



استاد وحید اسدی کیا



هوشانند

مرکز تیزهوشان ایران

۱۳. حاصل عبارت $\frac{2 \times 2}{2 \times 4} + \frac{2 \times 2}{4 \times 6} + \frac{2 \times 2}{6 \times 8} + \dots + \frac{2 \times 2}{1392 \times 1394}$ کدام است؟

$$\frac{1}{697}$$



$$\frac{696}{697}$$



$$\frac{696}{1394}$$



$$\frac{1393}{1394}$$



$$2 \times \left(\frac{1 \times 2}{2 \times 4} + \frac{2}{4 \times 6} + \frac{2}{6 \times 8} + \dots + \frac{2}{1392 \times 1394} \right)$$

$$2 \times \left(\frac{1 \times 697}{2 \times 697} - \frac{1}{2 \times 1394} \right) = \cancel{2} \times \frac{697}{1394} = \frac{697}{697}$$

تمرین: از ۶۲ تا ۱۳۱ شماره‌های اولی و دوم.





فصل

عدد های حقیقی

معمولاً می‌نند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



(صایقه ۹ ریاضی)

$$A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} - \frac{1}{27} + \dots$$

۱ - حاصل عبارت A برابر کدام گزینه است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

۱ (۱)

۲ - اگر $A = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9}$ ، $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}$ و $C = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90}$ باشد، میانگین A ، B و C کدام است؟

$2C$ (۴)

$\frac{1}{4}B$ (۳)

$\frac{2}{3}A$ (۲)

A (۱)

تمرین: از ۶۲ تا ۸۳ مهارت‌های زوج



دفعه نهمی سابقه را صحت

۱- گزینه ۳ ابتدا عبارت A را به دو عبارت B و C تبدیل می‌کنیم. آنگاه خواهیم داشت:

$$A = \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right)}_B - \underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\right)}_C$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \xrightarrow{\times 2} 2B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots \Rightarrow 2B = 1 + B \Rightarrow B = 1$$

$$C = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \xrightarrow{\times 3} 3C = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots \Rightarrow 3C = 1 + C \Rightarrow C = \frac{1}{2}$$

$$A = B - C = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲- گزینه ۲ A-B را با کم کردن کسرهای نظیر از هم به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} A - B &= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right) \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= \frac{2-1}{2} + \frac{3-2}{6} + \frac{4-3}{12} + \dots + \frac{10-9}{90} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} \end{aligned}$$

مشاهده می‌کنیم که رابطه $A - B = C$ به دست می‌آید. اکنون میانگین A، B و C را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{A+B+C}{3} = \frac{A+B+A-B}{3} = \frac{2A}{3}$$



کسره‌های دنباله‌ای و نامتناهی

اگر $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$ باشد، مقدار A برابر است با:

$\times \frac{1}{3}$ $\times \frac{1}{3}$ $\times \frac{1}{3}$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$$

Arrows from the terms $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$ in the original image point to the corresponding terms in this equation.

روشی اول: کلاسید

$$3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$
$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

Orange lines and arrows indicate the subtraction of the second equation from the first to cancel out the fractional terms.

$$2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$



مغز پاشند
سرزمین تیزهوشان ایران

حدهم جمع اگر اعداد دنباله هندی با قدرینت بس او ا- با بدودیند با همتا با بد،

نکته

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$$

برای به دست آوردن جمع آنها، از رابطه

ذکر استوار می کنیم:

قدرینت → $\times \frac{1}{3}$ $\times \frac{1}{3}$ $\times \frac{1}{3}$

اولین عدد = مجموع
قدرینت - 1

$\frac{1}{3} < \frac{1}{9} < \frac{1}{27}$

$$A = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} = \dots$$

فهرتشنند
سرزمین تیزهوشان ایران



مفاهیمی

قدرت $1 < \frac{1}{3} < 1$ → اگر $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$ باشد، مقدار A برابر است با:

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{27}$$

اولین مورد

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots$$

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \dots$$

حداکثر مجموع
اولی دوم

مفوشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



نامتناهی

۹۰. اگر $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ باشد، آن گاه:

۱ $\frac{1}{2} < A < 1$

۲ $0 < A < \frac{1}{2}$

۳ $1 < A < \frac{3}{2}$

۴ $-\frac{1}{2} < A < 0$

قدربین

$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$

نامتناهی

$1 < -\frac{1}{2} < 1$

اولین دور دنبال

$A = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{2})}$

$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} = A$



چند سؤال دیگر از محاسبه‌ی عبارت‌های گویا

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

قانون کوشی

۹۸. مقدار عبارت $\frac{3}{1} + \frac{3}{1+2} + \frac{3}{1+2+3} + \dots + \frac{3}{1+2+3+\dots+100}$ کدام است؟

(مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

۳ $\frac{99}{100}$



۲ $\frac{95}{101}$



۱ $\frac{95}{101}$



۴ $\frac{100}{101}$



$$\frac{3}{1} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+100} \right) \Rightarrow \frac{3}{1} \left(\frac{2}{1 \times 2} + \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \dots + \frac{2}{100 \times 101} \right)$$

$$= \frac{3}{1} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{101} \right) = \frac{3}{1} \times \frac{100}{101} = \frac{300}{101} = 2 \frac{98}{101}$$



متناهی

۱۰۳. حاصل عبارت $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{20}}$ کدام است؟

اول مجموع دنباله هندسی

A =

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{20}}$$

$$3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{19}}$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3^{20}}$$

$$\frac{3^{20} - 1}{3^{20}}$$

۲

$$\frac{3^{21} - 1}{2 \times 3^{20}}$$

۱

$$\frac{3^{20} - 1}{2 \times 3^{20}}$$

۴

$$\frac{3^{21} - 1}{3^{20}}$$

۳

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3^{20}}$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3^{20}}$$



موسسه تخصصی تیرهووشان ایران

استاد وحید اسدی رگیا



ترکیب در صورت:

$$(1) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$$

$$(2) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$



$$\frac{2+4}{3} = \frac{4+6}{6}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$

$$(3) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

$$\frac{2}{3+2} = \frac{4}{6+4}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{2}{3+2} = \frac{4}{6+4}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CP}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AM} + \overline{MB}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{AC} + \overline{CP}}{\overline{CP}}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{CP}}$$

ترکیب در مخرج:



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

تفصیل در صورت :

$$\frac{2}{18} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2-18}{18} = \frac{1-9}{9} \Rightarrow \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

تفصیل در مخرج :

$$\frac{\delta y + 7}{1 - \delta y} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\cancel{\delta y} + 7 + 1 - \cancel{\delta y}}{1 - \delta y} = \frac{3+4}{4} \Rightarrow \frac{8}{1 - \delta y} = \frac{7}{4}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \stackrel{\downarrow}{=} \frac{a+c}{b+d} \stackrel{\downarrow}{=} \frac{a-c}{b-d} \stackrel{\downarrow}{=} \frac{-a+c}{-b+d} \stackrel{\downarrow}{=} \frac{-a-c}{-b-d}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{5} \stackrel{\downarrow}{=} \frac{2+1}{3+5} = \frac{2-1}{3-5} = \frac{-2+1}{-3+5} = \frac{-2-1}{-3-5}$$

مفوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a+c-e}{b+d-f} = \frac{a-c-e}{b-d-f} = \frac{-a+c-e}{-b+d-f}$$

= - - - - -

مفوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{3}{y} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{3}{4y} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow x = 3$$

۱۰۸. اگر $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ باشد، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

$$\frac{x-y}{y} = \frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{x+2y}{x} = \frac{11}{3} \quad (3)$$

$$\frac{y}{y-x} = \frac{4}{1} \quad (2)$$

$$\frac{x+y}{y} = \frac{7}{4} \quad (1)$$

نادرست

درست

درست

ترکیب در صورت

$$\frac{3 + (4 \times 3)}{3} = \frac{11}{3}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{y}{x-y} = \frac{4}{3-4}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{y}{y-x}$$

$$\frac{4}{1} = \frac{y}{y-x} \Rightarrow \frac{4(y-x)}{y-x} = \frac{4y}{y-x} \Rightarrow \frac{4y}{3} = \frac{4y}{y-x} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{4}{y-x} \Rightarrow y-x = 3 \Rightarrow y = x+3$$



نمونه: از ۱ تا ۱۱۰
 - شماره‌های فرد

۱۱۰. اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ باشد، حاصل $\frac{5ad - 2cf}{2de - 5bc}$ برابر است با:

$\frac{2}{2}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

~~$\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$~~
 $cf = de$
 روش اصلی:

$$\frac{5ad - 2cf}{2de - 5bc} = \frac{(-5bc + 2de)}{(2de - 5bc)} = -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

روش سریع و تنبلی:



هوشیار
 سرزمین تیزهوشان ایران