



استاد وحید اسدی کیا



هوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران



فصل اول : مجموعه ها و احتمال

فصل دوم : اعداد حقیقی

فصل سوم : هندسه

فصل چهارم : توان و ریشه

فصل پنجم : جبر

فصل ششم : معادله خط

فصل هفتم : عبارات های صریح گویا  $\frac{a}{b}$

فصل هشتم : حجم

۱۶۷. ماشینی با سرعت ۷۲ کیلومتر در ساعت در سرازیری حرکت می کند. در زمین صاف سرعتش ۶۳ کیلومتر در ساعت و در سر بالایی ۵۶ کیلومتر در ساعت است. برای رسیدن از شهر A به شهر B، ۴ ساعت زمان لازم است. مسیر برگشت ۴ ساعت و ۴۰ دقیقه طول می کشد. فاصله ی بین دو شهر چند کیلومتر است؟

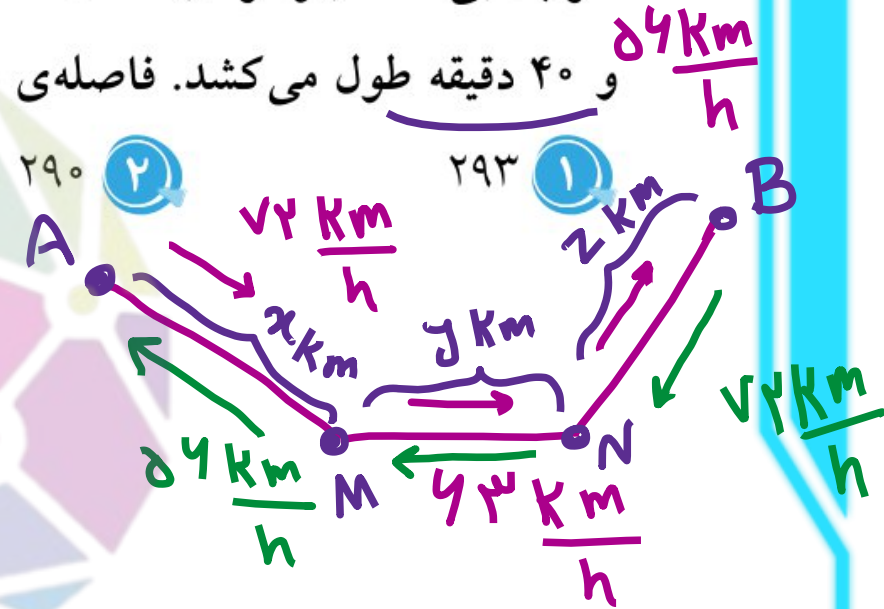
(المپیاد ریاضی)

$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{زمان}}{\text{سرعت}}$$

$$\Rightarrow \text{زمان} = \text{سرعت} \times \text{مسافت طی شده}$$

رفت:  $\frac{x}{72} + \frac{y}{63} + \frac{z}{56} = 4$

برگشت:  $\frac{z}{72} + \frac{y}{63} + \frac{x}{56} = 4 \frac{40}{60} = 4 \frac{2}{3}$



نهمین: از ۱۲۹ تا ۱۶۷ شماره ها زوج است.





استاد وحید اسدی کیا





۱۶۷. ماشینی با سرعت ۷۲ کیلومتر در ساعت در سرازیری حرکت می کند. در زمین صاف سرعتش ۶۳ کیلومتر در ساعت و در

سر بالایی ۵۶ کیلومتر در ساعت است. برای رسیدن از شهر A به شهر B، ۴ ساعت زمان لازم است. مسیر برگشت ۴ ساعت

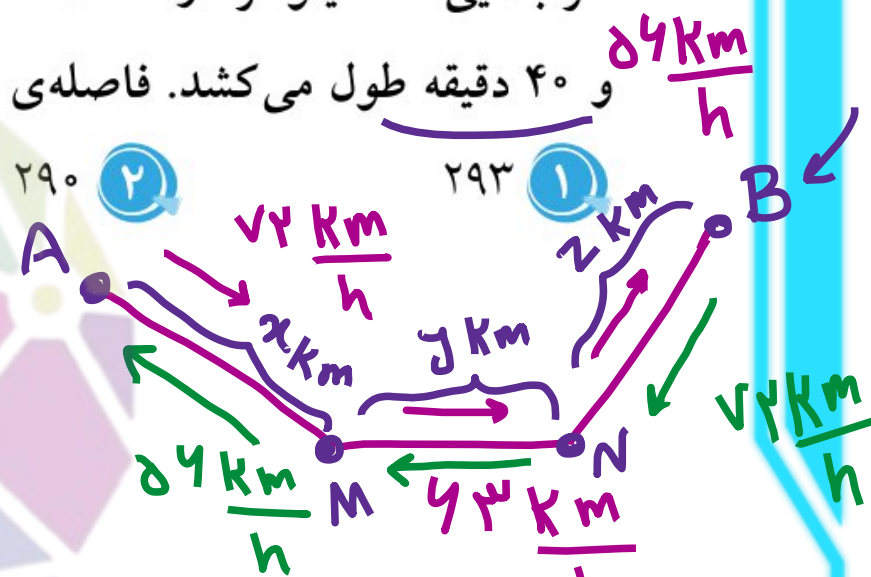
(المپیاد ریاضی)

و ۴۰ دقیقه طول می کشد. فاصله ی بین دو شهر چند کیلومتر است؟



$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{زمان}}{\text{سرعت}}$$

$$\Rightarrow \text{زمان} = \text{سرعت} \times \text{مسافت طی شده}$$



$$\text{رفت: } \frac{x}{72} + \frac{y}{63} + \frac{z}{54} = 4$$

$$\text{برگشت: } \frac{z}{72} + \frac{y}{63} + \frac{x}{54} = 4 + \frac{40}{60} = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\left( \frac{x}{72} + \frac{y}{63} + \frac{z}{54} \right) + \left( \frac{z}{72} + \frac{y}{63} + \frac{x}{54} \right) = 4 + \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{36} + \frac{2y}{63} + \frac{2z}{54} = \frac{26}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{36} + \frac{2y}{63} + \frac{z}{27} = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{36} + \frac{2y}{63} + \frac{z}{27} = \frac{13}{3}$$

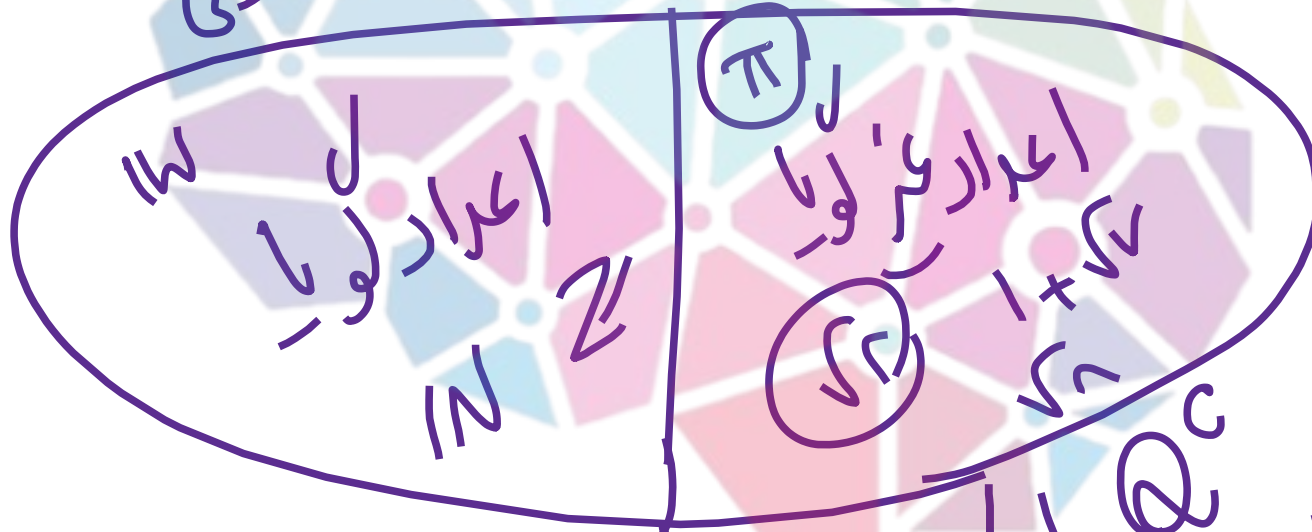
$$\Rightarrow \frac{x}{36} + \frac{2y}{63} + \frac{z}{27} = \frac{13}{3}$$



$$\begin{aligned}
 A \cap A' &= \emptyset \\
 A \cup A' &= \mathbb{R} \\
 A - A' &= A \\
 A' - A &= A'
 \end{aligned}$$

$\mathbb{R}$  حقیقی

$$\begin{aligned}
 A \subseteq \mathbb{R} \\
 A' \subseteq \mathbb{R} \\
 \Rightarrow A \cup A' = \mathbb{R}
 \end{aligned}$$



اعداد مختلط  $\mathbb{C}$

مفوشاند

سرزمین تیزهوشان ایران



۱۷۰. مجموعه‌های اعداد طبیعی، حسابی، صحیح، گویا و حقیقی به ترتیب  $N$ ،  $W$ ،  $Z$ ،  $Q$  و  $R$  هستند. کدام حکم درست

(کنگور)

است؟

$W \subseteq Q$  (۴)

$W \cap Q = N$  (۳)

$W - N = \phi$  (۲)

$Z \cup Q = R$  (۱)


اعداد حسابی  $W$   $\subseteq$   $Q$   $\{ \dots, 3, 2, 1, 0 \}$   $\subseteq$   $Q$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

توزیع اعداد گویا



# شناخت اعداد گنگ یا اصم


۱۷۴. کدام عدد زیر اصم است؟ 

$$Q = \mathbb{R} - Q$$

۰, ۲۵۳۴۷۲... 

۰, ۲۴۲۴۲۴... 

۰, ۳۲۱۲۱۲۱... 

۱, ۳۳۳۳... 

اعضای مضروب مرتب  
 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

$\frac{3}{3} = 1$   
 $\frac{4}{4} = 1$   
 $\frac{5}{5} = 1$

# هوشبازان

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا





بررسی (۳)  $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

۱۷۷. کدام یک از اعداد زیر اصم است؟

اصم یا بلند

۱  $\frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{4,5}}$

۲  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4,5}}$

ایکدم و یکم

۳  $(\sqrt{4,5} - \sqrt{2})^2$

مزدوج

۴  $(\sqrt{4,5} + \sqrt{2})(\sqrt{4,5} - \sqrt{2})$

مزدوج

۵  $\sqrt{2}$

۶  $\sqrt{4,5}$

۷  $(\sqrt{2})^2$

۸  $\sqrt{4,5}$

۹  $2,5 - 2 = 0,5$

بررسی (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4,5}} = \sqrt{\frac{2}{4,5}} = \sqrt{\frac{2}{\frac{9}{2}}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

بررسی (۲)  $\frac{(\sqrt{2})^2}{\sqrt{4,5}} = \frac{2}{\sqrt{4,5}} = \sqrt{\frac{4}{4,5}} = \sqrt{\frac{4}{\frac{9}{2}}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$

بررسی (۳)  $2,5 + 2 - 2\sqrt{4,5} \times 2 = 4,5 - 2 \times 3 = 4,5 - 6 = -1,5$



۱۷۹. اختلاف اندازه محیط و اندازه مساحت دایره‌ای، یک عدد گویا است. شعاع این دایره کدام عدد می‌تواند باشد؟

(المپیاد ریاضی)

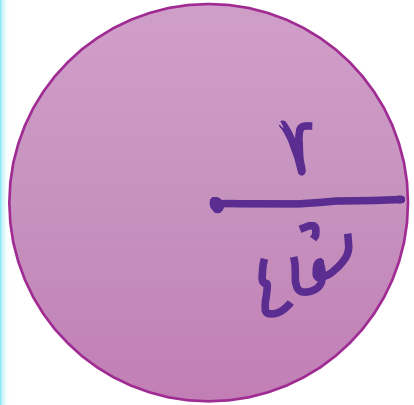
۳/۱۴

۴

$\pi$  ۳

$\frac{1}{\pi}$  ۲

۱ ۲



شعاع = r  
 قطر = 2r

$\pi \times r^2$

$2r \times \pi$

$$\pi r^2 - 2r\pi = \pi r(r - 2) \in \mathbb{Q}$$

$$= 0 \in \mathbb{Q}$$

Handwritten notes: 'شعاع' (radius) with arrows pointing to 'r' and 'r-2' in the equation above.

$r = \pi \Rightarrow \pi \times \pi \times (\pi - 2) = \pi^2 - 2\pi \in \mathbb{Q}$

$r = \frac{1}{\pi} \Rightarrow \frac{1}{\pi} \times \frac{1}{\pi} \times (\frac{1}{\pi} - 2) = \frac{1}{\pi^2} - \frac{2}{\pi} \notin \mathbb{Q}$

$\Rightarrow r = 2 \Rightarrow \boxed{r = 2}$



۱۸۱. اگر  $x$  عددی گنگ و  $y$  نیز عددی گنگ باشد، کدام گزینه الزاماً درست است؟

$(x+y) \in \mathbb{Q}$   ۲  $\times$

$(x+y) \in \mathbb{Z}$   ۱  $\times$

$(x+y)$  ممکن است گنگ نباشد.  ۴

$(x+y) \in \mathbb{Q}$   ۳  $\times$

$(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \in \mathbb{Q}$   $\rightarrow$   $\times$

برای (۱) می تواند عددی باشد  $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \notin \mathbb{Z}$   
 برای (۲)

$x = 5 - \sqrt{2}$   $y = 5 + \sqrt{2}$   
 $x + y = 5 - \sqrt{2} + 5 + \sqrt{2} = 10 \in \mathbb{Q}$

$(1 + \sqrt{3})^2 \in \mathbb{Q}$   
 $1 + 3 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$





$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

۱۸۳. اگر  $a$  و  $b$  اعدادی گنگ باشند، کدام گزینه درست است؟

$a + b$  همواره عددی صحیح است.

۱  ۲

$a - b$  می تواند عددی صحیح باشد.

۳  ۴

$a \cdot b$  همواره گنگ است.

۱  ۲  ۳  ۴

$$\rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{4}$$

$$a = \sqrt{2}$$

$$b = \sqrt{2}$$

$$a = 1 + \sqrt{5}$$

$$b = 7 + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow a - b = 1 + \sqrt{5} - (7 + \sqrt{5}) = 1 + \sqrt{5} - 7 - \sqrt{5} = -6$$

فروشگاه

سرزمین تیزهوشان ایران

استاد وحید اسدی کیا



۱۹۰. چند تا از جمله‌های زیر، درست است؟ (آزمون پایش سمپار)

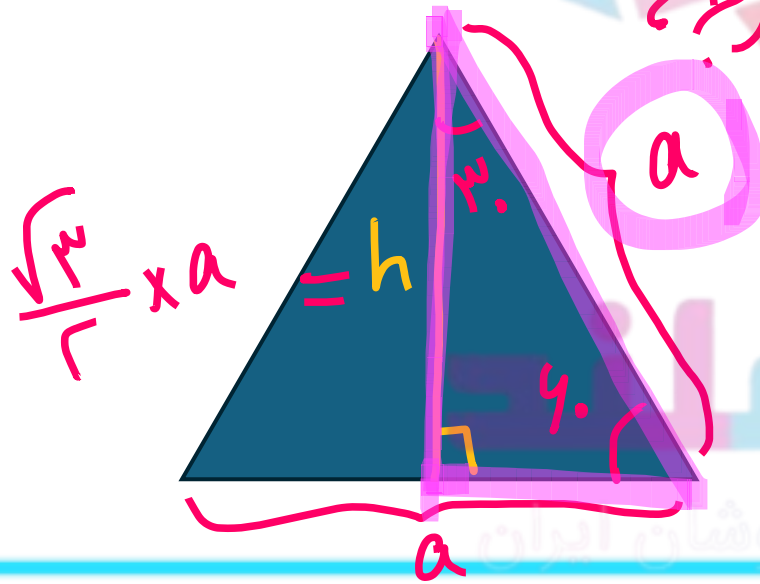
الف **درست است** \* اگر مکعب یک عدد، گنگ باشد، حتماً خود آن عدد گنگ بوده است.  $a^3 \in \mathbb{Q}' \Rightarrow a \in \mathbb{Q}'$

ب **غلط** \* حاصل ضرب یک عدد گویا در یک عدد گنگ، همواره عددی گنگ است.  $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}' \in \mathbb{Q}'$

ج **درست است** \* نسبت ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع به ضلع آن، همواره عددی گنگ است.  $0 \times \sqrt{3} = 0 \in \mathbb{Q}$

- ① صفر     
 ② یک     
 ③ دو     
 ④ سه

**درصد قائم الزاویه ضلع مقابل برابر ۹۰ درجه،**



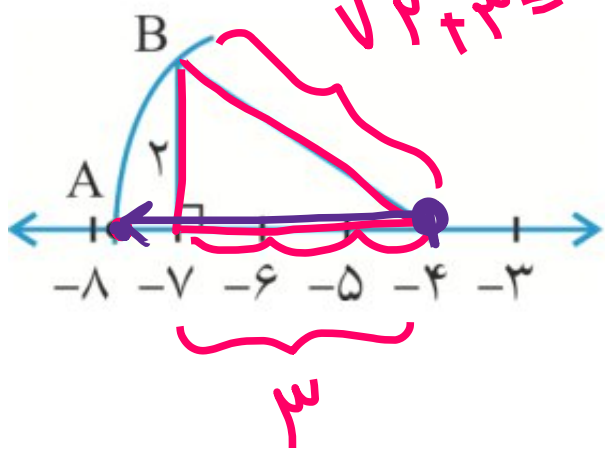
همواره  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times a$

$$\frac{h}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{a}{a} \Rightarrow \frac{h}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



## مشخص کردن اعداد حقیقی روی محور

۲۰۱. در شکل زیر، نمایش چه عددی است؟ (آزمون ورودی)



$$\begin{aligned} -7 - \sqrt{13} & \text{ (۲)} \\ -7 + \sqrt{13} & \text{ (۴)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4 + \sqrt{13} & \text{ (۱)} \\ -4 - \sqrt{13} & \text{ (۳)} \end{aligned}$$

# هوش‌شانند

سرزمین تیزهوشان ایران

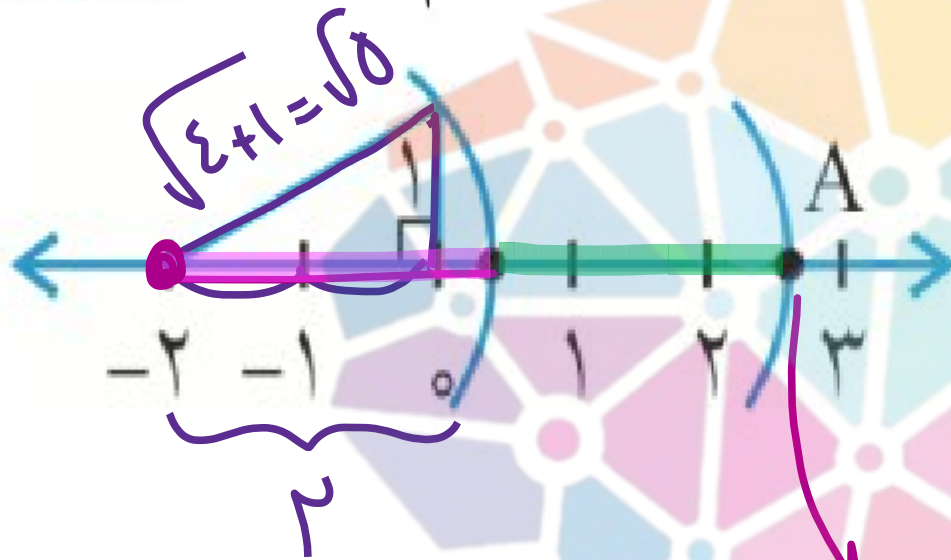


استاد وحید اسدی‌کیا





۲۰۳. در شکل زیر نقطه‌ی A کدام است؟ شعاع کمان‌های زده شده با هم مساویند. (تیزهوشان)



$-2 + \sqrt{20}$  (۲)

$2\sqrt{5}$  (۱)

$-2\sqrt{5}$  (۴)

$-2 + \sqrt{10}$  (۳)

$$-2 + \sqrt{5} + \sqrt{5}$$

$$= -2 + 2\sqrt{5} = -2 + \sqrt{20}$$

هوش‌شنند

سرزمین تیزهوشان ایران

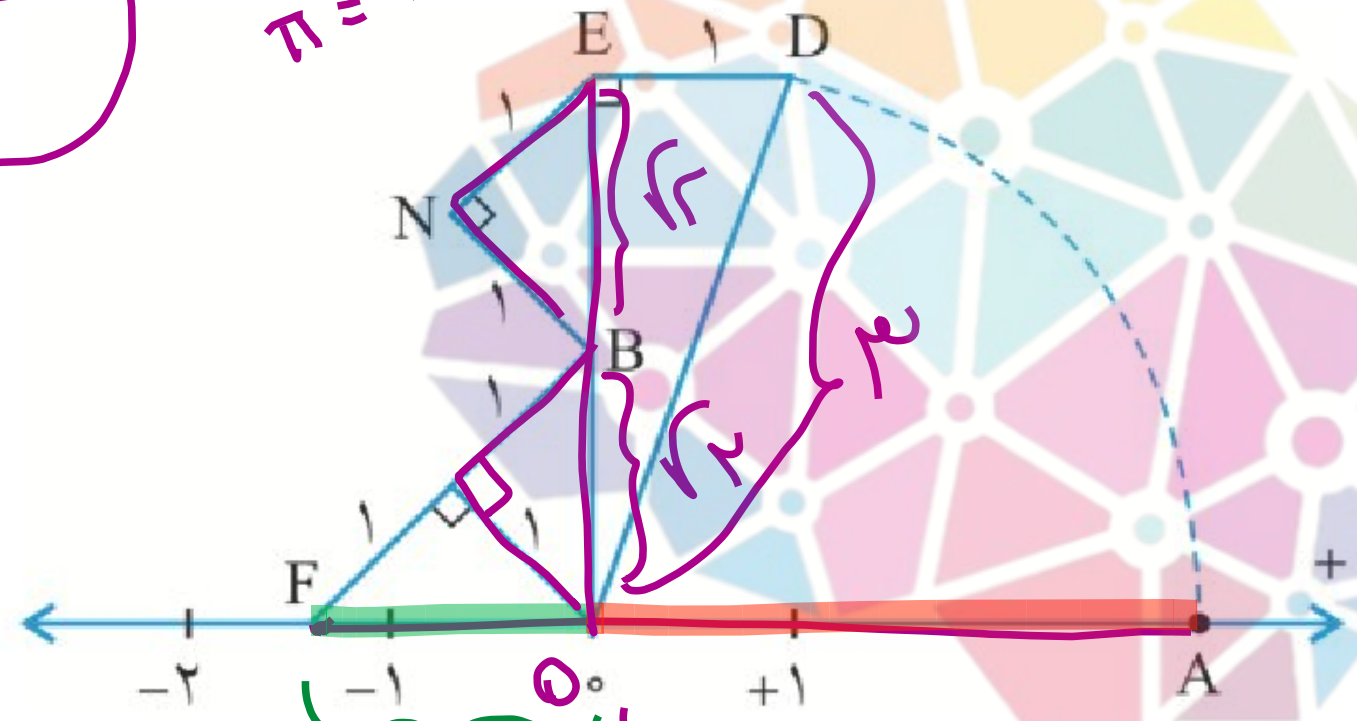


استاد وحید اسدی‌کیا

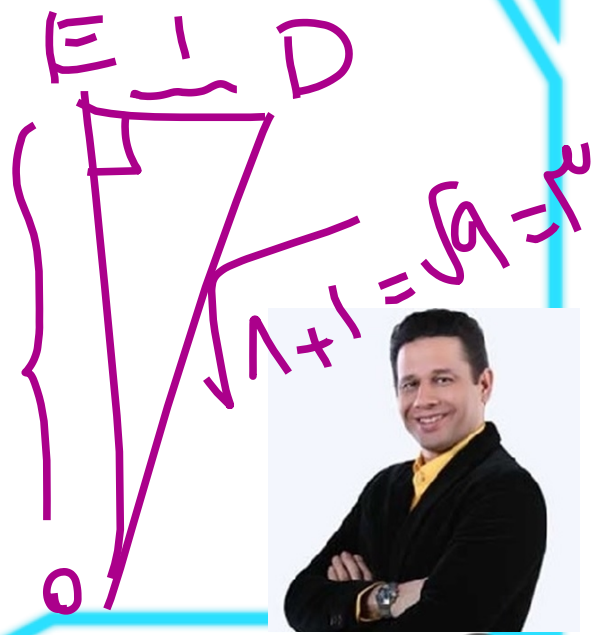
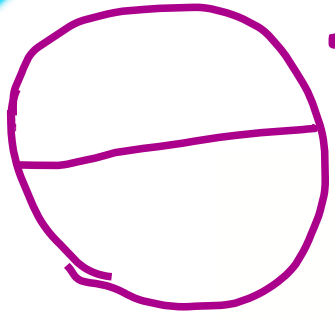


۲۰۷. با توجه به شکل زیر، کدام  $\overline{FA}$  است؟ (برگرفته از المپیاد ریاضی)

- ۱  $2\sqrt{2}$
- ۲  $-\sqrt{2} + \sqrt{5}$
- ۳  $3 - \sqrt{2}$
- ۴  $3 + \sqrt{2}$



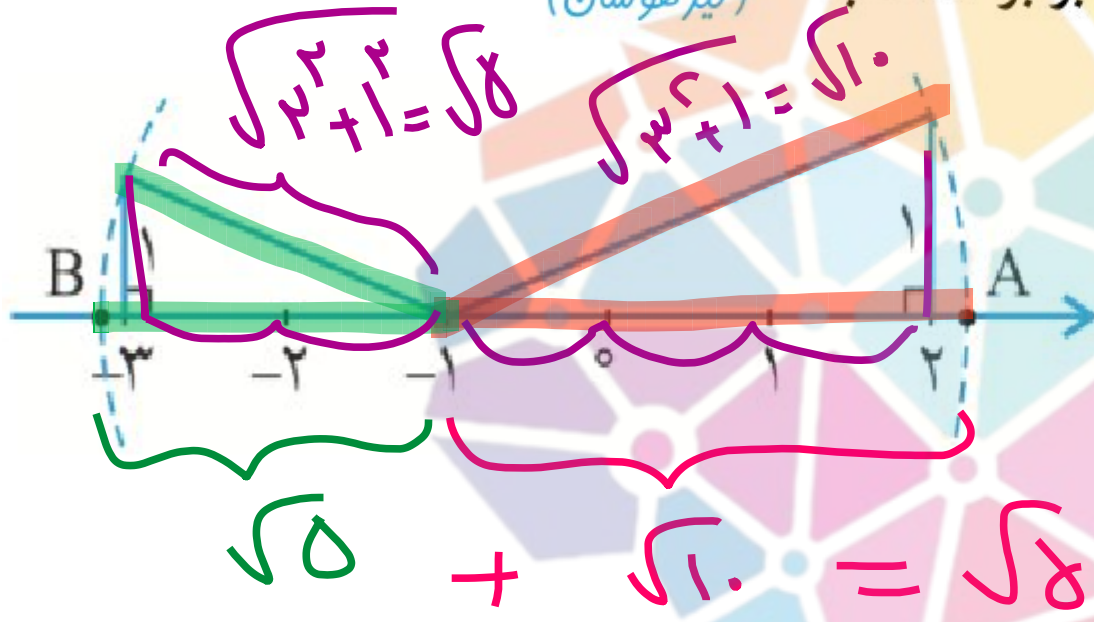
قطر گویا  
 $\pi = 3,14 \dots$



$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$   
 $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{2+2}$



۲۰۹. در شکل زیر، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا B برابر است با: (تیزهوشان)



۱  $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

۲  $\sqrt{5} - \sqrt{10}$

۳  $\sqrt{10} + \sqrt{5}$

۴  $-\sqrt{10} - \sqrt{5}$

گزینه ۳: از ۱۴۸ تا ۱۹۸

شماره‌های زنگ





# مسائل ریاضی

۱- اگر  $0 < \frac{m}{168} < 10$  و نمایش اعشاری  $\frac{m}{168}$  دارای دو رقم اعشار باشد، چند مقدار مختلف برای  $m$  وجود دارد؟

۷۰ (۴)

۴۰ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

۲- اگر  $\frac{m \times n}{462}$  یک کسر اعشاری با پایان و  $m$  و  $n$  عددهای طبیعی باشند، کمترین مقدار ممکن برای  $m+n$  چقدر است؟

۲۲۲ (۴)

۸۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۲ (۱)

نمرین از ۱۶۸ تا ۱۹۸  
شماره‌های زوج



۱- گزینه ۱

اگر کسر  $\frac{a}{b}$  که به طور کامل ساده شده است را در نظر بگیریم در صورتی که  $b$  دارای عامل‌هایی غیر از ۲ و ۵ باشد،

نمایش اعشاری کسر بی‌پایان خواهد بود و چون  $\frac{m}{168} = \frac{m}{2^3 \times 3 \times 7}$  پس  $m$  باید دارای عامل‌های ۳ و ۷ باشد تا با مخرج ساده شود.

کسرهای ساده‌نشده‌ی به شکل  $\frac{a}{8}$  دارای ۳ رقم اعشار و کسرهای ساده‌نشده‌ی به شکل  $\frac{a}{4}$  دارای دو رقم اعشار هستند. پس در تجزیه  $m$  باید دقیقاً یک عامل ۲ وجود داشته باشد تا با یکی از عامل‌های ۲ در مخرج ساده شود پس داریم:  
 $m = 3 \times 7 \times 2 \times k$  و  $k$  یک عدد فرد است.

$$0 < \frac{m}{168} < 10 \Rightarrow 0 < \frac{3 \times 7 \times 2 \times k}{168} < 10 \Rightarrow 0 < \frac{k}{4} < 10 \Rightarrow 0 < k < 40$$

با توجه به آن که  $k$  مقداری فرد است، ۲۰ مقدار مختلف برای  $k$  وجود دارد پس ۲۰ مقدار مختلف برای  $m$  وجود دارد.

۲- گزینه ۱

تجزیه مخرج به شکل  $462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$  است اگر نمایش اعشاری کسری با پایان باشد مخرج آن نباید عاملی غیر از ۲ یا ۵ داشته باشد پس صورت این کسر باید دارای عامل‌های ۳ و ۷ و ۱۱ باشد تا با مخرج ساده شوند. حالت‌های مختلف برای دو عدد طبیعی که حاصل ضرب آن‌ها این عامل‌ها را داشته باشند بررسی می‌کنیم (کوچک‌ترین عددهای ممکن):

m	n
1	$3 \times 7 \times 11 \rightarrow m=1, n=231 \rightarrow m+n=232$
3	$7 \times 11 \rightarrow m=3, n=77 \rightarrow m+n=80$
7	$3 \times 11 \rightarrow m=7, n=33 \rightarrow m+n=40$
11	$3 \times 7 \rightarrow m=11, n=21 \rightarrow m+n=32$

کم‌ترین مقدار ممکن برای  $m+n$  برابر ۳۲ است.

# دایره کسری مابعد

