



استاد وحید اسدی کیا



# تدریس: از سوال ۲۵ تا ۶۱ شماره‌های زنجیر حل شود.

۶۱. حاصل عبارت  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{10^2})$  کدام است؟

۱  $\frac{5}{12}$

۲  $\frac{1}{2}$

۳  $\frac{11}{20}$

۴  $\frac{2}{3}$

$$(1 - \frac{1}{2^2})(1 + \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2})(1 + \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{10^2})(1 + \frac{1}{10^2})$$

$$= (1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{10^2}) \times (1 + \frac{1}{2^2})(1 + \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{4^2}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{10^2})$$

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{10}{9} \times \frac{11}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{11}{9} \times \frac{10}{11} \times \dots \times \frac{11}{10} \times \frac{10}{11}$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{11}{20}$$



# فصل ۳

## عددهای حقیقی



استاد وحید اسدی کیا



۶۶. حاصل عبارت  $\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \dots - \frac{1}{49 \times 50}$  کدام است؟

$\frac{1}{50}$  (5)

$\frac{1}{40}$  (4)

$\frac{1}{51}$  (3)

$\frac{1}{49}$  (2)

0 (1)

روش اول: حل منتهی سادگی

روش دوم: تلسکوپی

$\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

$\left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3}\right) - \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$

$\frac{1}{1 \times 2} - \left(\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{49 \times 50}\right)$

$\frac{1}{1 \times 2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{50}\right)$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{50} = \frac{1}{50}$

تفوشنند  
سرزمین تیزهوشان ایران





۶۱. حاصل عبارت

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{3}{4096}$$

کدام است؟

۱

$$\frac{3}{4095}$$

۳

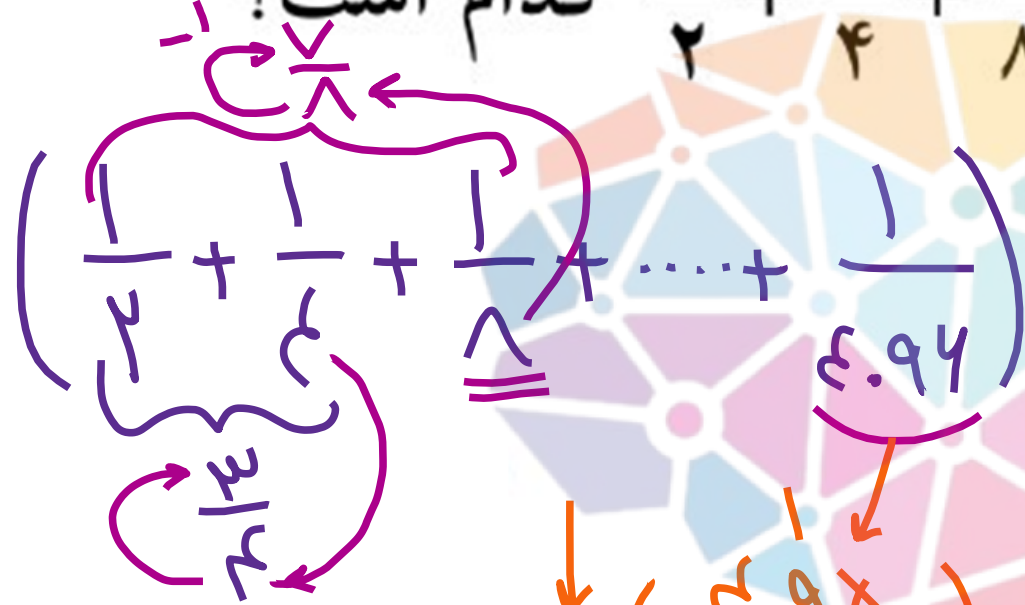
$$\frac{4091}{4096}$$

۲

$$\frac{4093}{4094}$$

۳

$$\frac{3}{4}$$



۴

$$\frac{3}{4} \left( \frac{4093}{4094} \right) = \frac{12279}{4094}$$

هوشمند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا





۷۳. مجموع  $x$ ،  $y$  و  $z$  در عبارت  $\frac{43}{30} = 1 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$  کدام است؟  $x$  و  $y$  و  $z$  اعداد طبیعی هستند.

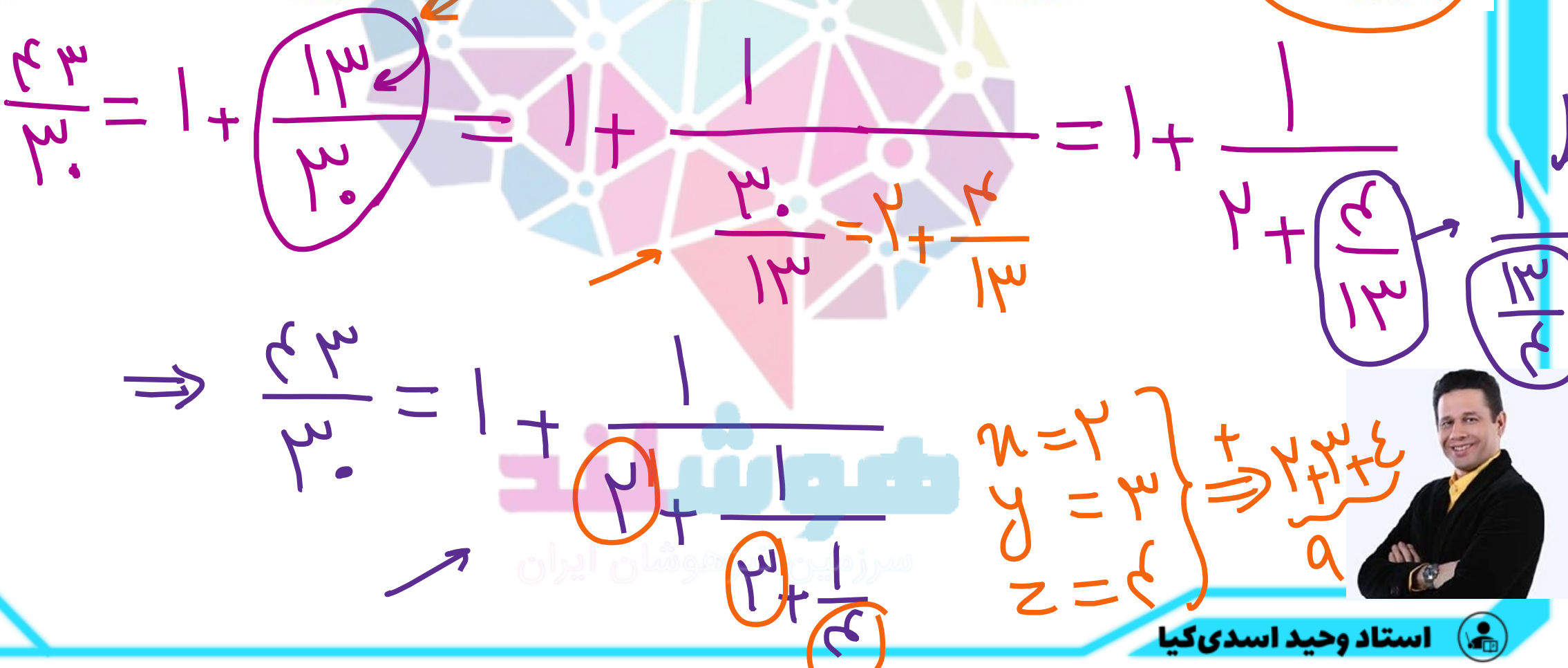
۷۳ (۵)

۱۰ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۹ (۱)



۷۵. حاصل عبارت  $\frac{9}{6} - \frac{9}{6}$  برابر است با:

$A = 4 - \frac{9}{A}$

$\Rightarrow A = 4 - \frac{9}{A}$

$\Rightarrow 4 - \frac{9}{4} - \frac{9}{4} = 3$

$4 - \frac{9}{4 - \frac{9}{4 - \frac{9}{\dots}}}$

$A \times A = 4 \times A - \frac{9 \times A}{A}$

$\Rightarrow A^2 = 4 \times A - 9$

$\Rightarrow 1 \times A^2 - 4A + 9 = 0$

$\begin{cases} a=1 \\ b=-4 \\ c=9 \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$   
 $= 16 - 4 \times 1 \times 9$   
 $= 16 - 36 = -20$   
 $\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \dots$

$A = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Rightarrow A = \frac{-(-4) \pm \sqrt{16 - 36}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{-20}}{2} = 2 \pm \sqrt{-5}$





معادله درجه ۱!  $2x' - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

حل معادله درجه ۲:

$ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$2x^2 + 7x = 9$

$2x^2 + 7x - 9 = 0$

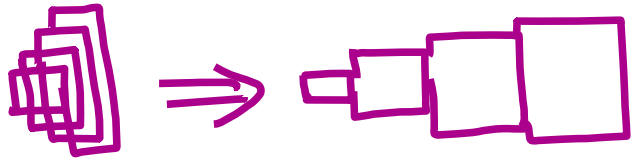
$\begin{cases} a=2 \\ b=7 \\ c=-9 \end{cases}$

$\Delta = 7^2 - 4 \times 2 \times (-9) = 49 + 72$

$x = \frac{-7 + \sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{-7 + 11}{4} = 1$

$x = \frac{-7 - \sqrt{121}}{2 \times 2} = \frac{-7 - 11}{4} = \frac{-18}{4} = -\frac{9}{2}$





در مخرج دو عدد در هم ضرب می‌شوند و در صورت، اختلاف یا مجموع آن دو عدد

$$\frac{3}{7 \times 10} = \frac{1}{7} - \frac{1}{10}$$

نوع اول

نوعی می‌شود. مانند

$$\frac{9}{2 \times 7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7}$$

نوع دوم

نوع سوم: نسبت تلسکوپی

$$\frac{1}{2 \times 7} = \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{2 \times 7} = \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$$

مفوشانند

مرکز آموزش‌های ایران



۷۸. حاصل عبارت  $\frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \frac{3}{10 \times 13} + \dots + \frac{3}{25 \times 28}$  کدام است؟

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} - \frac{1}{28}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{28} = \frac{7}{28} - \frac{1}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

- ۱  $\frac{1}{42}$
- ۲  $\frac{3}{14}$
- ۳  $\frac{2}{42}$
- ۴  $\frac{2}{28}$

هوش‌شوند  
سرزمین تیزهوشان ایران



۱۳. حاصل عبارت  $\frac{2 \times 2}{2 \times 4} + \frac{2 \times 2}{4 \times 6} + \frac{2 \times 2}{6 \times 8} + \dots + \frac{2 \times 2}{1392 \times 1394}$  کدام است؟

$$\frac{1}{697}$$



$$\frac{696}{697}$$



$$\frac{696}{1394}$$



$$\frac{1393}{1394}$$



$$2 \times \left( \frac{2}{2 \times 4} + \frac{2}{4 \times 6} + \frac{2}{6 \times 8} + \dots + \frac{2}{1392 \times 1394} \right)$$

$$2 \times \left( \frac{1 \times 697}{2 \times 697} - \frac{1}{2 \times 1394} \right) = \cancel{2} \times \frac{697}{1394} = \frac{697}{697}$$

تمرین: از ۶۲ تا ۱۳۰ شماره‌های اولی و دوم.





# (سابقه ریاضی)

$$A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} - \frac{1}{27} + \dots$$

۱ - حاصل عبارت A برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

۱ (1)

۲ - اگر  $A = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9}$  ،  $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}$  و  $C = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90}$  باشد، میانگین A ، B و C کدام است؟

$$2C \quad (4)$$

$$\frac{1}{3}B \quad (3)$$

$$\frac{2}{3}A \quad (2)$$

A (1)

تمرین: اول  
از ۶۲ تا ۸۳  
مآزهای زوج



با یک ترفندی ساده و ریاضی

۱- گزینه ۳ ابتدا عبارت A را به دو عبارت B و C تبدیل می‌کنیم. آن‌گاه خواهیم داشت:

$$A = \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right)}_B - \underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\right)}_C$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \xrightarrow{\times 2} 2B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \Rightarrow 2B = 1 + B \Rightarrow B = 1$$

$$C = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \xrightarrow{\times 3} 3C = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \Rightarrow 3C = 1 + C \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$

$$A = B - C = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲- گزینه ۲ A-B را با کم کردن کسرهای نظیر از هم به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} A - B &= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right) \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= \frac{2-1}{2} + \frac{3-2}{6} + \frac{4-3}{12} + \dots + \frac{10-9}{90} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} \end{aligned}$$

مشاهده می‌کنیم که رابطه  $A - B = C$  به دست می‌آید. اکنون میانگین A، B و C را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{A+B+C}{3} = \frac{A+B+A-B}{3} = \frac{2A}{3}$$

