



استاد وحید اسدی کیا



هوشان

سرزمین تیزهوشان ایران



فصل اول : مجموعه ها و احتمال

فصل دوم : اعداد حقیقی

فصل سوم : هندسه

فصل چهارم : توان و ریشه

فصل پنجم : جبر

فصل ششم : معادله خط

فصل هفتم : عبارات های صریح گویا $\frac{a}{b}$

فصل هشتم : حجم

تمرین: از ۱۹۹ تا ۲۴۷ شماره های فردی لیست

۲۴۷. اعداد حقیقی p، q و r در دو رابطه $p+q+r = ۲۶$ و $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = ۳۱$ صدق می کنند، در این صورت حاصل

(مسابقات بین المللی ریاضی IMC)

عبارت $\frac{p}{q} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{p}{r} + \frac{r}{q} + \frac{q}{p}$ چه قدر است؟

- ۱) ۱۰۰۳
- ۲) ۸۰۶
- ۳) ۸۰۳
- ۴) ۵۰۳
- ۵) ۴۰۶

$$(p+q+r) \times \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} \right) =$$

$$\frac{1}{p} \times \left(\frac{p}{p} + \frac{p}{q} + \frac{p}{r} + \frac{q}{p} + \frac{q}{q} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{r}{q} + \frac{r}{r} \right) = ۲۶ \times ۳۱$$

$$\frac{p}{q} + \frac{p}{r} + \frac{q}{p} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{r}{q} = ۸۰۶ - ۳ = ۸۰۳$$





فصل ۳

عددهای حقیقی



استاد وحید اسدی کیا



$$|-5| = +5$$

$$|+7| = +7$$

$$|0| = 0$$

اگر $n < 2$

$$|n-2| = -(n-2)$$

منفی

$$= -n + 2$$

مفوشانند



$$\textcircled{4} \sqrt{2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{32}$$

۲۵۰. حاصل عبارت $|4\sqrt{2} - 6| - |2 - 2\sqrt{2}| + |3 - 2\sqrt{2}|$ برابر است با:

۱۱ $\textcircled{4}$

۵ $\textcircled{3}$

$4\sqrt{2} - 5$ $\textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ $11 - 8\sqrt{2}$

$$-(4\sqrt{2} - 6) - (2 - 2\sqrt{2}) + (3 - 2\sqrt{2})$$

$$-4\sqrt{2} + 6 + 2 - 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 11 - 8\sqrt{2}$$

مفوشانند



۲۵۴. ساده شده‌ی عبارت $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$ برابر است با:

$2\sqrt{2}$

۴

$-2\sqrt{3}$

۳

صفر

۲

یک

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt{2} - \sqrt{3} \right) - \left(\sqrt{3} - \sqrt{2} \right) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

منفی

$$\sqrt{(a-b)^2} = \sqrt{(b-a)^2} = 0$$



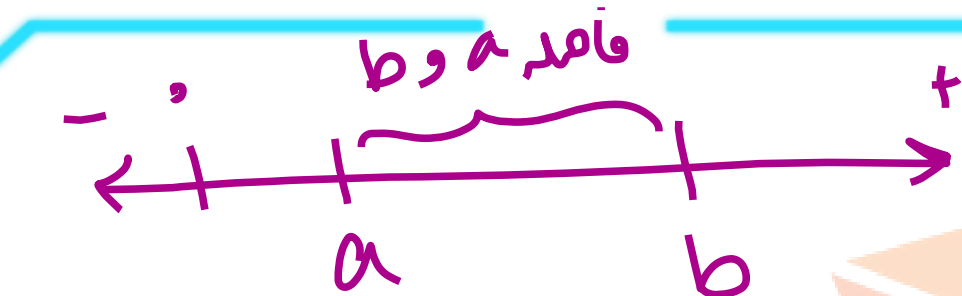
۲۵۸. اگر $b < -1 < a < 0$ باشد، حاصل عبارت $|a^2 - a^4| - |a^4 - 1| - |a^2 - b| + |b - 2|$ برابر است با:

$$\begin{aligned}
 & |a^2 - a^4| - |a^4 - 1| - |a^2 - b| + |b - 2| \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad + \quad - \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \\
 & \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 & \quad + \quad - \quad - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \\
 & (a^2 - a^4) - (a^4 - 1) - (a^2 - b) + (b - 2) \\
 & = \cancel{a^2} - \cancel{a^4} + \cancel{a^4} - 1 - \cancel{a^2} + b - b + 2 = -1 + 2 = 1
 \end{aligned}$$

مفوشنند



تعریفی دیگر از قدر مطلق



$$|x - a| \text{ یعنی فاصله } x \text{ از } a$$
$$|x - 3| \text{ یعنی فاصله } x \text{ از عدد } 3$$
$$|x + 1| \text{ یعنی } |x - (-1)| \text{ یعنی فاصله } x \text{ از عدد } -1$$
$$|a - b| = |b - a| = b - a$$

فاصله a و b

مفوشانند



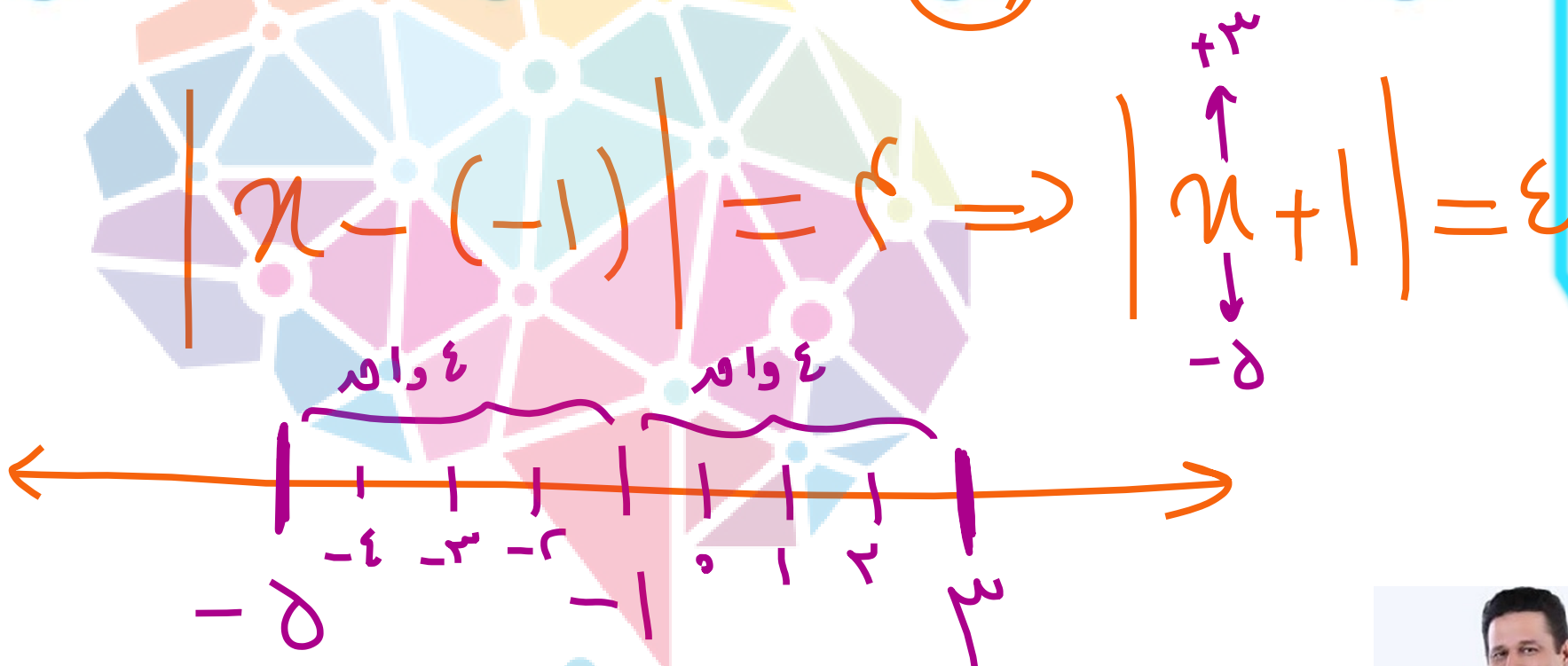
۲۵۹. نماد ریاضی «فاصله‌ی عدد x تا عدد -۱، برابر ۴ است» در کدام گزینه به درستی نوشته شده است؟

$|x + 4| = 1$ (۴)

$|x - 4| = 1$ (۳)

$|x + 1| = 4$ (۲)

$|x - 1| = 4$ (۱)



مفوشش‌لند



۲۶۰. با توجه به موقعیت اعداد حقیقی a, b, c, d روی محور، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$|d-c| + |a-b| + |b-c| - |a-c| =$$



صفر ۴

$d-c$ ۳

$c-d$ ۲

$b-a$ ۱

$$= |c-d| = (d-c) +$$

فاصله a تا d
 فاصله a و b
 فاصله b و c
 فاصله a و c

مفوشانند



$$|x| = |x| = V \Rightarrow x = \pm V$$

Diagram illustrating the absolute value of a number x . A vertical line represents the number line. A point x is marked on the line. The distance from the origin to x is labeled V . The absolute value of x is shown as the distance from the origin to x , which is V . The absolute value of $-x$ is also shown as the distance from the origin to $-x$, which is V . The equation $|x| = |x| = V \Rightarrow x = \pm V$ is written above the diagram.

فاصله x تا مبدأ V واحد است

$$|x| = a \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$$

Diagram illustrating the absolute value of a number x equal to a positive real number a . The equation $|x| = a \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$ is written above the diagram. The diagram shows a number line with a point x marked on the line. The distance from the origin to x is labeled a . The absolute value of x is shown as the distance from the origin to x , which is a . The absolute value of $-x$ is also shown as the distance from the origin to $-x$, which is a .

مفوشلند



۲۶۳. تعداد جواب‌های معادله $|1 + |x + 2|| = 7$ برابر است با:

جواب ندارد.

۴

$$\left| \overbrace{1 + |x + 2|}^{-7} \right| = \underbrace{7}_{+7}$$

$$= 7 \Rightarrow$$

$$1 + |x + 2| = 7 \Rightarrow |x + 2| = 6$$

$$1 + |x + 2| = -7 \Rightarrow \text{غیرممکن}$$

غیرممکن + غیرممکن

$$|x + 2| = 6 \Rightarrow$$

$$x = 4$$

$$x + 2 = 6 \Rightarrow$$

$$x + 2 = -6 \Rightarrow$$

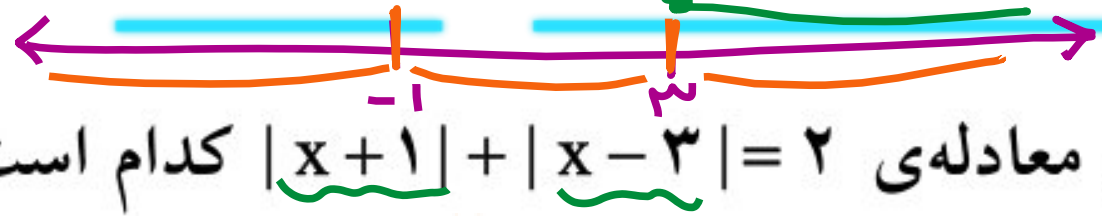
$$x = -8$$

مفهوم‌شناسان



$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$
 $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

۲۶۷. تعداد جواب‌های معادله‌ی $|x+1| + |x-3| = 2$ کدام است؟



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

① صفر

$x \leq -1 \Rightarrow -(x+1) + -(x-3) = 2 \Rightarrow -x-1-x+3 = 2 \Rightarrow -2x+2 = 2$

$\Rightarrow -2x = 0 \Rightarrow x = 0$ غلط

$-1 < x < 3 \Rightarrow x+1 - (x-3) = 2 \Rightarrow x+1-x+3 = 2 \Rightarrow 4 = 2$ غلط

$x \geq 3 \Rightarrow x+1 + x-3 = 2 \Rightarrow 2x-2 = 2 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

پس معادله داره یک جواب نداره



تمرین از ۲۴۸ تا ۲۶۸ شماره‌ها را زود حل کنید.
 ۲۶۸. کدام گزینه جواب معادله $|2x - 3| = |7 - 3x|$ است؟

۴ $x = -4$

۳ $x = 2$ یا $x = -4$

۱ $x = 2$ یا $x = 4$

نکته: اگر $|x| = |a|$ باشد، آنگاه $x = a$ یا $x = -a$

$2x - 3 = 7 - 3x \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$

$2x - 3 = -(7 - 3x) \Rightarrow 2x - 3 = -7 + 3x$
 $-x = -4 \Rightarrow x = 4$

$|3| = |3|$
 $|3| = |-3|$

