



تیز هوشان

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



$S = \text{مساحت}$

$2P \leftarrow \text{محيط}$

$P = \text{نصف محیط}$

نکته ۴۲: رابطه‌ی هرون: مساحت هر مثلث به اضلاع a ، b و c از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$

تصویر: از سوال ۹۲ فصل ۱۰.۳



$p = \frac{4+10+11}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$ نصف محیط

$S = \sqrt{12.5 \times (12.5-4) \times (12.5-10) \times (12.5-11)}$

$S = \frac{4 \times 10}{2} = 20$

$S = \sqrt{12.5 \times 8.5 \times 2.5 \times 1.5} = \sqrt{2^9 \times 3^2} = 2^4 \times 3 = 24$





هوشمند

سرزمین تیزهوشان ایران

فصل ۳

استدلال و اثبات در هندسه

استاد وحید اسدی کیا



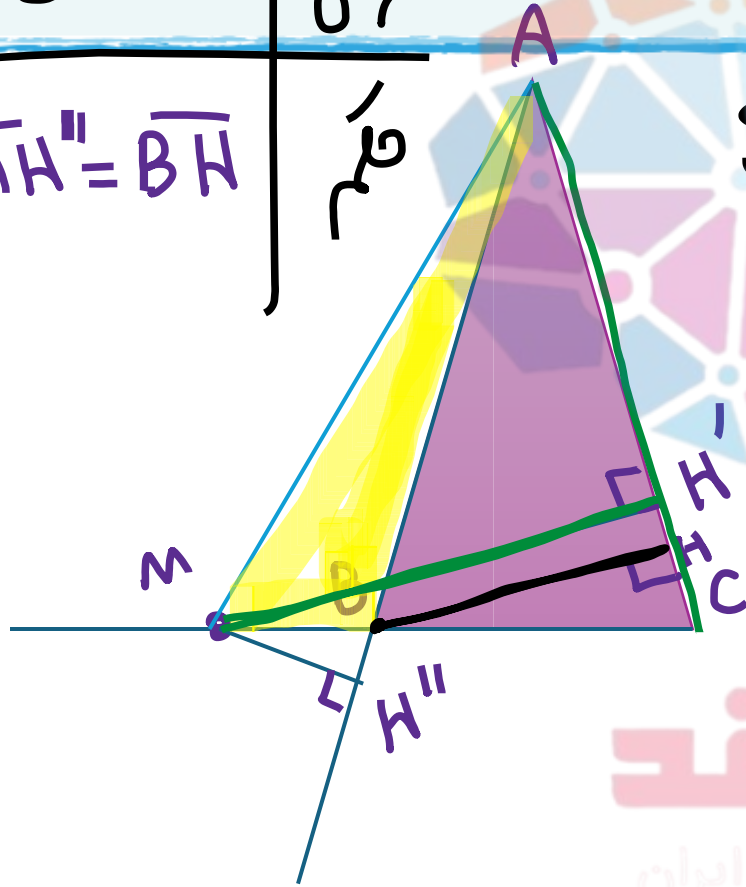
نکته ۴۳: در هر مثلث متساوی الساقین، تفاضل فاصله‌های هر نقطه بر امتداد قاعده‌ی آن تا دو ساق مثلث، با ارتفاع وارد بر ساقِ مثلث برابر است.

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

مفروضه

$$\overline{MH'} - \overline{MH''} = \overline{BH}$$

نتیجه



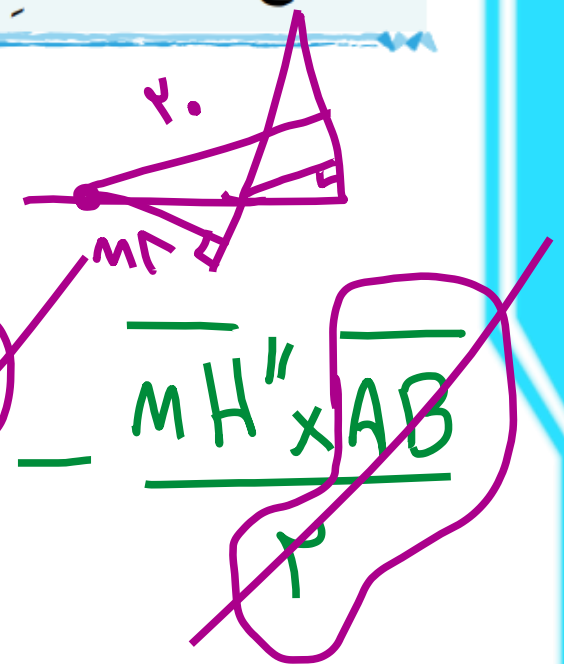
$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMC} - S_{\Delta AMB}$$

$$\overline{BH} \times \overline{AC}$$

$$\overline{MH'} \times \overline{AC}$$

$$\overline{MH''} \times \overline{AB}$$

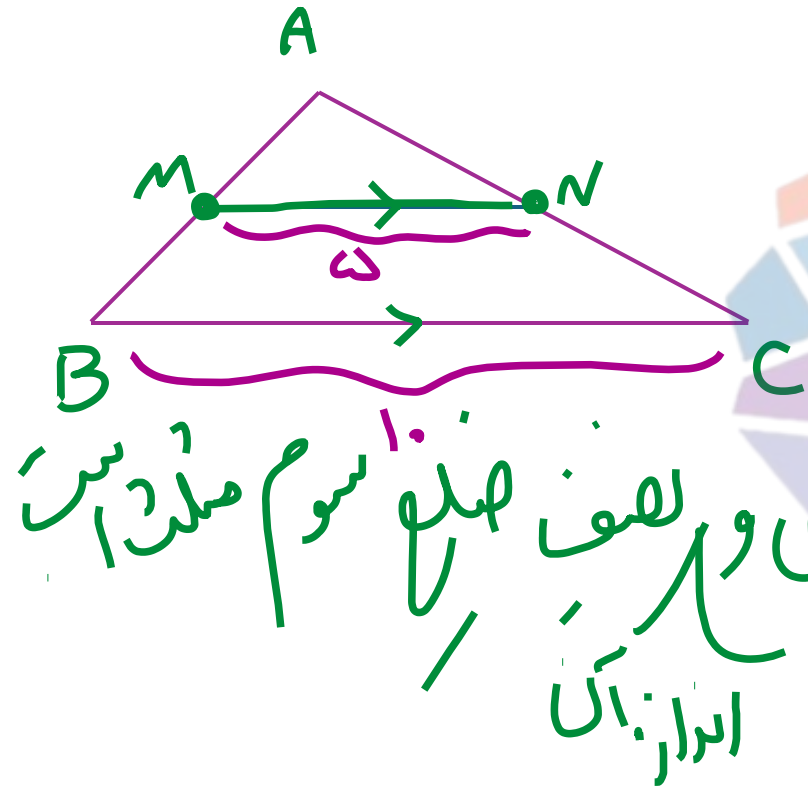
$$\overline{BH} = \overline{MH'} - \overline{MH''}$$



هوشمند
مرزمین تیزهوشان ایران

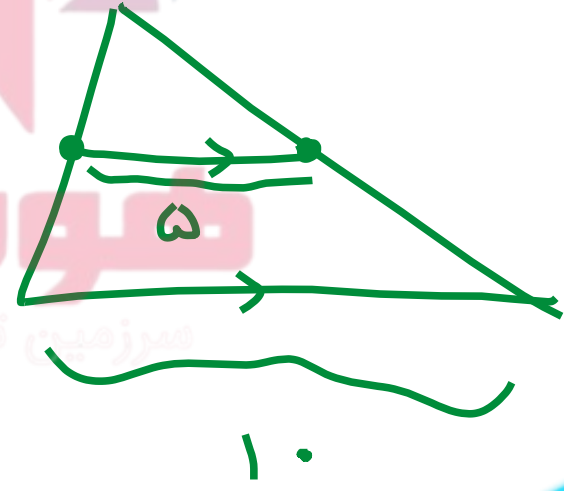


نکته: فاصله میان خط در سمت هر دو طرف دو ضلع مثلث را بهم وصل کنیم



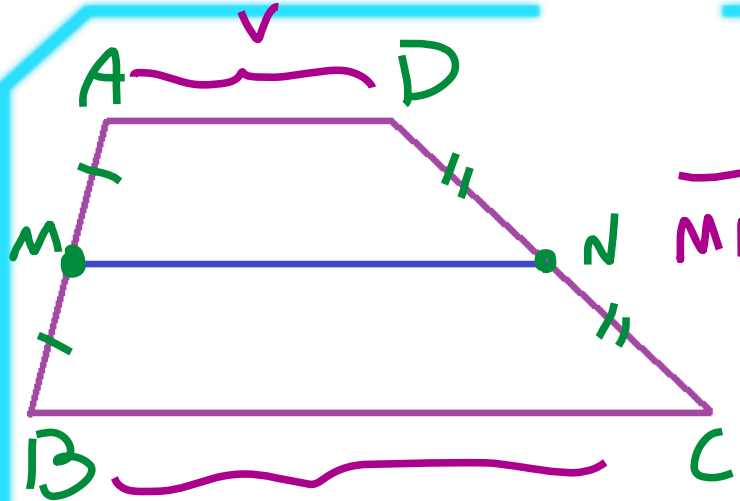
دارد خطی ایجاد می شود که با وصل سوم سمت موراری و لطف همدیگه سوم مثلث است

مغز شنند
مرکز زمین تیزهوشان ایران



نکته ۴۵: قضیه میانه خط در ذوزنقه:

در هر ذوزنقه پاره‌خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند، موازی و نصف مجموع اندازه‌های دو قاعده‌ی آن است:



$$\overline{MN} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2}$$

$$\overline{MN} = \frac{7 + 15}{2} = 11$$

$$\overline{MB} = \overline{MC}$$

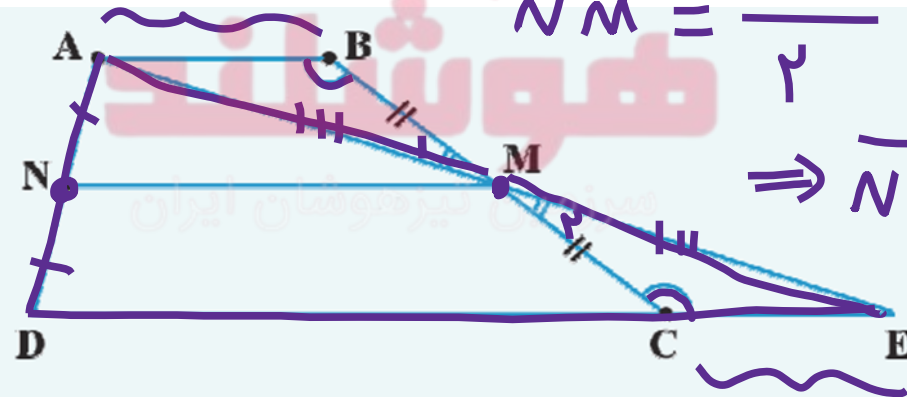
$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$$

$$\hat{B} = \hat{C} \text{ موازی بودن } \Rightarrow$$

$\Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle MCE$ (موازی و نصف) $\Rightarrow \overline{AM} = \overline{ME} \Rightarrow M$ وسط AE است

$$\overline{NM} = \frac{\overline{DE}}{2} = \frac{\overline{DC} + \overline{CE}}{2}$$

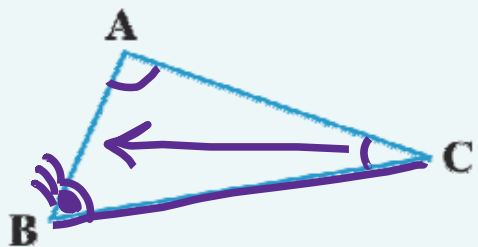
$$\Rightarrow \overline{NM} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2}$$



نامساوی‌های دیگر در مثلث

نکته ۴۶: در هر مثلث، ضلع مقابل به زاویه‌ی بزرگ‌تر، از دو ضلع دیگر مثلث بزرگ‌تر است و هم‌چنین اگر

ضلعی بزرگ‌تر از دیگری باشد، زاویه‌ی مقابل به آن بزرگ‌تر از زاویه‌ی دیگر است:



$$\hat{A} > \hat{C} \Rightarrow \overline{BC} > \overline{AB}$$

$$\overline{BC} > \overline{AC} \Rightarrow \hat{A} > \hat{B}$$

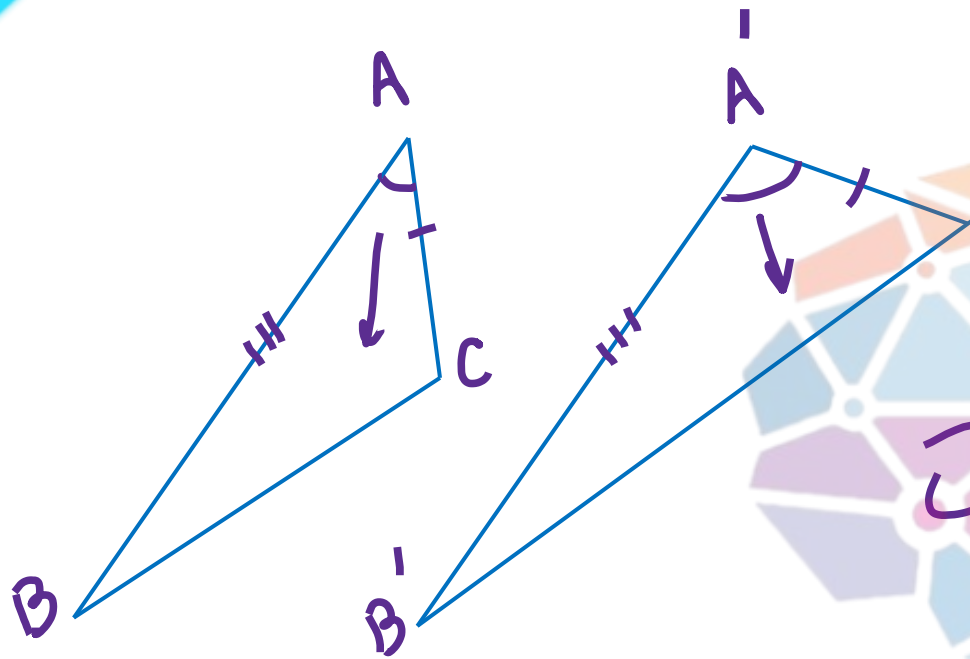
$$\hat{A} > \hat{C} \Rightarrow \overline{BC} > \overline{AB}$$

$$\overline{AC} > \overline{AB} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

سرزمین تیزهوشان ایران



نامساوی‌های دیگر در مثلث



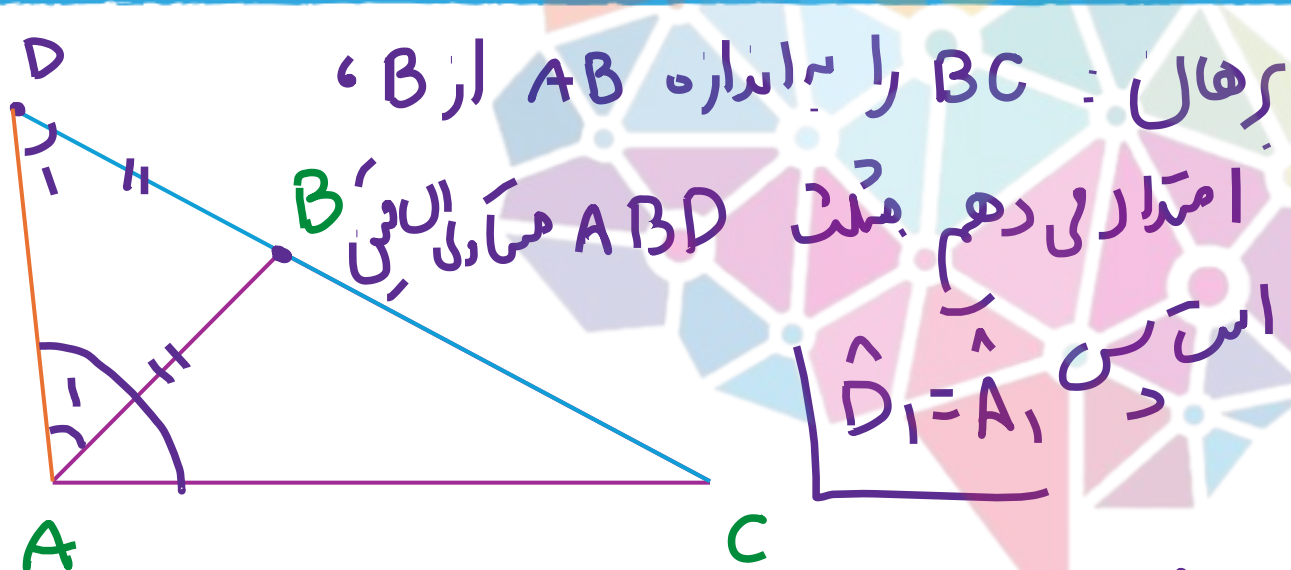
فکره لولا : در دو مثلث ، اگر $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ و $\widehat{A'} > \widehat{A}$ ، ضلع سومی بزرگتر است
 در دو کبر و بزرگتری بزرگتر باشد.

$$\widehat{A'} > \widehat{A} \Rightarrow \overline{B'C'} > \overline{BC}$$

سرزمین تیزهوشان ایران



نکته ۴۴: در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر مثلث کوچک تر و هر ضلع از تفاضل دو ضلع دیگر مثلث، بزرگ تر است. به این نامساوی، «قضیه ی حمار» یا «نامساوی مثلثی» می گویند.



$$\begin{array}{l} \text{مثلث } ABC \\ \hline \overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC} \end{array}$$

$$\overline{BC} + \overline{BD} > \overline{AC}$$

$$\downarrow$$

$$\overline{AB}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} + \overline{AB} > \overline{AC}$$

$$\widehat{DAC} > \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{DAC} > \widehat{D}_1$$

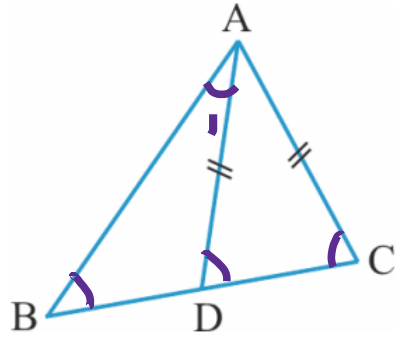
$$\Delta DAC : \widehat{DAC} > \widehat{D}_1 \Rightarrow \overline{DC} > \overline{AC}$$

$$\downarrow$$

$$\overline{BC} + \overline{BD}$$



۱۱۲. با توجه به شکل مقابل، $AD = AC$ است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟



$$\overline{AC} > \overline{AB} \quad (۲)$$

$$\overline{AB} > \overline{DC} \quad (۴)$$

$$\overline{AB} > \overline{BC} \quad (۱)$$

$$\overline{AB} > \overline{AC} \quad (۳)$$

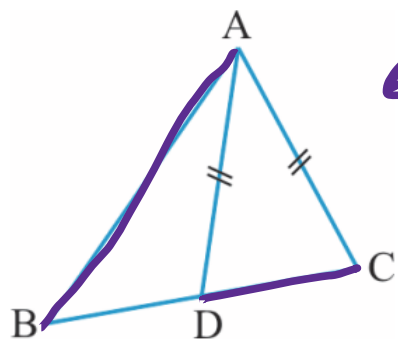
$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{C} \\ \hat{D} > \hat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

↓ خارجی
 $\hat{B} + \hat{A}_1$

$$\Delta ABC : \hat{C} > \hat{B} \Rightarrow \overline{AB} > \overline{AC}$$



۱۱۲. با توجه به شکل مقابل، $AD = AC$ است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟



$\overline{AC} > \overline{AB}$ (۲)

$\overline{AB} > \overline{DC}$ (۴)

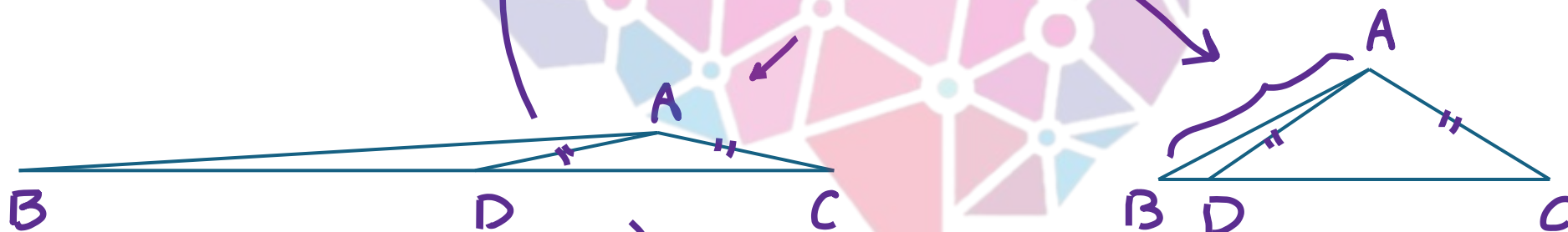
$\overline{AB} > \overline{BC}$ (۱)

$\overline{AB} > \overline{AC}$ (۳)

باطل

باطل

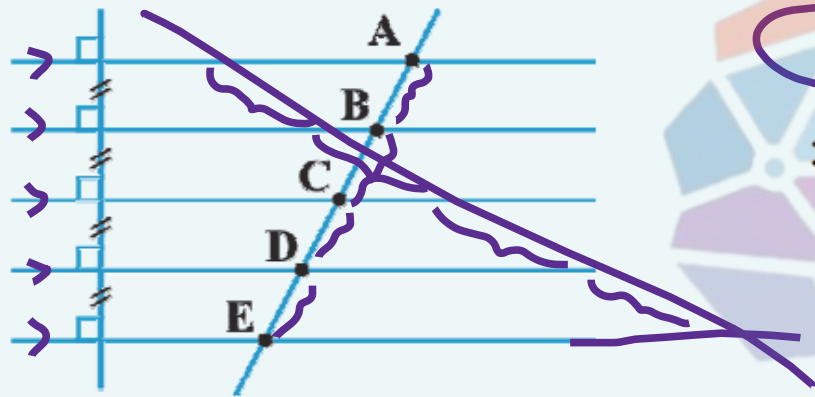
باطل



هوشمند
مرزمین تیزهوشان ایران



خطوط موازی و قضیه تالس

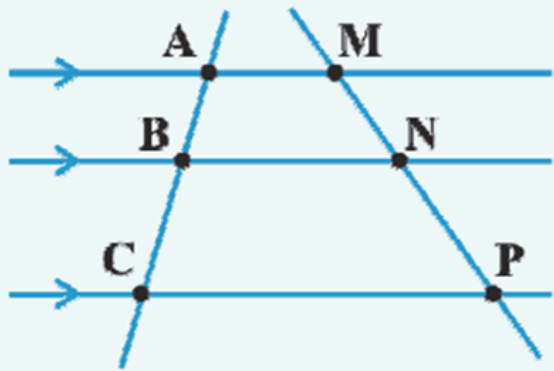


نکته ۴۷: هر گاه خطی توسط چند خط موازی با فاصله‌های یکسان قطع شود، قسمت‌های ایجاد شده بین هر دو خط متوالی، با هم برابرند:

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$$

هوش‌شوند
سرزمین تیزهوشان ایران





نکته ۴۸: هرگاه چند خط موازی، خطوطی را قطع کنند، روی آنها

پاره‌های متناسب ایجاد می‌شود:



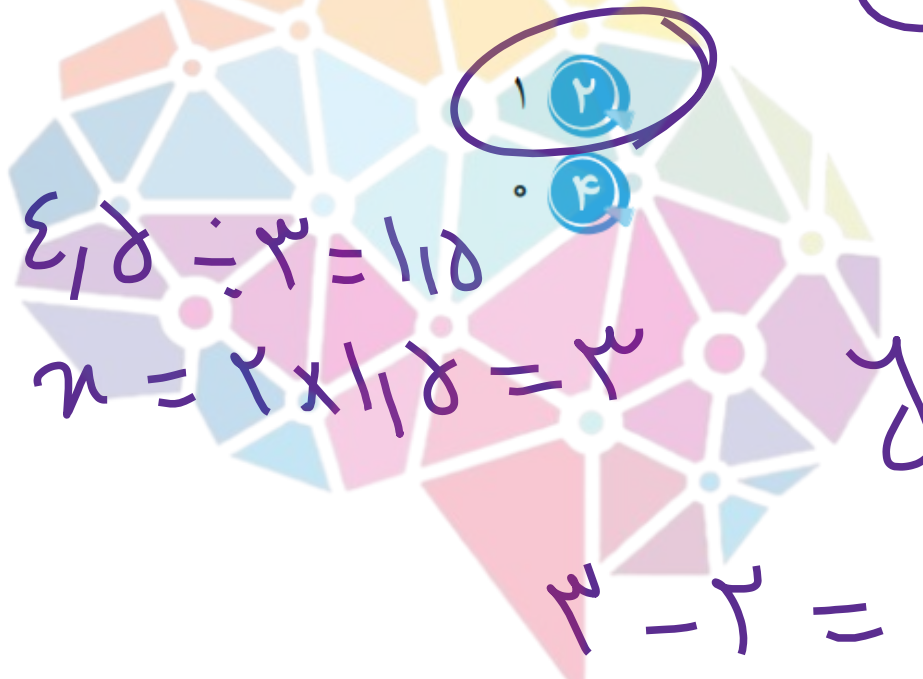
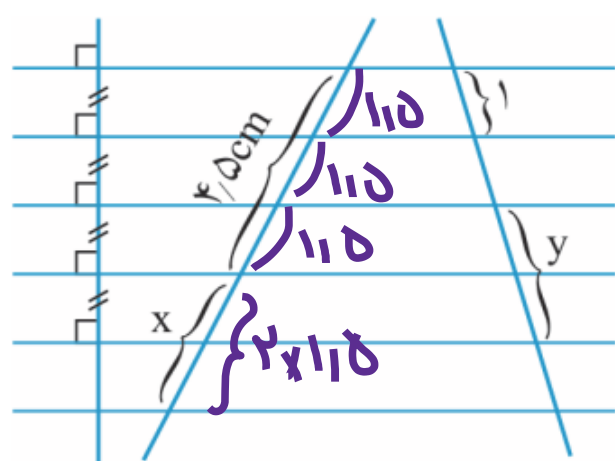
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{NP}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{MP}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{NP}}{\overline{MP}}$$



۱۱۵. در شکل مقابل، خطوط با یکدیگر موازی و متساوی الفاصله هستند. با توجه به

اندازه‌های داده شده در شکل، $x - y$ چه قدر است؟ (آزمون ورودی)



- ۱/۵ ۱
- ۰/۵ ۳

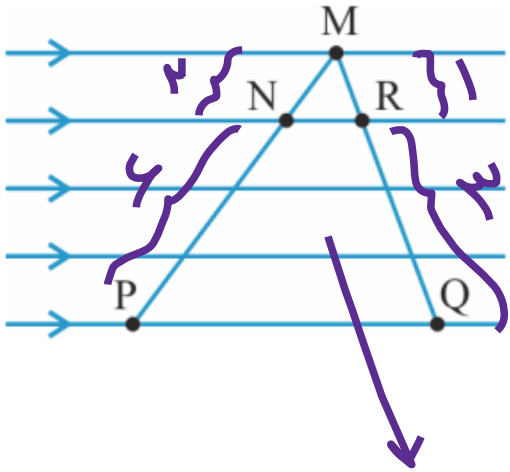
هوش‌شوند
مرزمین تیزهوشان ایران



تمرین : از ۱۰۶ تا ۱۱۶ حل شود

۱۱۶. اگر در شکل زیر، تمام خطوط با هم موازی و با فاصله‌های یکسان باشند، کدام گزینه درست نیست؟

(تیزهوشان)



$$\frac{2}{1} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{MN}{MR} = \frac{NP}{RQ}$$

گزینه ۲

$$\frac{4}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MN}{NP} = \frac{MR}{RQ}$$

گزینه ۱

$$\frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$$

گزینه ۴

$$\frac{MN}{NP} = \frac{NR}{PQ}$$

گزینه ۳

$$\frac{2}{6} = \frac{?}{1}$$

گزینه ۱

$$\frac{MN}{MP} = \frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$$

گزینه درست

