‌های
 دوزنقه ABCD به طول
 اضلاع
 $CD = 9$ ، $AB = 4$
 $AD = 5$ و $BC = 6$ را
 امتداد می‌دهیم تا همدیگر را
 در S قطع کنند.



$$\frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/8$$

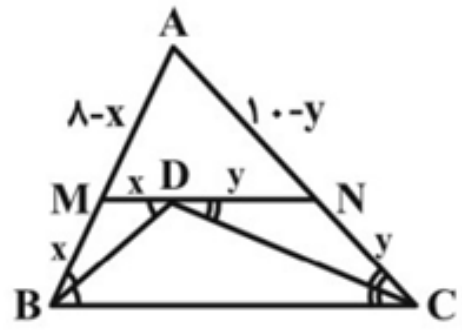
$$\Rightarrow \text{محیط مثلث SAB} = 4 + 4/8 + 4 = 12/8$$

۲- گزینه (ب)

با توجه به شکل، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{8-x}{8} = \frac{x+y}{12} = \frac{10-y}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 96 - 12x = 8x + 8y \\ 120 - 12y = 10x + 10y \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 4y = 48 \\ 10x + 22y = 120 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 4, x = 3/2 \Rightarrow x + y = 7/2$$

$$\Rightarrow MN = 7/2$$

بالمح حساب کرده‌ایم
 تهران: سن ۱۱۷ تا ۱۳۹ شماره‌ها فرد



نکته ۵۹: علاوه بر حالت‌های گفته شده در نکته‌ی (۵۸)، برای متشابه بودن دو مثلث قائم‌الزاویه، حالت‌های

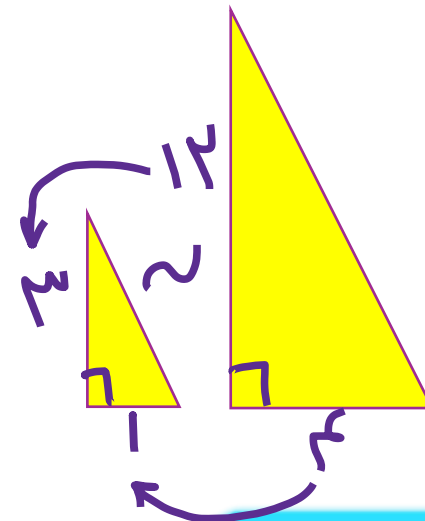
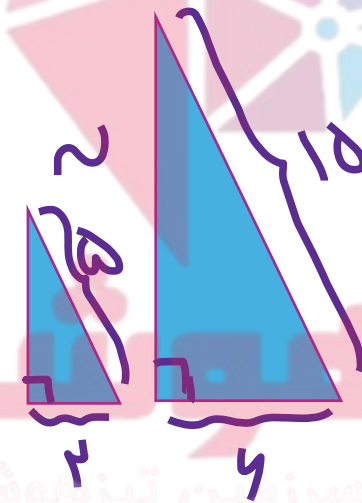
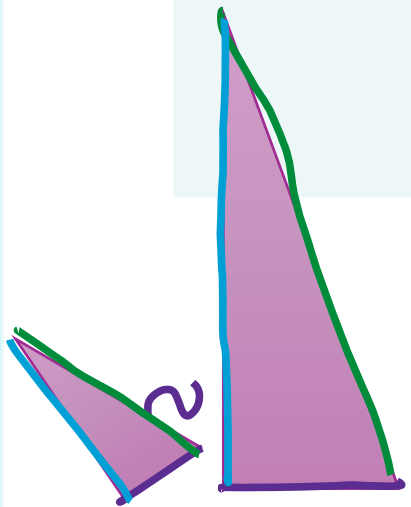
زیر نیز برقرار است:

- برابر بودن یک زاویه‌ی تند از دو مثلث قائم‌الزاویه. (به عبارت دیگر برابر بودن یک زاویه‌ی غیرقائم)

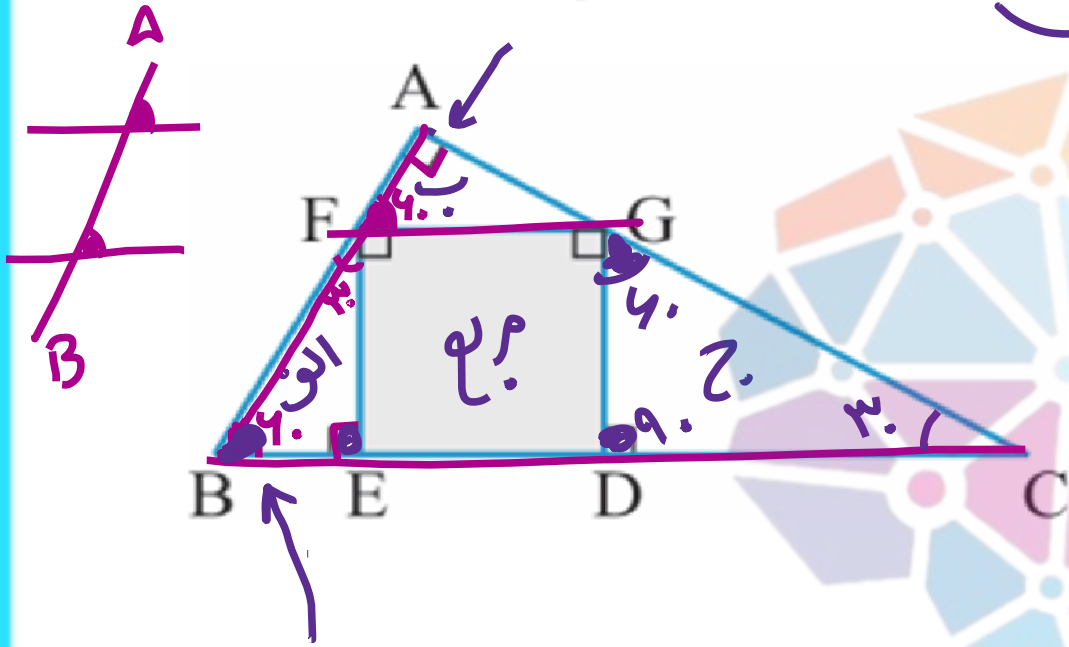
- متناسب بودن ضلع‌های قائم در دو مثلث قائم‌الزاویه.

- متناسب بودن وتر و یک ضلع در دو مثلث قائم‌الزاویه.

- متناسب بودن وترها و ارتفاع‌های نظیر دو وتر در دو مثلث قائم‌الزاویه.



۱۴۱. در شکل زیر چهارضلعی EFGD مربع است. حداکثر چند جفت مثلث متشابه در شکل دیده می شود؟ (تیزهوشان)



- (ب و الف)
- (ج و الو)
- (ABC و الف)
- (ABC و ب)
- (ج و ب)
- (ABC و ج)
- (الف و الو)
- (ج و ج)
- (ب و ب)
- (ABC و ABC)

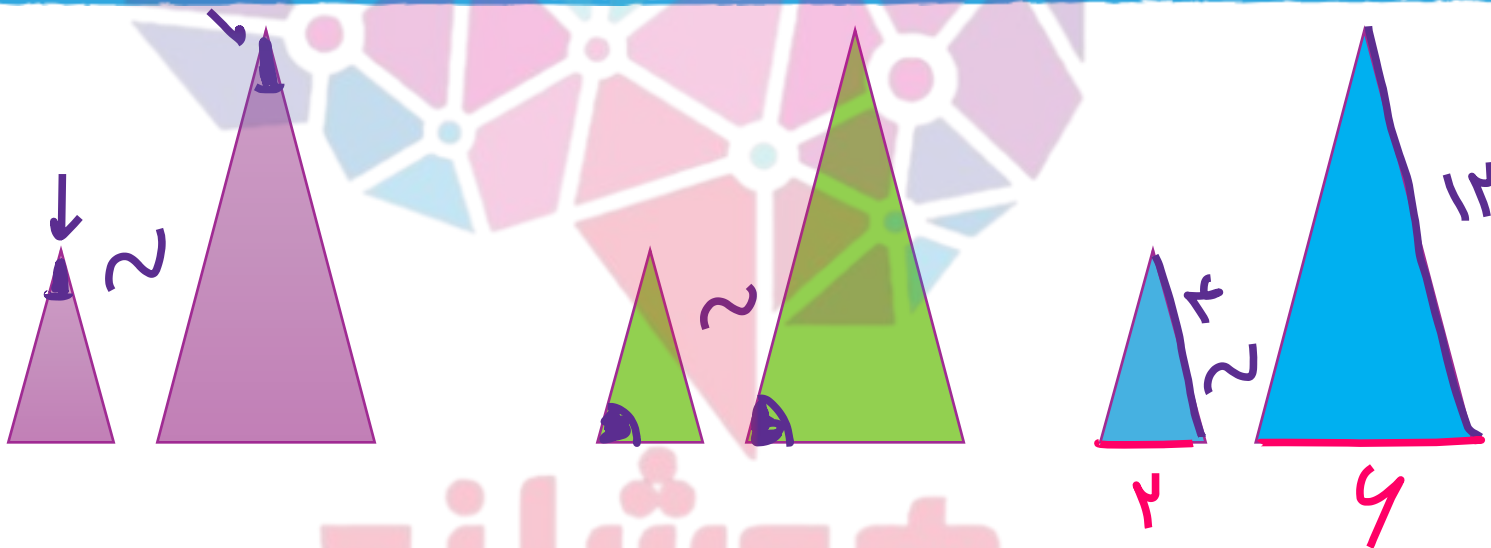
- ۹ (۱)
- ۶ (۲)
- ۴ (۳)
- ۳ (۴)

پس
 نکته هر مثلث با خودش
 متشابه است.



نکته ۶۰: دو مثلث متساوی الساقین در حالت‌های زیر با یکدیگر متشابهند:

- برابر بودن زاویه‌ی رأس
- برابر بودن زاویه‌ی مجاور به قاعده
- متناسب بودن ساق و قاعده



مهروشلند

سرزمین تیزهوشان ایران

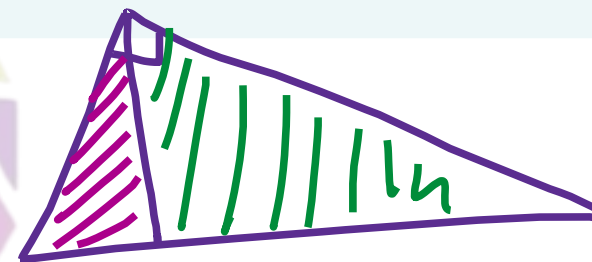
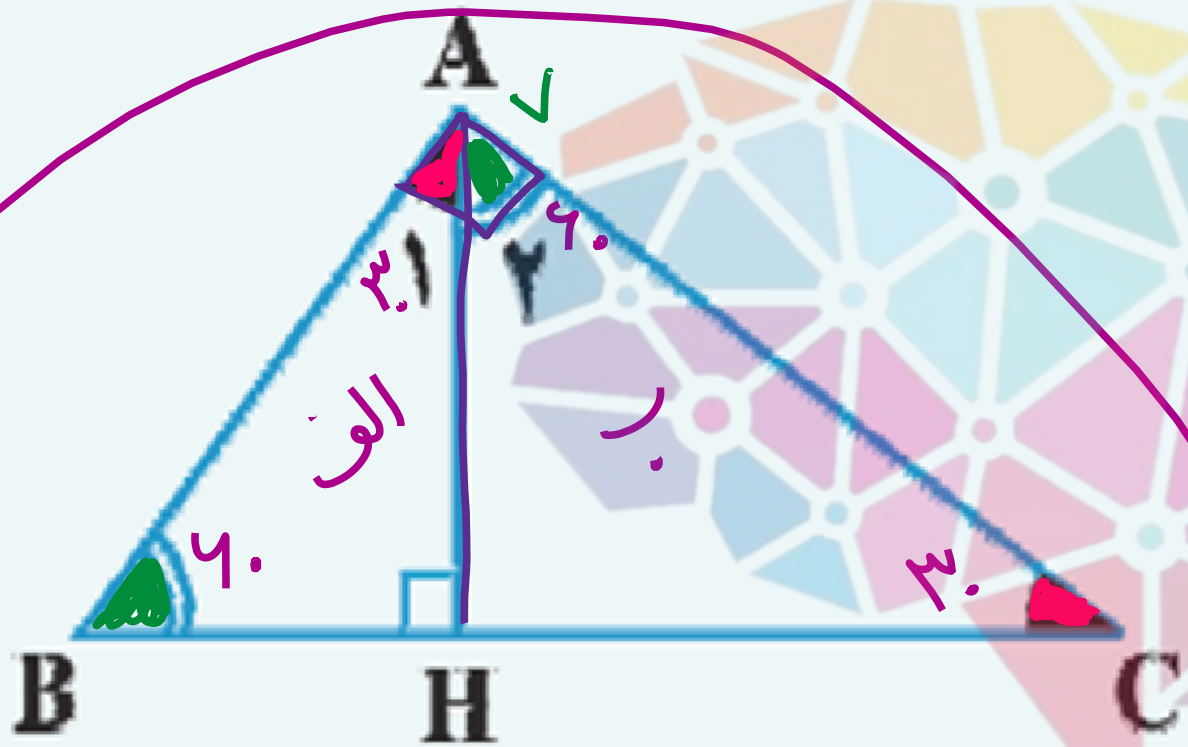


استاد وحید اسدی‌کیا



نکته ۶۱: در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر آن، داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{C} \quad \text{و} \quad \hat{A}_2 = \hat{B}$$



مهروشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



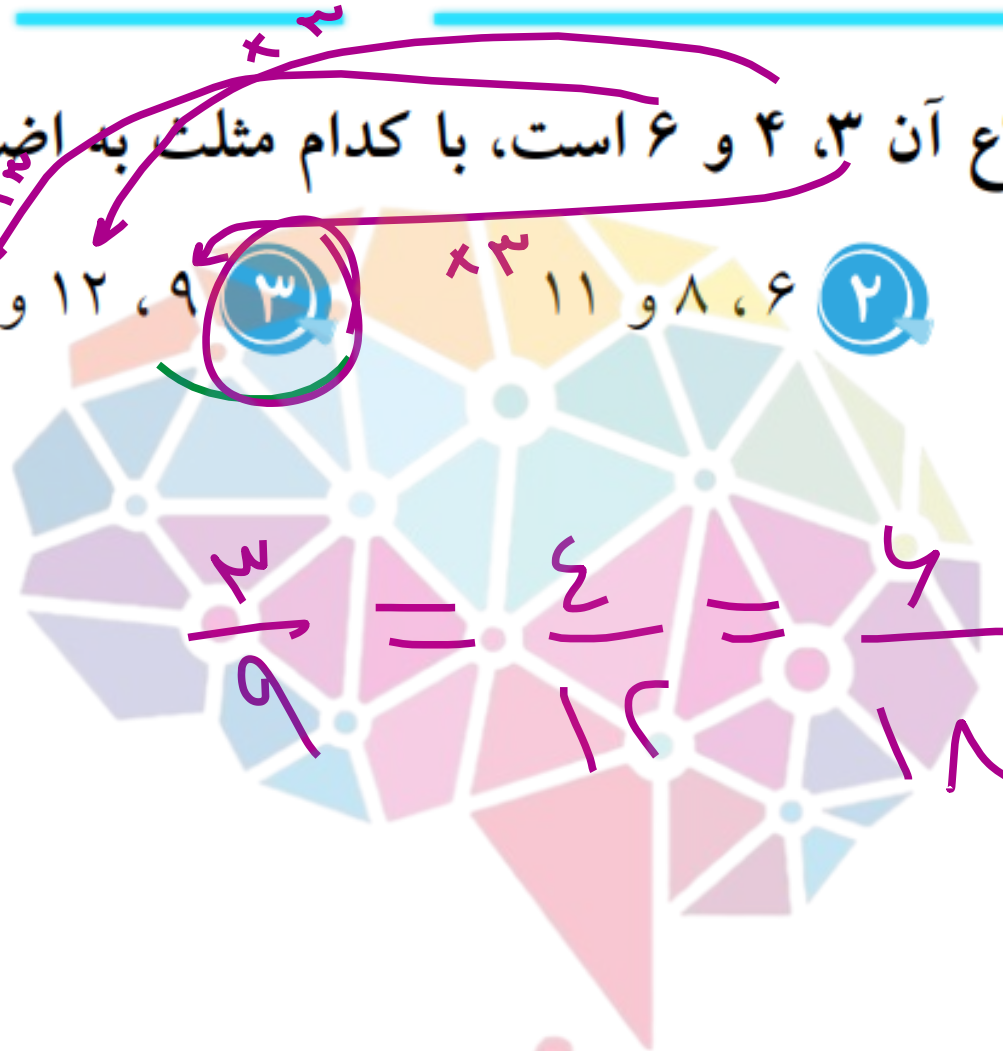
۱۴۷. مثلثی که طول اضلاع آن ۳، ۴ و ۶ است، با کدام مثلث به اضلاع داده شده متشابه است؟

۴) ۲، ۳ و ۴

۳) ۹، ۱۲ و ۱۸

۲) ۶، ۸ و ۱۱

۱) ۱، ۲ و $\frac{۳}{۲}$



مهروشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا

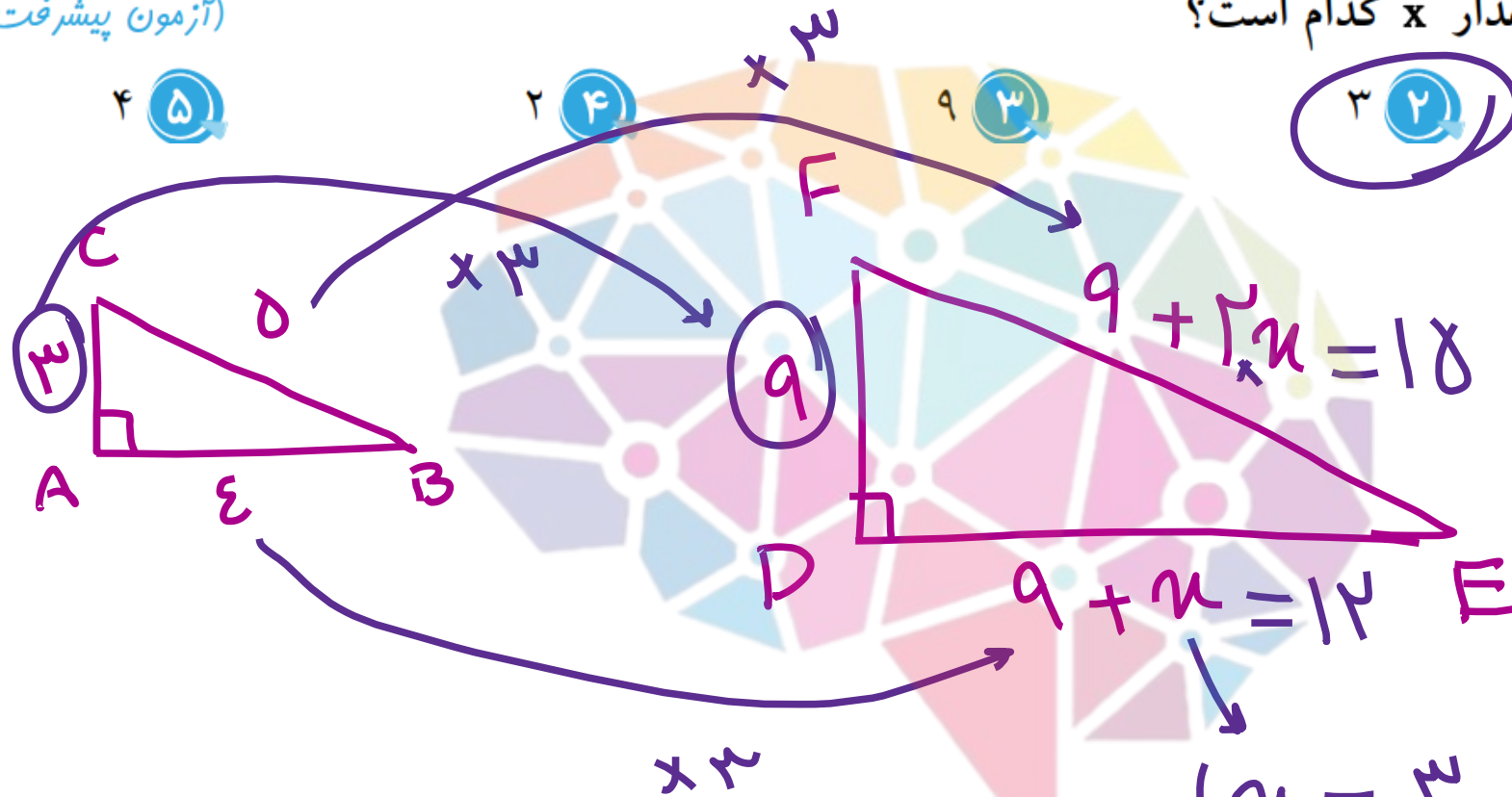


نویسند متوجه گردید

۱۴۹. مثلث قائم الزاویه‌ی ABC به اضلاع ۳، ۴ و ۵ با مثلث قائم الزاویه‌ی DEF به اضلاع ۹، $9+x$ و $9+2x$ متشابه است که

(آزمون پیشرفت تحصیلی سنجه)

در آن $x > 0$ است. مقدار x کدام است؟



- ۱) ۶
- ۲) ۳
- ۳) ۹
- ۴) ۲
- ۵) ۴

روش اول:
غیر کلاسیک

$$9 + 2x = 18$$

$$9 + x = 12$$

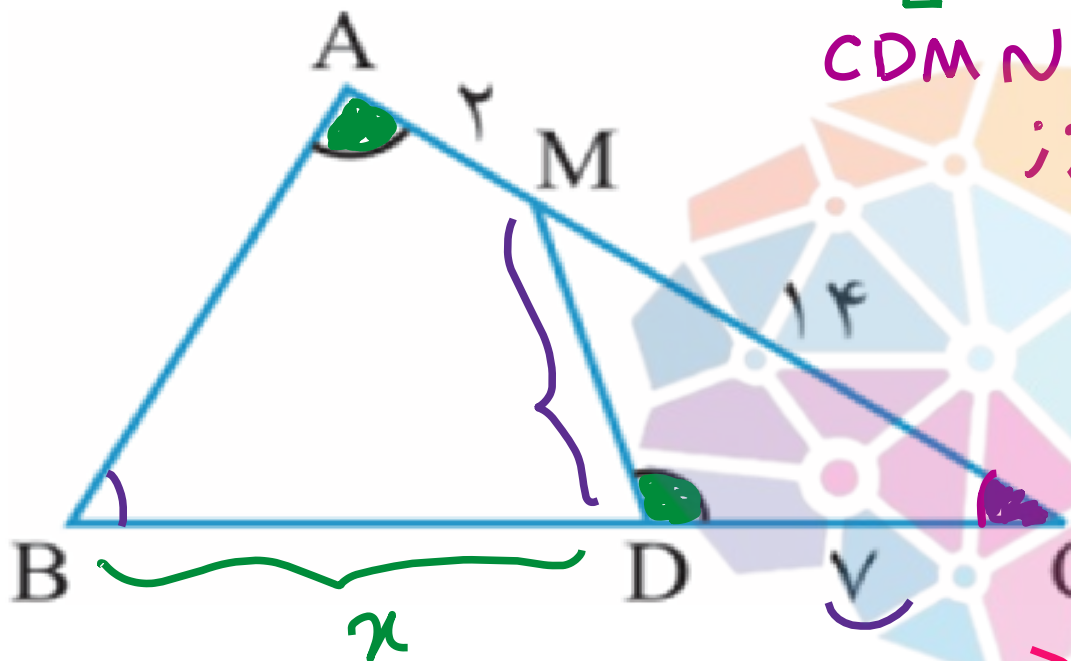
$$x = 3$$

$$\frac{3}{9} = \frac{4}{9+x} = \frac{5}{9+2x} \Rightarrow x = 3$$

روش دوم:
کلاسیک



۱۵۱. در شکل زیر $\hat{A} = \hat{D}$ است. طول \overline{BD} چند واحد است؟ (کنگور)



$\triangle CDM \sim \triangle CAB$
 ز ز

صواب و ص $\hat{A} = \hat{D}$
 مترادف $\hat{C} = \hat{C}$

- ۲۲ ۱
- ۲۳ ۲
- ۲۴ ۳
- ۲۵ ۴

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{CM}}{\overline{BC}} \Rightarrow \frac{7}{14} = \frac{14}{\overline{BC}}$$

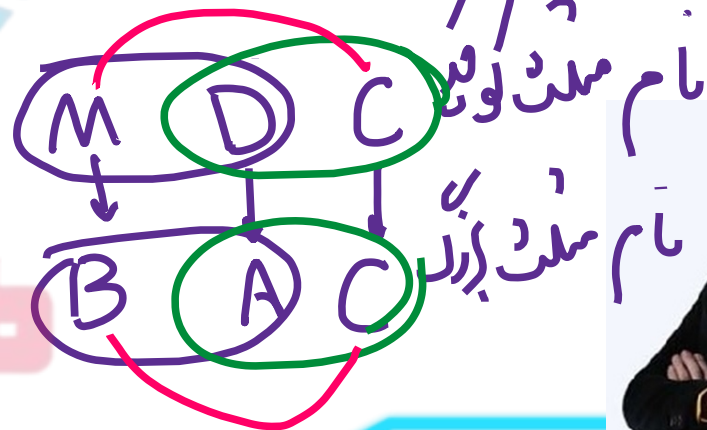
$$\Rightarrow \overline{BC} = 32$$

$$\Rightarrow \overline{BD} = 32 - 7 = 25$$

$$\frac{\overline{MD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MC}}{\overline{BC}}$$

$\hat{A} = \hat{D}$
 \downarrow \downarrow
 $\frac{AB}{BC} = \frac{MD}{MC}$

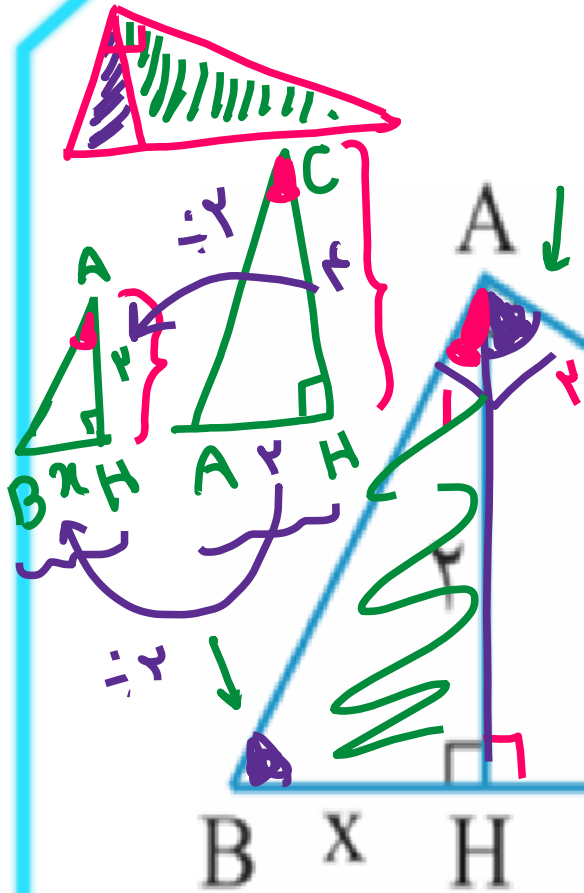
$\hat{C} = \hat{C}$
 \downarrow \downarrow
 کور \downarrow کور
 $\frac{AB}{MD} = \frac{BC}{MC}$



نام مثلث کوچک
 نام مثلث بزرگ



۱۵۵. در شکل زیر مقدار x چه قدر است؟ (آزمون ورودی)



$\triangle ABH \sim \triangle AHC$
صفت زو

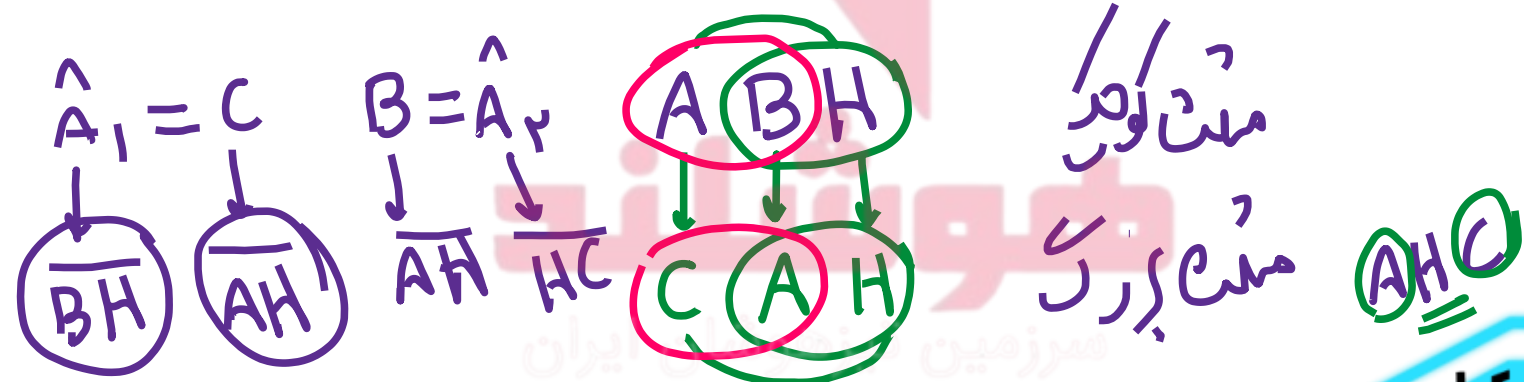
$$\begin{cases} \hat{A}_1 = C \\ \hat{A}_2 = B \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \end{cases}$$

- 1
- 2
- 3
- 4

$$\frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH}$$

$$\frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2} = 2 \Rightarrow \sqrt{2} = 1$$



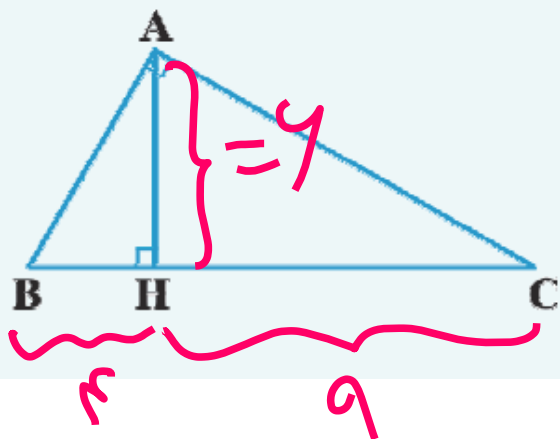
مستوی
مستوی



نکته ۶۳: در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر داریم:

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$$

یعنی ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه، واسطه‌ی هندسی بین دو پاره‌خط ایجاد شده روی وتر است.



$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC}$$



هوش‌سلند

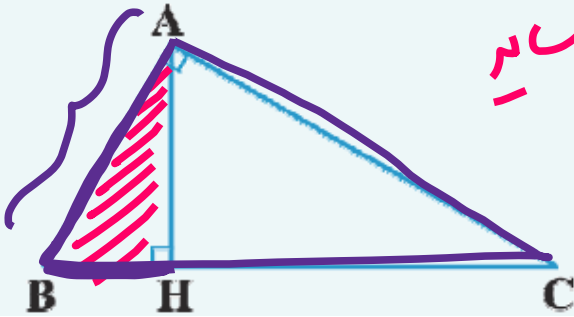
سرزمین تیزهوشان ایران



نکته ۶۴

در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر داریم:

فرمول های



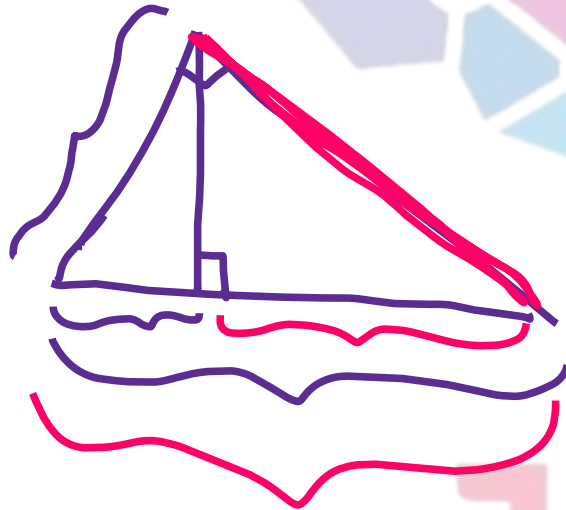
$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

بهرین: از ما

با ۱۵۸ هجری
ارسال تا محرمه صلوات

سایه درخت



$$?^2 = 2 \times 7 = 14$$

$$? = \sqrt{14}$$

