

## مربع و مکعب کامل

① مربع (مجذور) کامل: به اعدادی مربع یا مجذور کامل می‌گویند که وقتی به عوامل (شمارنده‌های) اول تجزیه شدند، توان همه آن‌ها زوج باشد؛ مثل:

$$75^2 \times 3 = (3 \times 5^2)^2 \times 3 = 3^2 \times 5^4 \times 3 = 3^3 \times 5^4$$

۰, ۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ۴۹, ...

اعداد مربع کامل عبارت‌اند از:





$100 = 2 \times 5$        $(2+1) \times (2+1)$

نکته:

$\sqrt{49} = 7$  ,  $\sqrt{5^2 \times 2^2} = 5 \times 2 = 10$

① اعداد مربع کامل، جذر کامل دارند؛ مثل:

اعداد مربع کامل را می شود به صورت حاصل ضرب چند مربع کامل نوشت؛ مثل:

$16 = 4 \times 4 = (2^2) \times (2^2)$  ,  $5^4 \times 7^6 = 5^4 \times 7^4 \times 7^2 = 35^4 \times 7^2$

$9 = 9 \times 1$

② فقط اعداد مربع کامل اند که تعداد شمارنده های مثبت آن ها فرد است؛ مثل:

$A = 5^4 \times 7^6 \Rightarrow A$  تعداد شمارنده های مثبت  $= (4+1)(6+1) = 5 \times 7$

④ یکان اعداد مربع کامل هیچ وقت ۲، ۳، ۷ و ۸ نیست.



0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

0 → 0      4 → 4      8 → 4  
 1 → 1      2 → 9      3 → 9      5 → 9      6 → 9      7 → 9





تست: کوچکترین عددی که باید در  $2^2 \times 140 \times 125$  ضرب شود تا این عدد، جذر کامل داشته باشد، کدام است؟

(۴) این عدد، مربع کامل است.

(۳) ۷۰

(۲) ۲۸

(۱) ۱۴

$$2^4 \times (2^2 \times 7 \times 5) \times 5^3 = 2^2 \times 7 \times 5^2$$

توان کامل حاصل ما باید زوج باشد پس درجه ۲ من خواهم به ادرت ۷

$$2 \times 7 = 14$$



تست: چند عدد صحیح و مثبت وجود دارد که تعداد ارقام مربع و مکعب آن‌ها با هم برابر باشد؟

(آنگورو)

۹ (۴)

۴۲ (۳)

۳ (۲)

(۱) صفر

Handwritten examples in red ink:

- $1^2 = 1$  ✓
- $1^3 = 1$  ✓
- $2^2 = 4$  ✓
- $2^3 = 8$  ✓
- $3^2 = 9$  ✓
- $3^3 = 27$  ✗
- $4^2 = 16$  ✓
- $4^3 = 64$  ✓

Handwritten property in blue ink:

$$\underline{\underline{a^p = a^q}}$$

دور نمی



Handwritten inequality in blue ink:

$$1 \leq a$$

ریشه تعداد ارقام  $a^2$  ،  $a^3$  نمی توانند برابر باشند



**تست:** فرض کنید S و Q به ترتیب تعداد عددهای مربع کامل و تعداد عددهای مکعب کامل عضو مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 1396\}$  باشند:

در این صورت کدام گزینه درست است؟

$2S = 2Q$  (۴)

$2S = 3Q$  (۳)

$Q = 1396S$  (۲)

$S = 1396Q$  (۱)

A : ۱<sup>۲</sup> ، ۲<sup>۲</sup> ، ۳<sup>۲</sup> ، ...

(۱۳۹۶)<sup>۲</sup>

A : ۱<sup>۳</sup> ، ۲<sup>۳</sup> ، ۳<sup>۳</sup> ، ...

(۱۳۹۶)<sup>۳</sup>

$1396 \times (1396)^2 = (1396)^3$

مربع کامل حاصل این گروه

۱۳۹۶<sup>۳</sup>

مکعب کامل حاصل این گروه

۱۳۹۶<sup>۲</sup>



## کاربرد توان

در این قسمت می‌خواهیم چندتا نکته مهم و کاربردی را به همراه یک تست نمونه بیاوریم. اثبات نکته‌ها خیلی ساده است، خودتان از عهده‌اش برمی‌آیید:

نکته:

① اعدادی که یکان آن‌ها ۰، ۱، ۵ و ۶ باشد، به هر توان طبیعی برسند، یکانشان تغییر نمی‌کند.

② در مورد اعدادی که یکان آن‌ها ۴ یا ۹ باشد، این‌طور می‌گوییم:

عدد با یکان ۴ = فرد (عدد با یکان ۴)، عدد با یکان ۶ = زوج (عدد با یکان ۴)

عدد با یکان ۹ = فرد (عدد با یکان ۹)، عدد با یکان ۱ = زوج (عدد با یکان ۹)

③ اعدادی که یکان آن‌ها ۲، ۳، ۷ و ۸ باشد، ۴ تا ۴ تکرار می‌شوند؛ مثلاً برای اعداد با یکان ۳ داریم:

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, 3^6 = 729, \dots$$

تکرار یکان‌های ۲، ۷ و ۸ را خودتان بررسی کنید.

تست: یکان حاصل  $5216^{12} + 2714^{16} - 938^{17}$  کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)



## کاربرد توان

در این قسمت می‌خواهیم چندتا نکته مهم و کاربردی را به همراه یک تست نمونه بیاوریم. اثبات نکته‌ها خیلی ساده است، خودتان از عهده‌اش برمی‌آیید:



نکته:

① اعدادی که یکان آن‌ها ۰، ۱، ۵ و ۶ باشد، به هر توان طبیعی برسند، یکانشان تغییر نمی‌کند.

② در مورد اعدادی که یکان آن‌ها ۴ یا ۹ باشد، این‌طور می‌گوییم:

عدد با یکان ۴ = فرد (عدد با یکان ۴)، عدد با یکان ۶ = زوج (عدد با یکان ۴)

عدد با یکان ۹ = فرد (عدد با یکان ۹)، عدد با یکان ۱ = زوج (عدد با یکان ۹)

③ اعدادی که یکان آن‌ها ۲، ۳، ۷ و ۸ باشد، ۴ تا ۴ تکرار می‌شوند؛ مثلاً برای اعداد با یکان ۳ داریم:

$$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, 3^6 = 729, \dots$$

تکرار یکان‌های ۲، ۷ و ۸ را خودتان بررسی کنید.

تست: یکان حاصل  $5216^{12} + 2714^{16} - 938^{17}$  کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)





**نکته:** برای محاسبه تعداد صفرهای سمت راست عدد  $A$ ، باید ببینیم در تجزیه  $A$  چند شمارنده ۲ و چند شمارنده ۵ وجود دارد. چون حاصل ضرب هر ۲ در هر ۵ می شود ۱۰، تعداد صفرها می شود تعداد  $(2 \times 5)$  ها:

$$A = 2^m \times 5^n \times \dots \Rightarrow \begin{cases} \text{تعداد صفرهای سمت راست برابر } m \text{ است.} & \text{اگر } m < n \\ \text{تعداد صفرهای سمت راست برابر } n \text{ است.} & \text{اگر } n < m \end{cases}$$

**تست:** اگر تعداد صفرهای عدد  $2^{59} \times 3^4 \times 5^{52}$  را  $A$  و اولین رقم غیر صفر آن را از سمت راست،  $B$  بنامیم، حاصل  $A - 2B$  کدام است؟

۳۶ (۱)

۵۴ (۲)

۴۵ (۳)

۲۸ (۴)

$$A = 52$$

$$B = 4$$

$$52 - 8 = 44$$

مرتضی طاهری



تست: حاصل جمع «مجموع ارقام» و «تعداد ارقام» عدد  $3 \times 125^{28} \times 32^{16}$  کدام است؟

۱۱۵ (۴)

۱۰۵ (۳)

۸۴ ۲۶

۱۱۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

$$32^{16} = 2^{80}$$

$$125^{28} = 5^{84}$$

$$\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{80} \times \underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{84}$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ \times 3 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$1260 \times 84 = 105840$$



## معادله توانی

به معادلاتی که مجهول در توان اعداد باشد، اصطلاحاً «معادله توانی» می‌گوییم؛ مثل:  $2^x = 8$  یا  $5^{x-1} = 25$ . برویم تا چندتا تست از تیپ‌های معروف معادلات توانی حل کنیم:

\* توان‌ها را یک (ن)  
\* پایه‌ها را یک (ن) کنیم

تست: جواب معادله  $(\frac{1}{49})^{-2x-1} \times 343^{-x} = 49^2$  در کدام گزینه آمده است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$\left(\sqrt{\phantom{x}}\right)^{-2x-1} \times \left(\sqrt{\phantom{x}}\right)^{-x} = \left(\sqrt{\phantom{x}}\right)^4$$

$$\sqrt{\phantom{x}}^{2x+2} \times \sqrt{\phantom{x}}^{-2x} = \sqrt{\phantom{x}}^4$$

$$\sqrt{\phantom{x}}^{2x+2} = \sqrt{\phantom{x}}^4 \longrightarrow 2x+2=4 \longrightarrow x=1$$



**تست:** مقدار  $b$  با توجه به تساوی  $2^{b+3} + 11 \times 2^b = 304$  در کدام گزینه آمده است؟

۲ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

$$2^b \times 2^3 + 11 \times 2^b = 304$$

$$2^b (2^3 + 11) = 304$$

$$2^b \times 19 = 304 \rightarrow 2^b = \frac{304}{19} = 16$$

$$b = 4$$



**تست:** با فرض  $\sqrt[4]{y} = 5^{s-t+2}$ ، حاصل  $(2s-t)^2$  کدام است؟

۱ (۱)

۴ (۲)

۹ (۳)

۱۶ (۴)

کدام



تست: معادله  $(2m-1)^{m+2} = 1$  چند جواب صحیح دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$2m - 1 = 1 \rightarrow 2m = 2 \rightarrow m = 1$$

$$m + 2 = 0 \rightarrow m = -2$$



## نماد علمی

خیلی وقت‌ها در محاسبات علمی با اعدادی که نوشتنشان سخت است روبه‌رو می‌شویم؛ مثلاً فاصله تقریبی زمین تا خورشید  $۱۵۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰$  متر است. این عدد را می‌شود به طور  $۱/۵ \times 10^{11}$  هم نوشت که خلاصه‌تر است. به این مدل نوشتن، «نماد علمی» می‌گوییم.

اگر عددی را به صورت  $a \times 10^n$  با شرایط  $۱ \leq a < 10$  و  $n \in \mathbb{Z}$  بنویسیم، به آن «نماد علمی» می‌گوییم.

$$32100 = 3.21 \times 10^4$$

می‌خواهیم به عنوان مثال، عدد  $32100$  را با نماد علمی بنویسیم. به تساوی‌های زیر دقت کنید:

$$32100 = 3210 \times 10 = 321 \times 100 = 32.1 \times 10^3 = 3.21 \times 10^4$$

در این نمایش‌های مساوی، فقط به  $3.21 \times 10^4$  نماد علمی می‌گوییم و برای رسیدن از عدد اصلی به آن می‌گوییم؛ ممیز ۴ واحد به سمت چپ رفته یعنی عدد کوچک شده است و ما باید آن را در  $10^4$  ضرب کنیم. در مثال  $0.00251$  برای نوشتن نماد علمی باید ممیز را ۳ واحد به

تا به چپ

$$0.00251 = 2.51 \times 10^{-3}$$

$$2.51 \times 10^{-3}$$

راست ببریم؛ پس عدد باید در  $10^{-3}$  ضرب شود:





تست: نماد علمی  $(0.016 \times 10^{-3}) \times (62 \times 10^{-9})$  در کدام گزینه آمده است؟

(1)  $1/024 \times 10^{-18}$

(2)  $1/024 \times 10^{-12}$

(3)  $5/12 \times 10^{-12}$

(4)  $5/12 \times 10^{-18}$

$$42 \times 10^{-9} \times 1.6 \times 10^{-5}$$

$$1.024 \times 10^{-12}$$

$$1/024 \times 10^{-12}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 16 \\ \hline 1024 \end{array}$$



**تست:** کدام گزینه برابر نماد علمی  $0.0229 \times 10^8 - 569 \times 10^4$  است؟

(۱)  $4/3 \times 10^8$

(۲)  $4/3 \times 10^6$

(۳)  $3/4 \times 10^8$

(۴)  $3/4 \times 10^6$

