

**تقسیم:** تقسیم اعداد طبیعی را قبلاً یاد گرفتیم. به عنوان یادآوری مثلاً اگر بخواهیم عدد ۵۲۸ را بر ۷ تقسیم کنیم، به صورت مقابل عمل می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \rightarrow 7 \quad | \quad \text{مقسوم} \leftarrow 528 \\
 \underline{49} \downarrow \quad \text{خارج قسمت} \rightarrow 75 \\
 38 \\
 \underline{35} \\
 3 \rightarrow \text{باقی مانده}
 \end{array}$$



① در هر رابطه تقسیم، تساوی روبه‌رو همواره برقرار است. باقی‌مانده + خارج قسمت  $\times$  مقسوم‌علیه = مقسوم

مثلاً در تقسیم بالا اگر مقسوم‌علیه (۷) را در خارج قسمت (۷۵) ضرب کنیم و با باقی‌مانده (۳) جمع کنیم، حاصل برابر ۵۲۸ می‌شود که همان مقسوم است.

$$528 = \underbrace{7 \times 75}_{525} + 3$$

② در هر رابطه تقسیم، باقی‌مانده حتماً نامنفی و همیشه از مقسوم‌علیه کمتر است؛ مثلاً در بین تقسیم‌های زیر فقط اولی درست و دوتای دیگر غلط‌اند.

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 3} \\ - 9 \quad 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$(0 < 2 < 3) \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 7} \\ - 14 \quad 2 \\ \hline (-1) \end{array}$$

$$\times \text{ (باقی‌مانده نباید منفی باشد.)}$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 4} \\ - 8 \quad 2 \\ \hline (7) \end{array}$$

$$\times \text{ (باقی‌مانده باید از مقسوم‌علیه کمتر باشد.)}$$

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ \dots q \\ \hline r \end{array} \Rightarrow \textcircled{1} a = b \times q + r \quad \textcircled{2} 0 \leq r < b$$



**تست:** چند عدد طبیعی وجود دارند که باقی مانده تقسیم ۸۶ بر آن‌ها برابر ۱۴ شود؟

۶ (۴)

$$84 \div b = 7$$

۱۴

۵ (۳)

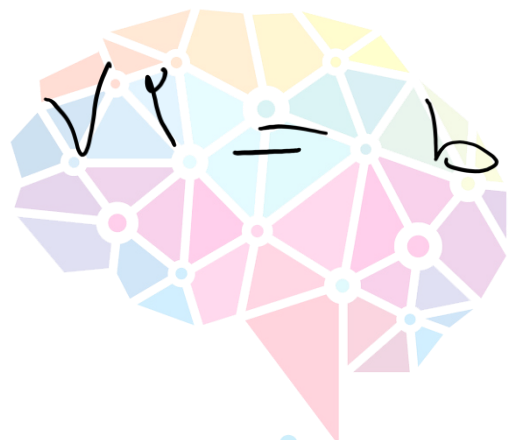
$$84 = bq + 14$$

$$84 - 14 = bq$$

۷۲ = bq

۴ (۲)

b	q
۷۲	۱
۳۶	۲
۲۴	۳
۱۸	۴
۱۲	۶
۹	۸



هوشلند

مرتضی طاهری



**تست:** باقی مانده تقسیم دو عدد ۱۲۲ و ۱۶۸ بر عددی مانند  $N$  برابر ۷ شده،  $N$  برابر کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

$$\begin{array}{r} 122 \\ \underline{p} \\ \hline 7 \end{array}$$

۲۳ (۴)

$$\begin{array}{r} 148 \\ \underline{7} \\ \hline 9 \end{array}$$

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۲۰ (۱)

$$112 = 2 \times 23$$

$$141 = 7 \times 23$$

$$122 = pN + 7$$

$$112 = pN$$

$$\begin{cases} 148 = 7N + 7 \\ 141 = 7N \end{cases}$$

هوشلند



اگر باقی مانده تقسیم عدد طبیعی  $a$  بر عدد طبیعی  $b$  برابر صفر شود، می گوییم  $a$  بر  $b$  بخش پذیر است؛ مثلاً چون در تقسیم  $96 \div 6$  باقی مانده صفر می رسیم، می گوییم  $96$  بر  $6$  بخش پذیر است.

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 6} \\ -6 \phantom{0} \\ \hline 36 \\ -36 \\ \hline 0 \end{array}$$

اگر  $a$  بر  $b$  بخش پذیر باشد، آن وقت می توانیم بگوییم  $a$  مضرب  $b$  است، هم چنین می توانیم بگوییم  $b$  مقسوم علیه یا شمارنده عدد  $a$  است؛ مثلاً با توجه به تقسیم بالا می توانیم بگوییم  $96$  مضرب  $6$  است یا  $6$  مقسوم علیه  $96$  است یا  $6$  شمارنده  $96$  است. در واقع جملات زیر همیشه با هم معادل هستند:

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ \dots \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (a = b \times q)$$

باقی مانده تقسیم  $a$  بر  $b$  برابر صفر است =  $a$  بر  $b$  بخش پذیر است =  $a$  مضرب  $b$  است =  $b$  مقسوم علیه  $a$  است =  $b$  شمارنده  $a$  است.

**نتیجه ۱:** اگر  $a$  بر  $b$  بخش پذیر باشد، آن وقت  $a$  مضرب  $b$  است و می توانیم بنویسیم:

**نتیجه ۲:** اگر اعدادی طبیعی مثل  $a$ ،  $b$  و  $q$  باشند که  $a = b \cdot q$ ، آن وقت چون  $a$  به صورت ضرب یک عدد در  $b$  نوشته می شود، پس  $a$  مضرب  $b$

است و در نتیجه  $b$  شمارنده  $a$  است؛ هم چنین می توانیم ادعا کنیم که چون  $a$  مضرب  $q$  هم است؛ بنابراین  $q$  هم شمارنده  $a$  است. به عنوان مثال چون

$6 = 2 \times 3$ ، پس می توانیم بگوییم هر دوی اعداد  $2$  و  $3$  شمارنده های  $6$  هستند.

$$6 = 2 \times 3$$



پس از آشنایی با مفهوم شمارنده در رابطه با اعداد طبیعی می فهمیم که:

- ① چون هر عدد طبیعی بر ۱ بخش پذیر است، پس کوچک ترین شمارنده طبیعی هر عدد برابر ۱ است.
- ② چون هر عدد طبیعی بر خودش هم بخش پذیر است، پس بزرگ ترین شمارنده هر عدد طبیعی، خود آن عدد است.
- ③ هر عدد طبیعی بزرگ تر از ۱، دست کم دو شمارنده طبیعی دارد، بعضی ها دوتا و بعضی ها هم بیش از دوتا؛ مثلاً عدد ۵ تنها دو شمارنده ۱ و ۵ است، اما عدد ۶ شامل چهار شمارنده ۱، ۲، ۳ و ۶ است.
- ④ عدد ۱ تنها عدد طبیعی است که فقط یک شمارنده طبیعی دارد، که آن هم خودش است.



**تست:** اگر  $a$  بر ۱۵ و  $b$  بر ۱۴ بخش پذیر باشد، آن وقت کدام یک از اعداد زیر حتماً شمارنده  $a \times b$  است؟

۴۲ (۱)

۴۹ (۲)

۵۰ (۳)

۵۴ (۴)

$$\begin{cases} a = 15q \\ b = 14p \end{cases}$$

$$a \times b = 15q \times 14p$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$14 = 2 \times 7$$

$$42 = 3 \times 2 \times 7$$

$$49 = 7 \times 7$$

هوشلند



**تست:** اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی باشند که  $3a = 4b$ ، آن وقت  $a + b$  حتماً بر عدد ..... بخش پذیر است.

۷ (۴)

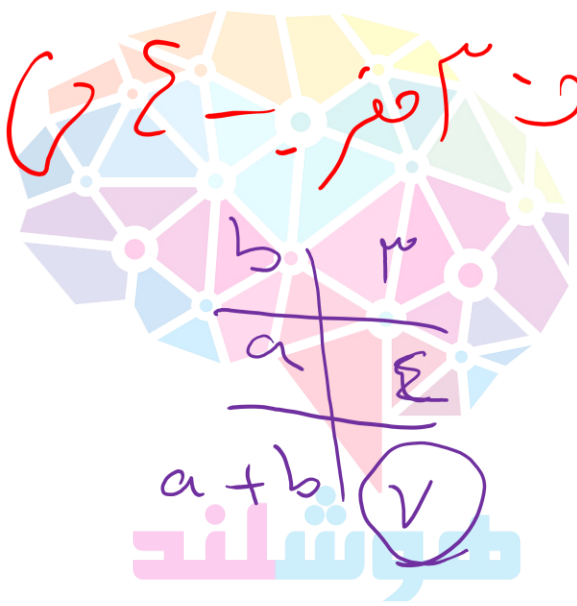
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

ط ۳ صفر - ۳ هفت . چون ۳ صفر - ۳ هفت و ۳ صفر - ۳ هفت  
 ۳ صفر - ۳ هفت . چون ۳ صفر - ۳ هفت و ۳ صفر - ۳ هفت

$$\frac{3}{4} = \frac{b}{a}$$



**تست:** اگر III بر ۱۲ و II بر ۴۲ بخش پذیر باشند، آن وقت کدام یک از اعداد زیر حتماً شمارنده  $m - n$  است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

$$m = 12a$$

$$n = 42b$$

$$m - n = 12a - 42b$$

$$m - n = 6(2a - 7b)$$

هوشلند



عددی طبیعی که جز خودش و عدد ۱ شمارنده دیگری نداشته باشد را عدد اول می‌نامیم، پس یک عدد طبیعی در صورتی اول است که تنها دو شمارنده داشته باشد؛ مثلاً عددهای ۳، ۱۱، ۳۱ و ۹۷ همگی اول هستند؛ چون جز خودشان و ۱ شمارنده دیگری ندارند، اما عددهایی مثل ۳، ۴۵ و ۶۰ که بیش از دو شمارنده دارند، اول نیستند. عددهای بزرگ‌تر از ۱ که اول نیستند را مرکب می‌نامیم. توجه کنید که خود عدد ۱ نه اول است و نه مرکب، چون تنها یک شمارنده طبیعی دارد و آن هم خودش است. پس به طور کلی می‌توان اعداد طبیعی را به سه دسته تقسیم کرد:

- ۱ عدد ۱ که نه اول است و نه مرکب.
- ۲ عددهای اول که فقط دو تا شمارنده طبیعی دارند.
- ۳ عددهای مرکب که بیش از دو شمارنده طبیعی دارند.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹



## در رابطه با اعداد اول باید بدانیم:

- ① کوچک‌ترین عدد اول، عدد ۲ است.
- ② تنها عدد اول زوج، عدد ۲ است و مابقی اعداد اول همگی فردند.
- ③ هر عددی که بتوان آن را به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ نوشت، مرکب است؛ مثلاً عددهای ۲۵، ۳۶ و ۹۸ همگی مرکب هستند؛ چون:  
 $۲۵ = ۵ \times ۵$  ,  $۳۶ = ۴ \times ۹$  ,  $۹۸ = ۲ \times ۴۹$



۴ سعی کنید اعداد اول ۱ تا ۱۰۰ را حتماً حفظ کنید، چون این اعداد بعداً در تجزیه خیلی به دردتان می خورد. این اعداد عبارتند از:

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹, ۹۷

۵ اعداد فرد بین ۱۰۰ تا ۱۱۰ همگی اول هستند به جز ۱۰۵، یعنی همه اعداد ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۷ و ۱۰۹ اول هستند.

۶ به دو عدد اول که تنها دو واحد با هم اختلاف دارند، اعداد اول دوقلو می گویند؛ مثلاً اعداد اول دوقلوی ۱ تا ۱۰۰ عبارتند از:

(۳, ۵), (۵, ۷), (۱۱, ۱۳), (۱۷, ۱۹), (۲۹, ۳۱), (۴۱, ۴۳), (۵۹, ۶۱), (۷۱, ۷۳)



**تست:** مجموع ارقام کوچک ترین عدد طبیعی که بر دو عدد اول دورقمی بخش پذیر است، برابر کدام گزینه است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۱، ۱۳



هوشلند

کدام



**تست:** حاصل جمع پانزدهمین و شانزدهمین عددهای اول چه قدر از بیست و ششمین عدد اول کم تر است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)



**تست:** X و Y دو عدد طبیعی اند به طوری که  $(x+2)(y-3) = 37$  حاصل  $x-y$  برابر است با .....

۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

۳۰ (۲)

۲۹ (۱)

$$37 = 1 \times 37$$

۳۷ یک عدد اول است

$$x+2=1 \rightarrow x=-1$$

$$y-3=1 \rightarrow y=4$$

$$x+2=37 \rightarrow x=35$$

$$x-y=31$$

