



مربی منم

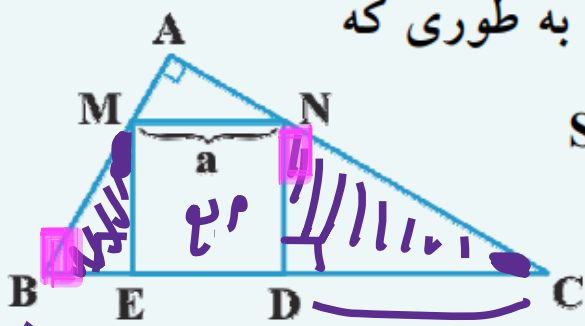


استاد وحید اسدی کیا



**نکته**

۷۱: هرگاه یکی از ضلع‌های مربعی روی وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار گیرد به طوری که



$$S_{\text{مربع}} = a^2 = \overline{BE} \times \overline{DC}$$

دو رأس آن روی دو ضلع قائم مثلث باشد، همواره داریم:

اثبات  $\triangle MBE \sim \triangle DNC$  است.

تقریباً  
شماره‌ها ۱۸۷ تا ۱۸۹



$$\sqrt{36} = 6 \Rightarrow 9 \times 6 = 36 = \text{مساحت مربع}$$





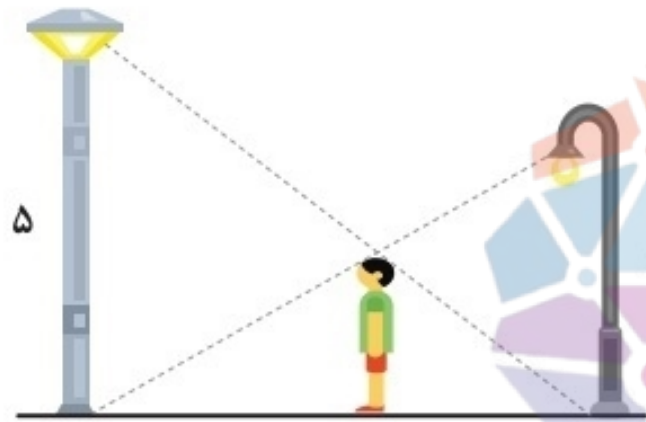
موسسه  
مركز پژوهش‌های  
آموزشی

# فصل ۳ استدلال و اثبات در هندسه

استاد وحید اسدی‌کیا



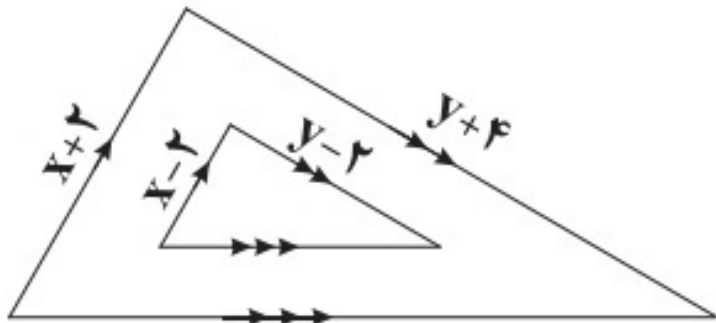
دو تیر چراغ برق به فاصله ۱۰ متر از هم قرار دارند. سامان بین این دو تیر قرار گرفته به طوری که سایه او از تیر اول که ۳ متر است تا پای تیر دوم کشیده شده است و همچنین سایه او از تیر دوم که ۵ متر است تا پای تیر اول کشیده شده است. قدر سامان چقدر است؟



مسئله ریاضی

- ۱/۸۷۵ (۱)
- ۱/۶۴ (۲)
- ۱/۷۵ (۳)
- ۱/۶۲۵ (۴)

مثلث‌های ABC و DEF متشابه‌اند. اگر  $2y - x = 6$  باشد، مقدار x کدام است؟



- ۳/۲ (۱)
- ۳/۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

نمونه شماره‌ها ۱۸۷۵



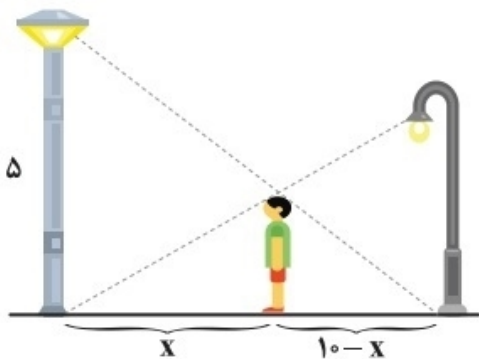


# مسئله ریاضی

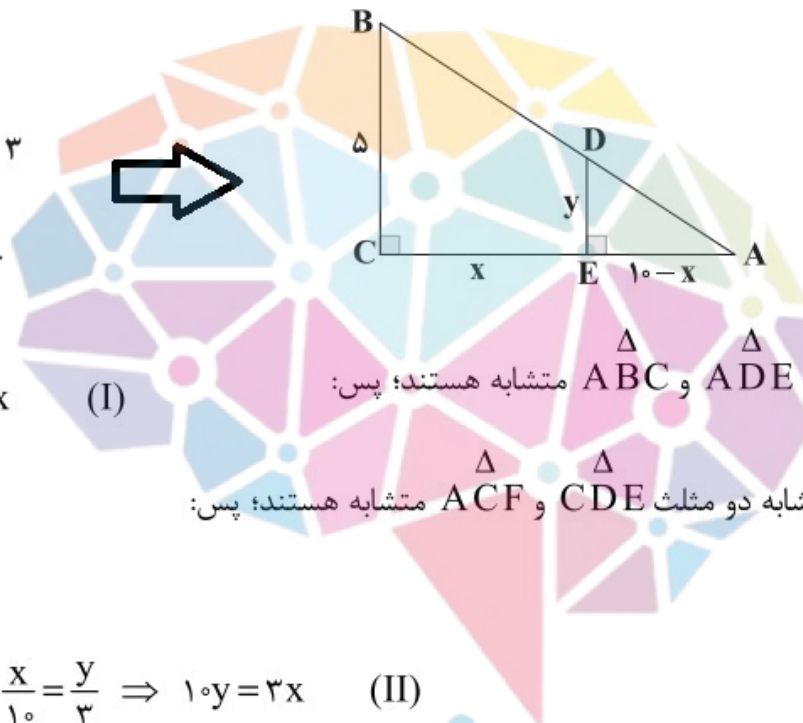
## پایه نهم | مسأله:

گزینه ۱

ابتدا از هر لامپ تیر چراغ برق، به پای تیر مقابل می‌کشیم. آن‌گاه خواهیم داشت:

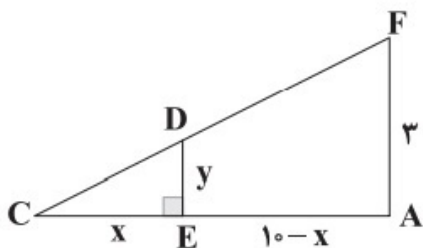


$$\frac{10-x}{10} = \frac{y}{5} \Rightarrow 10y = 50 - 5x \quad (I)$$



دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه هستند؛ پس:

به طور مشابه دو مثلث  $ACF$  و  $CDE$  متشابه هستند؛ پس:



$$\frac{x}{10} = \frac{y}{3} \Rightarrow 10y = 3x \quad (II)$$

با توجه به رابطه I و II داریم:

$$3x = 50 - 5x \Rightarrow 8x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{8} = \frac{25}{4}$$

$$10y = 3\left(\frac{25}{4}\right) \Rightarrow y = \frac{75}{40} = 1.875$$

بنابراین طول قد سامان برابر است با:

مفهوشناسان

سرزمین تیزهوشان ایران



# دایخ سوئال ۲ صافه ۷ ریاضی

۲- گزینه ۴ چون دو مثلث متشابه‌اند، داریم:

$$\frac{x+2}{x-2} = \frac{y+4}{y-2} \rightarrow (x+2)(y-2) = (x-2)(y+4) \Rightarrow \cancel{xy} - 2x + 2y - 4 = \cancel{xy} + 4x - 2y - 8$$

$$\Rightarrow 4x - 4y = 4 \Rightarrow 3x - 2y = 2 \Rightarrow 2y = 3x - 2 \quad \text{رابطه ①}$$

$$2y - x = 4 \Rightarrow 2y = x + 4 \quad \text{رابطه ②}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

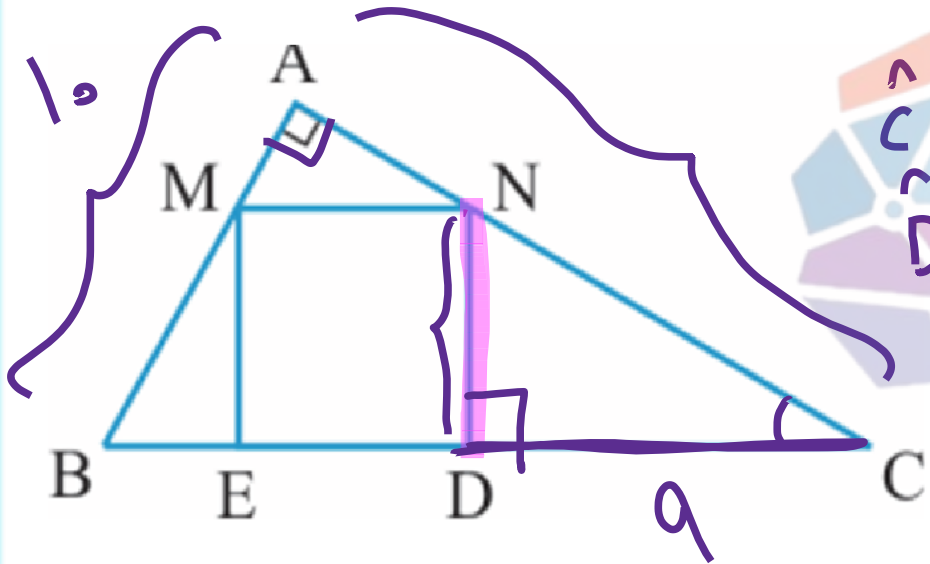
$$\text{① و ②} \Rightarrow 3x - 2 = x + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow \underline{x = 3}$$

سرزمین تیزهوشان ایران



۱۸۸. مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  و مربع  $MNDE$  داخل آن مفروض است. با توجه به

اندازه‌های  $\overline{AB} = 10$ ،  $\overline{AC} = 18$  و  $\overline{CD} = 9$ ، ضلع مربع کدام است؟ (آزمون ورودی)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{D} = \hat{A} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\triangle CND \sim \triangle ABC$$

$$\frac{5}{9} \quad \text{②} \quad \frac{10}{3} \quad \text{①}$$

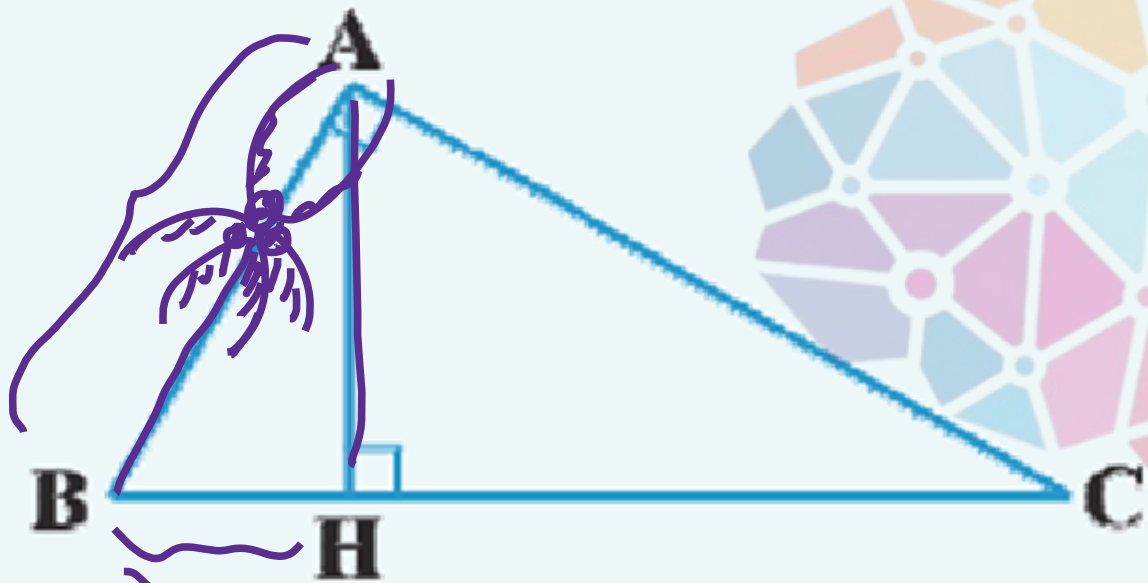
$$\frac{5}{10} \quad \text{④} \quad \frac{3}{18} \quad \text{③}$$

$$\frac{\overline{DN}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{\overline{DN}}{10} = \frac{9}{18}$$

مربع  $DN = 5$



نکته ۷۲: در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر در آن داریم:



$$\left(\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right)^2 = \frac{\overline{HC}}{\overline{HB}}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{BC}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$$

مفوشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا





نکتہ : واسطہ حسابی : بطور مثال :  $a$  اور  $c$  حسابی ہیں  $a$  و  $c$

مثال : ۵ ، واسطہ حسابی کے لیے اعداد ۳ و ۷ ہیں۔  
اسے  $b = \frac{a+c}{2}$  کے طور پر واسطہ حسابی

$$5 = \frac{3+7}{2}$$

نکتہ : واسطہ ہمدی :  $P$  اور واسطہ ہمدی کے لیے  $a$  و  $c$

$$P = a \times c$$

مثال : ۶ ، واسطہ ہمدی کے لیے اعداد ۴ و ۹ ہیں۔

$$6^2 = 4 \times 9$$



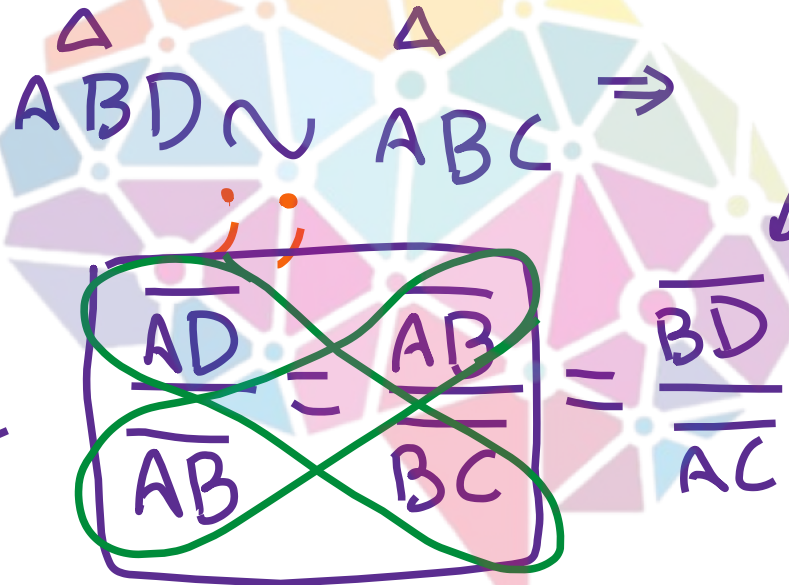
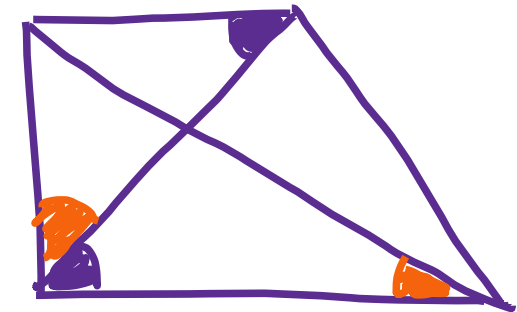
۱۹۸. اگر دو قطر دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ای بر هم عمود باشند، ارتفاع دوزنقه، واسطه‌ی هندسی است بین دو قاعده (کنگور)

۱ دو ساق

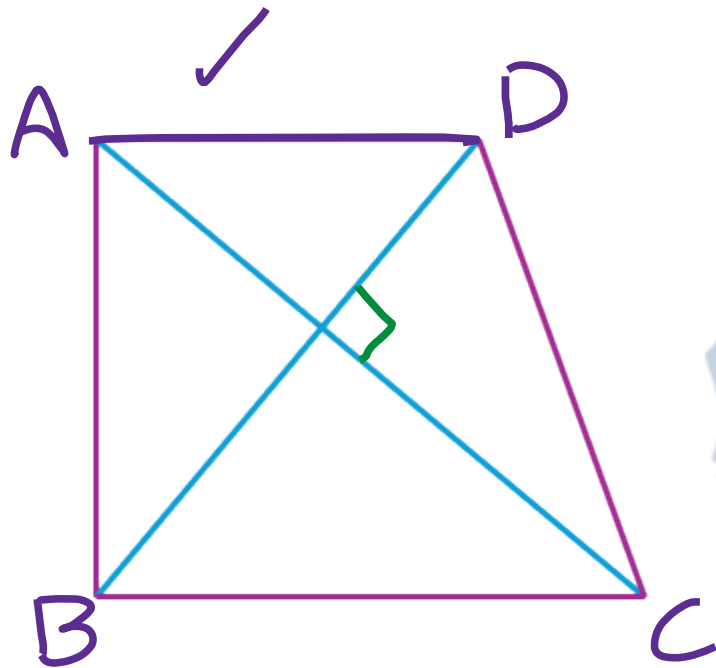
۳ یک ساق و قاعده‌ی بزرگ‌تر

۲ دو قاعده

۴ یک ساق و قاعده‌ی کوچک‌تر



$$\overline{AB}^2 = \overline{AD} \times \overline{BC}$$

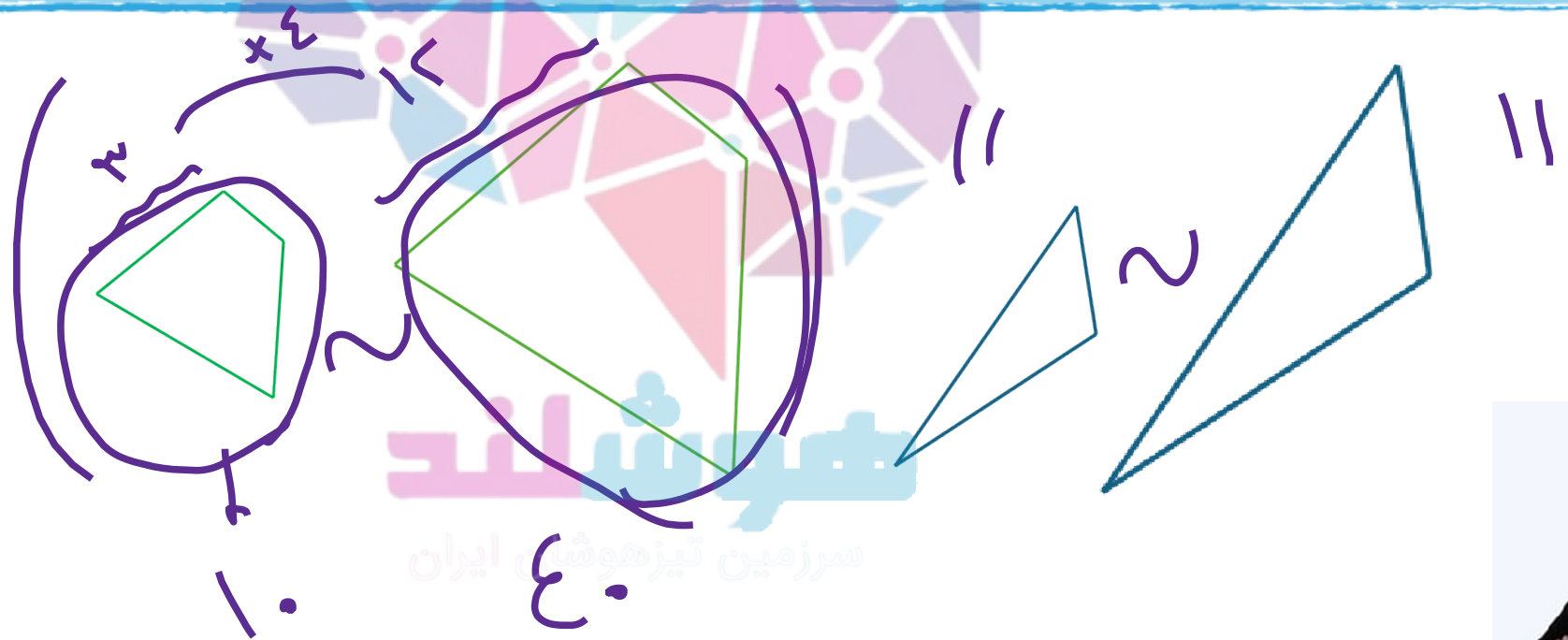


ارتفاع دوزنقه



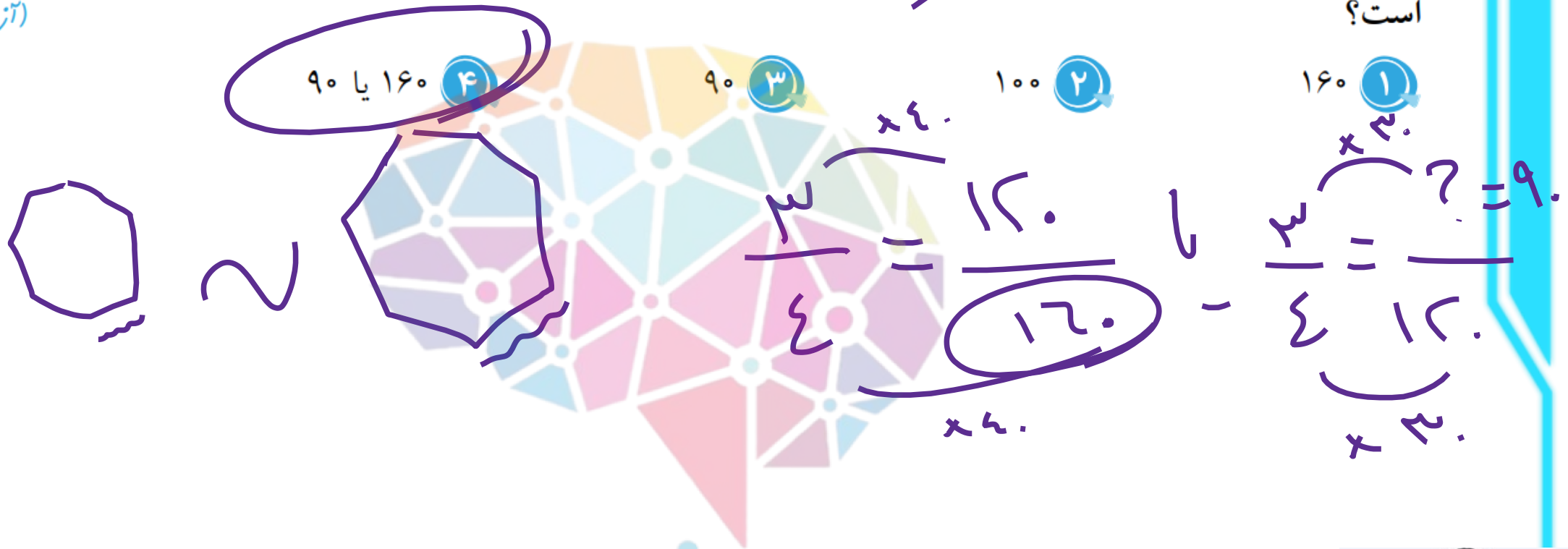
## تشابه و محیط و مساحت

**نکته ۷۳:** نسبت محیط‌ها در هر دو چندضلعی متشابه، با نسبت تشابه آنها برابر است. پس نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه آنها برابر است.



۲۰۱. نسبت تشابه دو ۲۰ ضلعی،  $\frac{۳}{۴}$  است. اگر محیط یکی از آنها، ۱۲۰ سانتی متر باشد، محیط دیگری چند سانتی متر است؟

(آزمون ورودی)



**مفوشاند**  
سرزمین تیزهوشان ایران

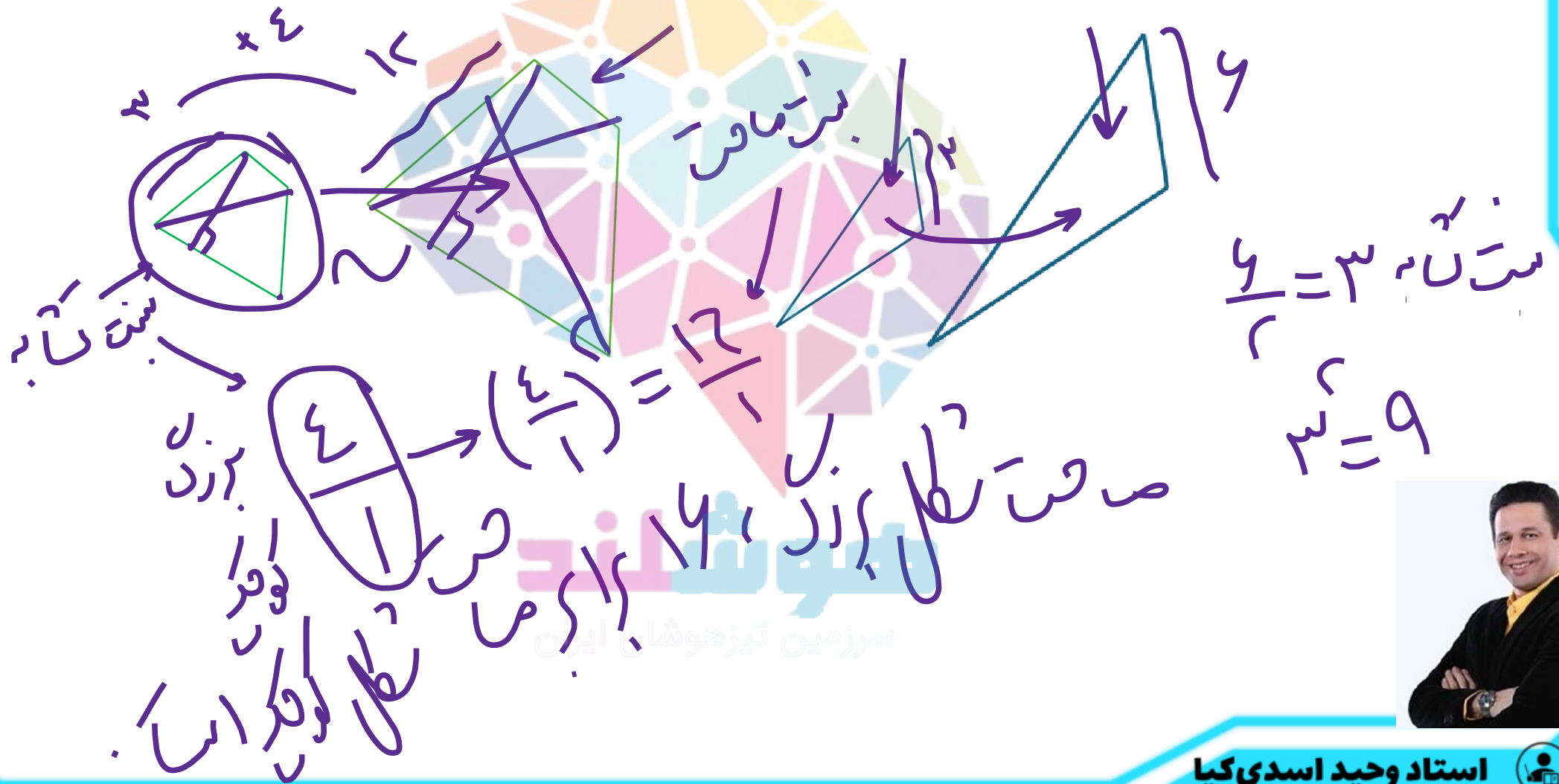


استاد وحید اسدی کیا





**نکته ۷۶:** نسبت مساحت دو چندضلعی متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است.



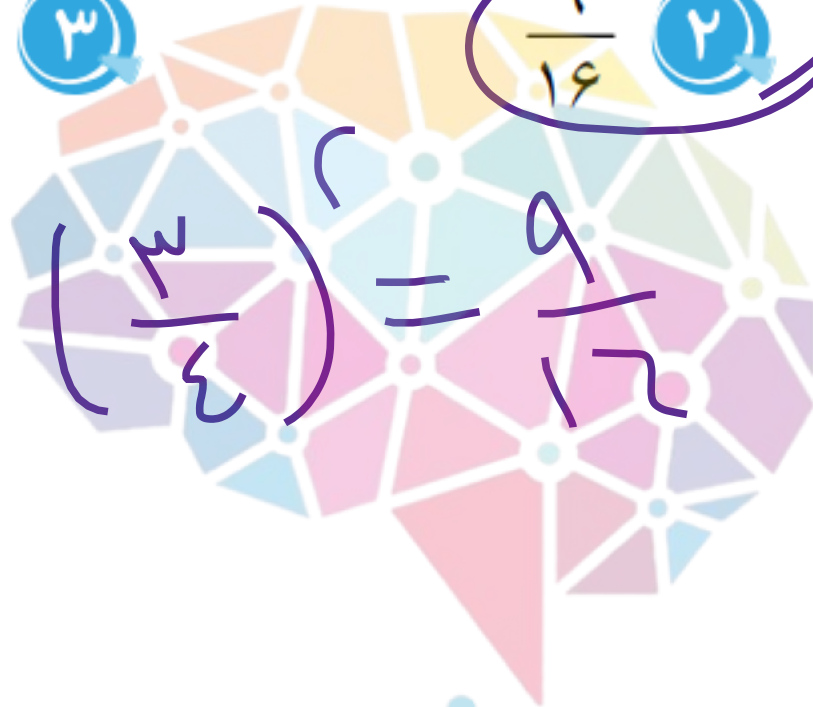
✉ ۲۰۳. اگر نسبت تشابه دو مثلث  $\frac{۳}{۴}$  باشد، نسبت مساحت‌هایشان چه قدر است؟

$$\frac{۹}{۳۲} \quad (۴)$$

$$\frac{۳}{۸} \quad (۳)$$

$$\frac{۹}{۱۶} \quad (۲)$$

$$\frac{۳}{۴} \quad (۱)$$



مغز شنند  
سرزمین تیزهوشان ایران



۲۰۵. نسبت مساحت دو مثلث متشابه  $\frac{49}{128}$  است. اگر یک ضلع مثلث کوچک تر ۲۱ سانتی متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در

مثلث بزرگ تر چند سانتی متر است؟

(کنگور)

مساحت کوچک =  $\frac{49}{128}$

مساحت بزرگ =  $\frac{21^2}{x^2}$

نسبت مساحت =  $\frac{49}{128} = \frac{21^2}{x^2}$

$\sqrt{\frac{49}{128}} = \sqrt{\frac{21^2}{x^2}}$

$\frac{7}{\sqrt{128}} = \frac{21}{x}$

$\frac{7}{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}} = \frac{21}{x}$

$\frac{7}{2\sqrt{2} \times 2} = \frac{21}{x}$

$\frac{7}{4\sqrt{2}} = \frac{21}{x}$

$x = \frac{21 \times 4\sqrt{2}}{7}$

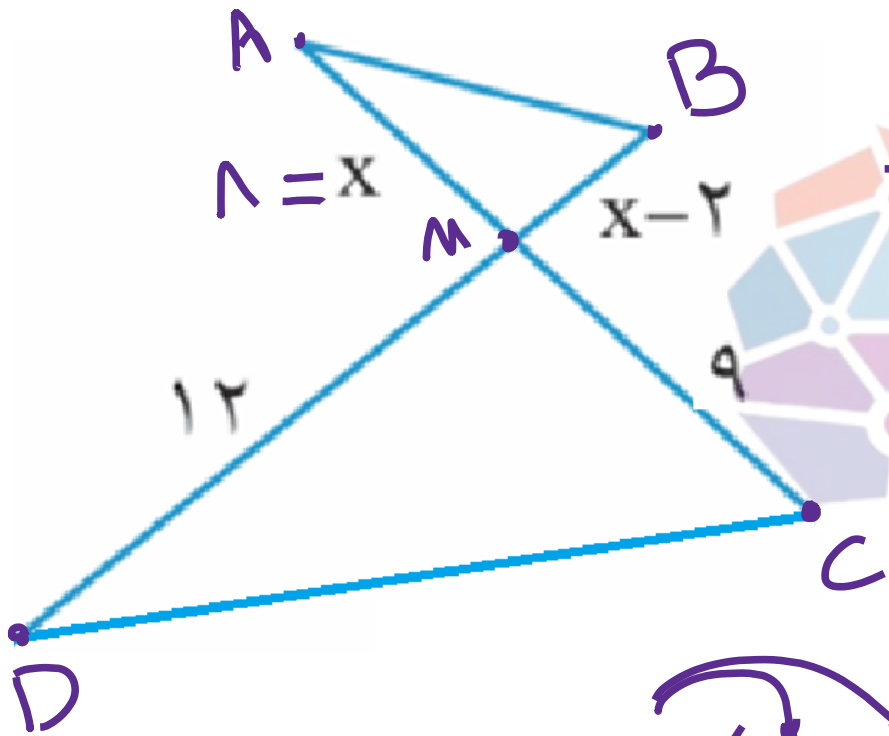
$x = 12\sqrt{2}$

- ۱)  $21\sqrt{2}$
- ۲)  $24\sqrt{3}$
- ۳)  $24\sqrt{2}$

مفوشنلند  
سرزمین تیزهوشان ایران



۲۰۹. در شکل زیر دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت این دو مثلث چه قدر است؟ *کنکور + آزمون ورودی*



$$\frac{\overline{MB}}{\overline{MC}} = \frac{\overline{MA}}{\overline{MD}} = \frac{8}{12}$$

نسبت  $\frac{8}{12}$

$\frac{4}{6}$

$\frac{2}{3}$

~~$$\frac{x-2}{9} = \frac{x}{12}$$~~

$$\sum (x-2) = 3x$$

$$\sum x - 12 = 3x \Rightarrow x = 8$$

نسبت  $\frac{5}{5} = \frac{2}{3}$

$\frac{3}{6}$





**نکته ۷۷:** در دو مثلث متشابه، نسبت میانه‌های نظیر و نیمسازهای نظیر، با نسبت تشابه برابر است.



**مفوشیند**  
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا

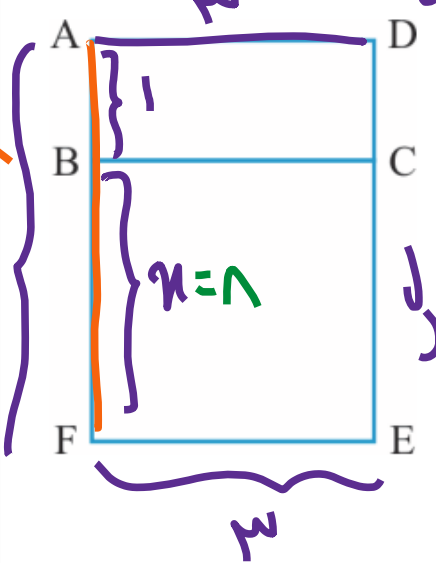


۲۱۹. مطابق شکل، دو مستطیل ABCD و ADEF متشابه‌اند. اگر  $\overline{AB} = 1$  و  $\overline{AD} = 3$  باشد، مساحت مستطیل ADEF چند

(آزمون ورودی + کنکور)

برابر مساحت مستطیل BCEF است؟

$1+1=2$



طول کوبه

$\overline{AD}$

$\overline{AB}$

طول کوبه

$\overline{AF}$

$\overline{FE}$

طول کوبه

$$\frac{3}{1+x} = \frac{1}{3}$$

$$1+x=9$$

$$\Rightarrow x=8$$

$$S_{ADEF} = 9 \times 3 = 27$$

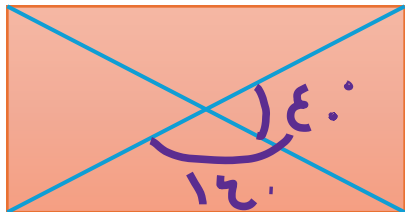
$$S_{BCEF} = 8 \times 3 = 24$$

$$\Rightarrow \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$$

- ۱  $\frac{3}{2}$
- ۲  $\frac{10}{9}$
- ۳  $\frac{9}{8}$
- ۴  $\frac{4}{3}$



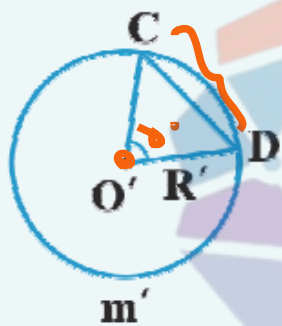
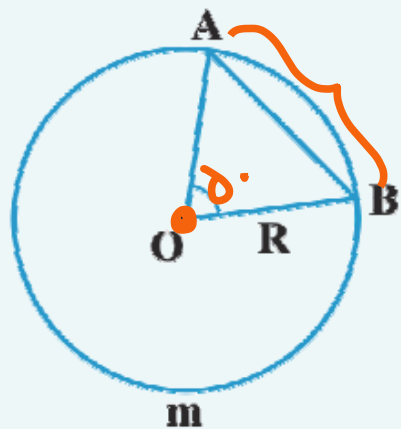
**نکته ۷۸:** دو مستطیل که زاویه‌ی بین قطرهایشان با هم برابر باشد، متشابه‌اند.



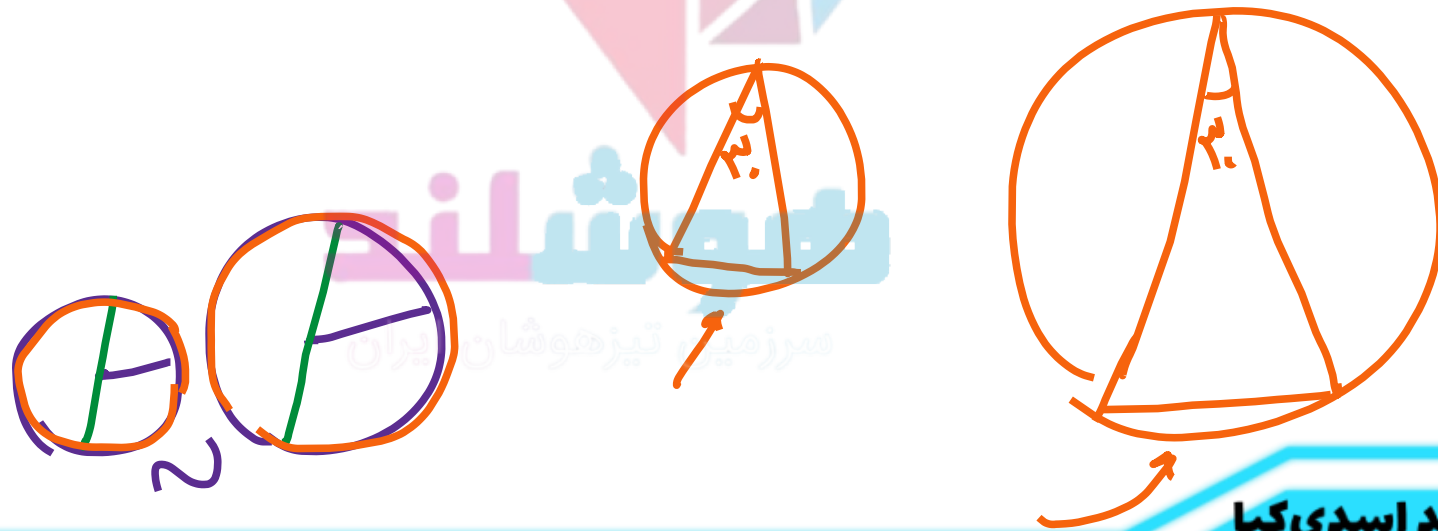
**نکته ۸۰:** نسبت تشابه دو دایره، با نسبت شعاع آنها، قطر آنها و محیط آنها برابر است.

**نکته ۸۱:** نسبت وترهای نظیر به کمانهای مقابل به زاویه‌های

مرکزی مساوی در دو دایره، با نسبت تشابه دو دایره برابر است:



$$\left. \begin{array}{l} \text{دایره } m \sim \text{دایره } m' \\ \hat{O} = \hat{O}' \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{DC}} = \frac{R}{R'}$$





**نکته ۸۲:** هر گاه هر یک از مختصات رئوس یک چندضلعی،  $a$  برابر مختصات رئوس چندضلعی دیگری باشد ( $a \in \mathbb{R}$ )، دو چندضلعی با یکدیگر متشابهند و نسبت تشابه آنها  $a$  است. پس می توان نتیجه گرفت نسبت محیط آنها  $a$  و نسبت مساحت آنها  $a^2$  است.



مغز پاشانند  
سرزمین تیزهوشان ایران



**نکته ۸۳:** فاصله‌ی دو نقطه‌ی  $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$  در دستگاه مختصات برابر است با:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(3 - 8)^2 + (10 - 5)^2} = \sqrt{25 + 25}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{50}$$

تقریباً : ۱۸۸ تا ۲۲۳

شماره‌های زوج

صلوات  
فعل ۳ تا م صلوات

