

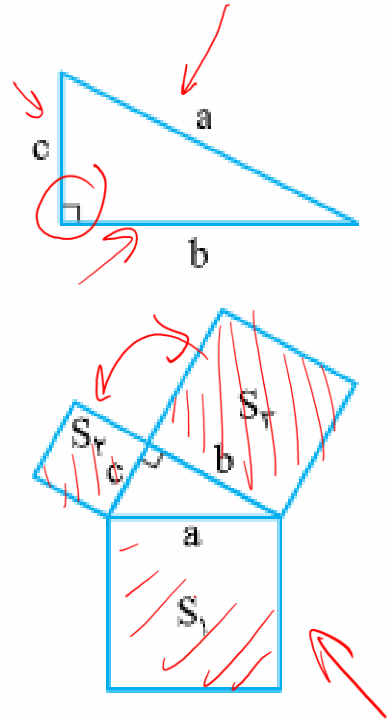
قضیه فیثاغورس

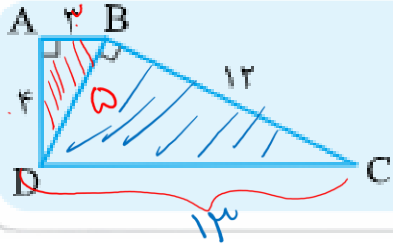
در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع اندازه وتر برابر با مجموع مربعات اندازه‌های دو ضلع دیگر است. به عبارت دیگر با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

با توجه به رابطه بالا می‌توان این نتیجه را گرفت که در هر مثلث قائم‌الزاویه، مساحت مربعی که روی وتر ساخته می‌شود، برابر مجموع مساحت‌های دو مربعی است که روی ضلع‌های زاویه قائمه آن ساخته می‌شوند.

$$S_1 = S_2 + S_3$$





۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

تست: در شکل مقابل، محیط چهارضلعی ABCD کدام است؟

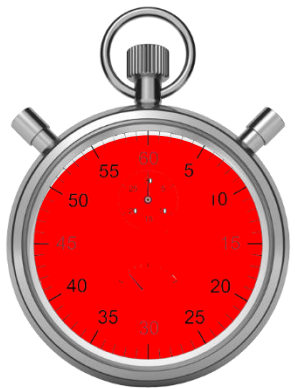
$$۳^۲ + ۴^۲ = ۵^۲ \rightarrow ۲۵ = ۵^۲ \rightarrow ۵ = ۵$$

$$۵^۲ + ۱۲^۲ = DC^۲ \rightarrow ۱۴۹ = DC^۲ \rightarrow ۱۲ = DC$$

$$۴ + ۳ + ۱۲ + ۱۲ = ۳۲$$



هوشلند



تست: مساحت مثلثی به طول اضلاع $2\sqrt{2}$ ، $2\sqrt{3}$ و 2 کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

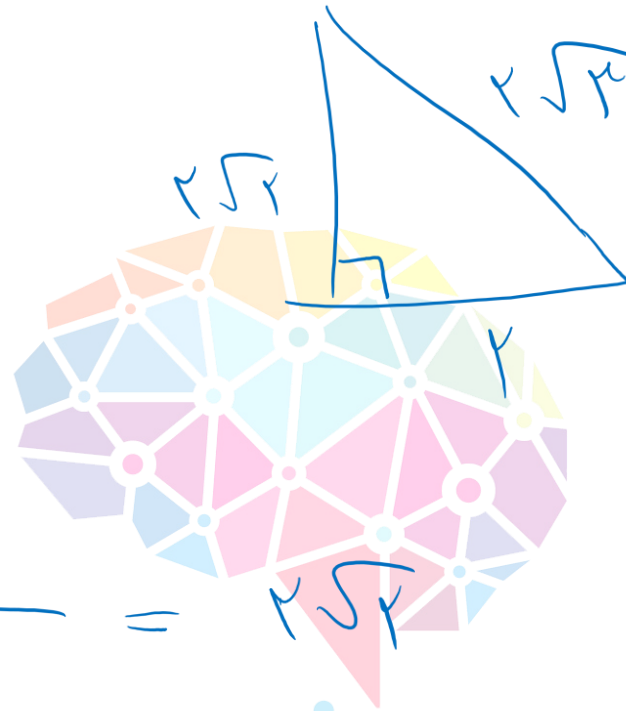
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

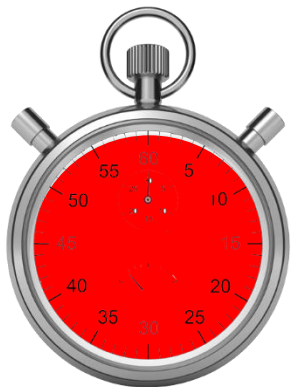
$$(2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2^2$$

$$12 = 8 + 4 \quad \checkmark$$



$$\frac{2\sqrt{2} \times 2}{2} = 2\sqrt{2}$$

هوشلند



اعداد فیثاغورسی

به اعداد طبیعی که می‌توانند اندازه سه ضلع مثلث قائم‌الزاویه باشند، اعداد فیثاغورسی گویند. (به خاطر داشتن بعضی از آنها، در محاسبات بسیار کارسازند.) بعضی از این دسته اعداد عبارت‌اند از:

۳	۵	۷	۸	۹
۴	۱۲	۲۴	۱۵	۴۰
۵	۱۳	۲۵	۱۷	۴۱

توجه داشته باشید که علاوه بر اعداد فوق، مضارب آنها نیز می‌توانند اندازه‌های اضلاع مثلث قائم‌الزاویه باشند.

$$3, 4, 5 \Rightarrow \begin{cases} 6, 8, 10 \\ 9, 12, 15 \\ \vdots \end{cases}$$

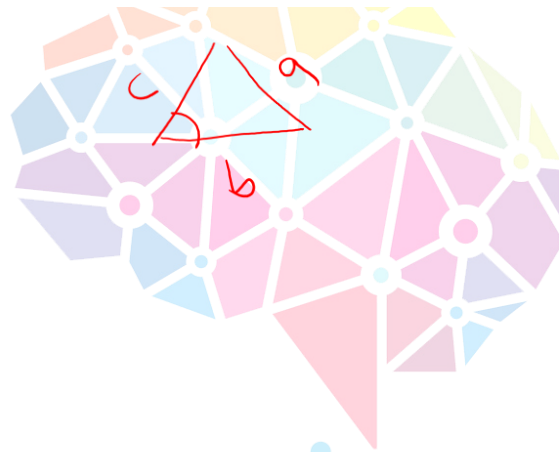
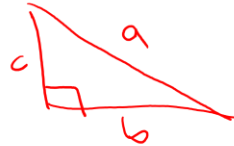
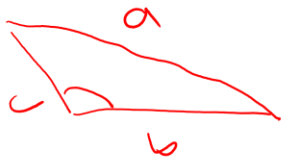
شناسایی نوع مثلث به کمک اضلاع

اگر a ، b و c اندازه ۳ ضلع مثلثی باشند و a بزرگ‌تر از b و c باشد، حالت‌های زیر را خواهیم داشت:

(الف) اگر $a^2 > b^2 + c^2$ آن‌گاه زاویه روبه‌رو به ضلع a ، منفرجه (باز) است.

(ب) اگر $a^2 = b^2 + c^2$ آن‌گاه زاویه روبه‌رو به ضلع a ، قائمه است.

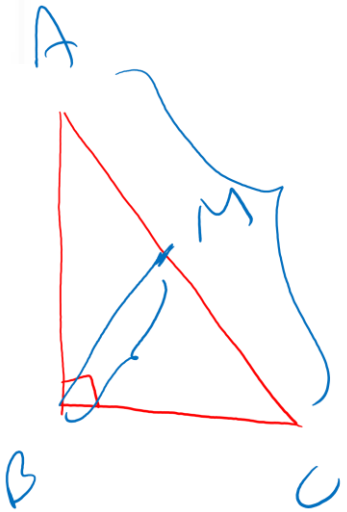
(پ) اگر $a^2 < b^2 + c^2$ آن‌گاه زاویه روبه‌رو به ضلع a ، حاده (تند) است.



هوش‌لند

روابط طولی در مثلث قائم الزاویه

① در هر مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.



$$BM = \frac{AC}{2}$$



هوشلند

تست: اگر در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) اندازه ارتفاع AH برابر $2\sqrt{2}$ و اندازه میانه AM برابر ۳ باشد، آن‌گاه اندازه ضلع متوسط مثلث

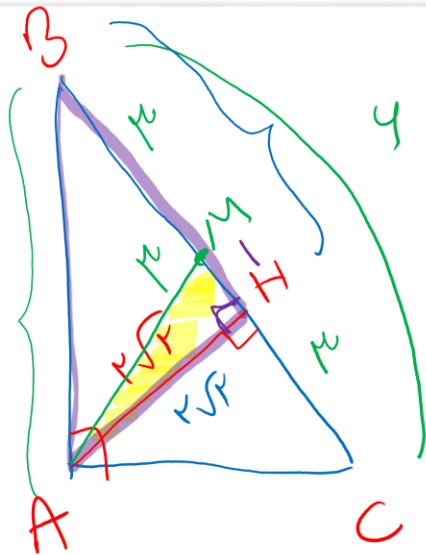
کدام است؟

$6\sqrt{2}$ (۴)

$3\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۲) ✓

$2\sqrt{3}$ (۱)



$$\Delta AMH : AH^2 + MH^2 = AM^2$$

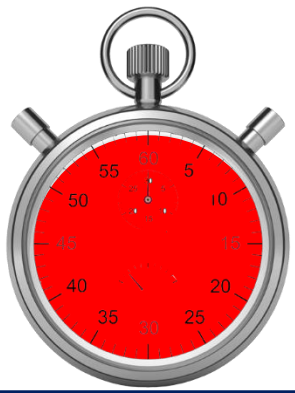
$$(2\sqrt{2})^2 + MH^2 = 3^2$$

$$MH^2 = 9 - 8$$

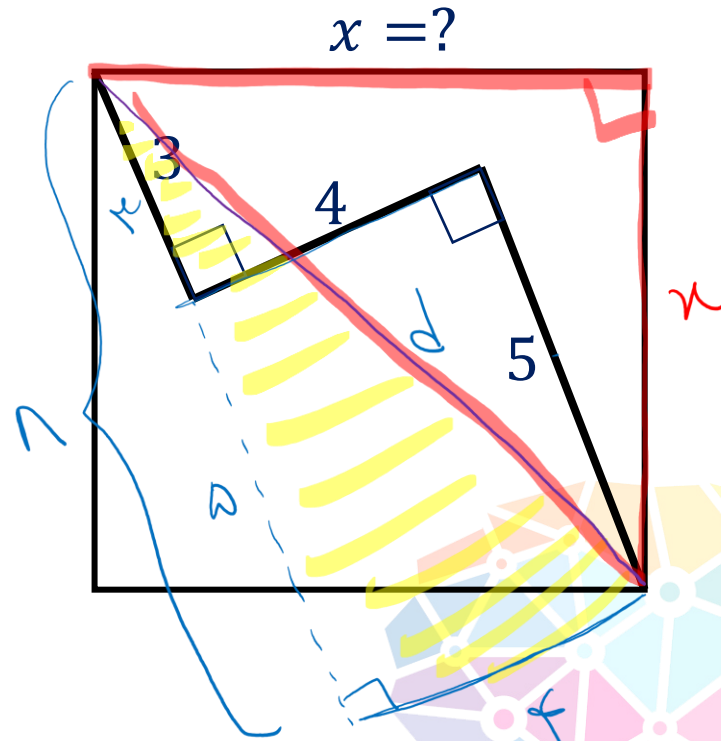
$$MH = 1$$

$$AB^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$AB^2 = 16 + 8 \rightarrow AB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



طول ضلع مربع زیر چند واحد است ؟



$$1^2 + 2^2 = d^2$$

$$4 + 4 = d^2$$

$$8 = d^2 \rightarrow \sqrt{8} = d$$

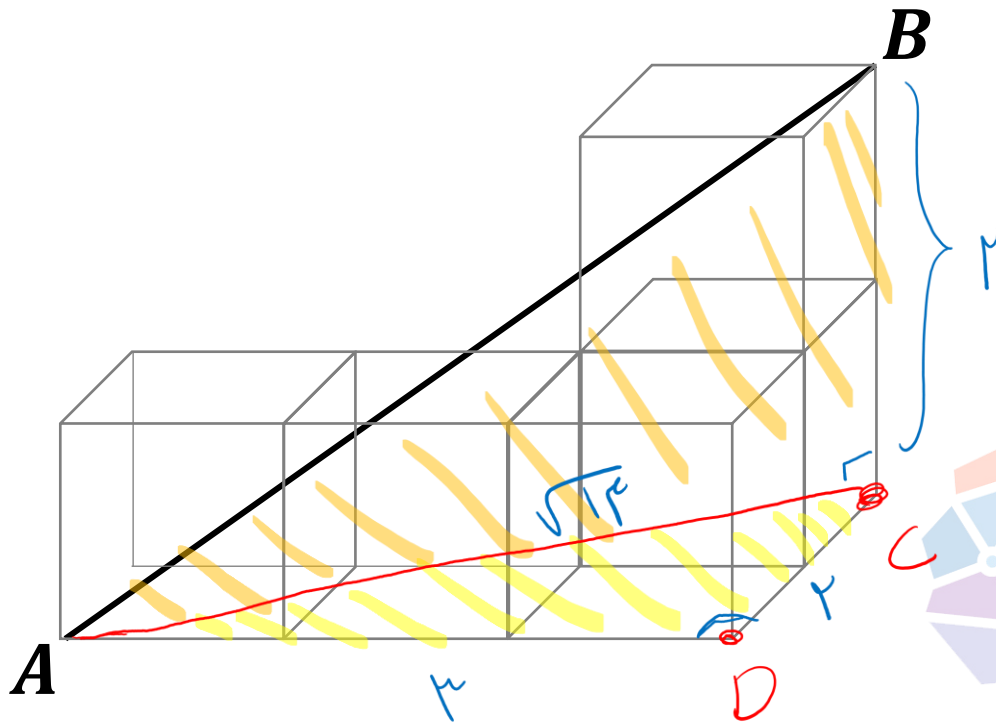
$$x^2 + x^2 = d^2$$

$$2x^2 = d^2 \rightarrow \sqrt{2}x = d \rightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{8} \rightarrow x = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} = 2$$

هوشلند

مرتضی طاهری

طول ضلع هر کدام از مربع های شکل برابر واحد است . طول پاره خط AB چه قدر است ؟



$$AC^2 = 3^2 + 2^2 \rightarrow AC = \sqrt{13}$$

$$AB^2 = \sqrt{13}^2 + 2^2$$

$$AB^2 = 13 + 4$$

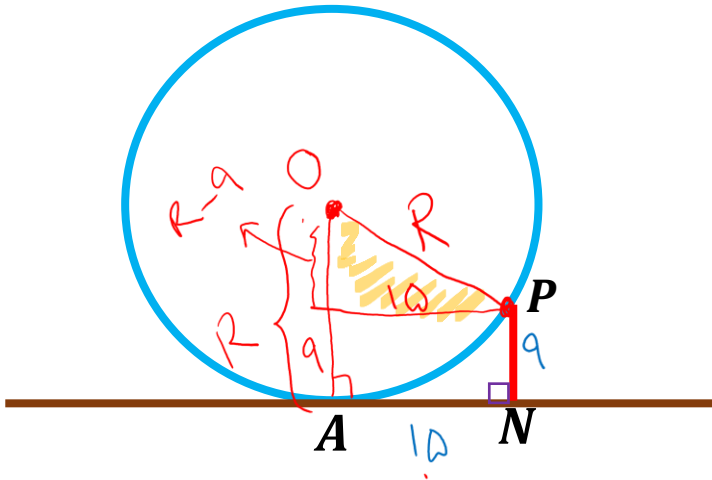
$$AB = \sqrt{17}$$

هوشلند



دایره ای بر خطی در نقطه ی A مماس شده است . از نقطه ی P روی دایره ، عمود PN بر خط را رسم

می کنیم . اگر $\overline{PN} = 9$ و $\overline{AN} = 15$ باشد . شعاع دایره کدام است ؟



شعاع دایره = R

$$15^2 + (R-9)^2 = R^2$$

$$225 + R^2 + 81 - 18R = R^2$$

$$306 = 18R$$

$$17 = R$$



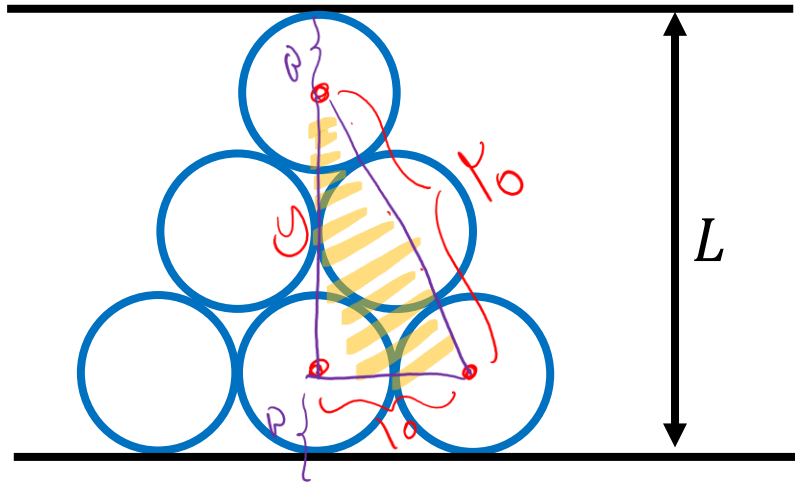
هریک از دایره های شکل زیر دارای شعاع ۵ هستند . طول L برابر است با

$$y^2 + 10^2 = 20^2$$

$$y^2 + 100 = 400$$

$$y^2 = 300 \rightarrow y = \sqrt{300}$$

$$L = 5 + y + 5 \rightarrow L = 10 + \sqrt{300}$$

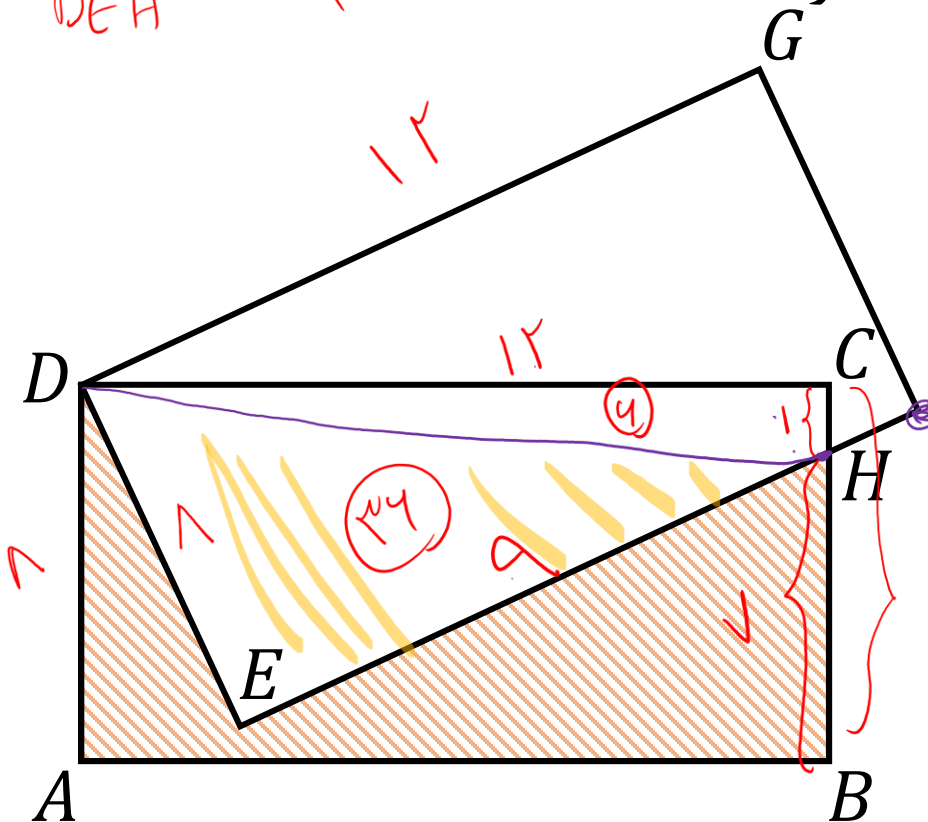


هوشلند



در شکل زیر ، مستطیل های $DEFG$ و $ABCD$ در راس D مشترک اند و $\overline{DA} = \overline{DE} = 8$ و \overline{AB} و $\overline{EF} = 12$. اگر $\overline{BH} = 7$ ، مساحت ناحیه ی هاشورخورده چه قدر است ؟

$$S_{\triangle DEH} = \frac{9 \times 11}{2} = 49.5$$



$$\frac{12 \times 1}{2} = 6 = S_{\triangle CDH}$$

$$11 \times 12 = 132$$

$$132 - (6 + 49.5) = 76.5$$

$$76.5$$

$$\triangle CDH : DH^2 = 12^2 + 1^2$$

$$DH^2 = 145$$

$$\triangle DEH : DE^2 + EH^2 = DH^2$$

$$8^2 + EH^2 = 145$$

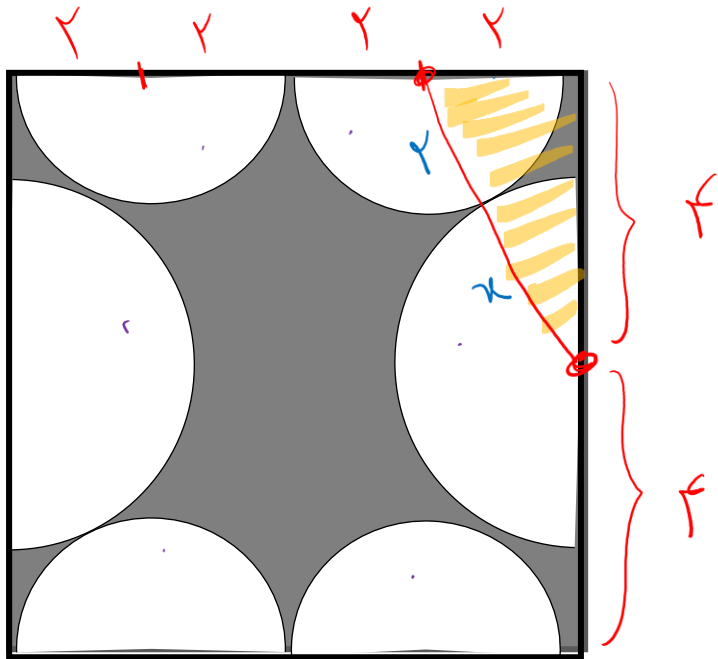
$$EH^2 = 11 \rightarrow EH = 9$$



هوشلند



در شکل مربعی را با شش نیم دایره در داخلش نشان داده ایم . مساحت ناحیه ی سایه خورده را بیابید .



اندازه ضلع مربع بزرگ ۸

$$(2+x)^2 = 2^2 + x^2$$

$$(2+x)^2 = 20$$

$$2+x = \sqrt{20}$$

$$\rightarrow x = \sqrt{20} - 2$$

مساحت ۴ ناحیه دایره کوچک

$$4 \times \pi \times (2)^2 = 16\pi$$

مساحت دو ناحیه دایره بزرگ

$$\pi (\sqrt{20} - 2)^2$$

$$\text{مساحت مربع} = 8 \times 8 = 64$$

$$64 - (16\pi + (\sqrt{20} - 2)^2 \pi)$$

