



استاد وحید اسدی کیا



فصل اول: مجموعه ها و احتمال

فصل دوم: اعداد حقیقی

فصل سوم: هندسه

فصل چهارم: توان و ریشه

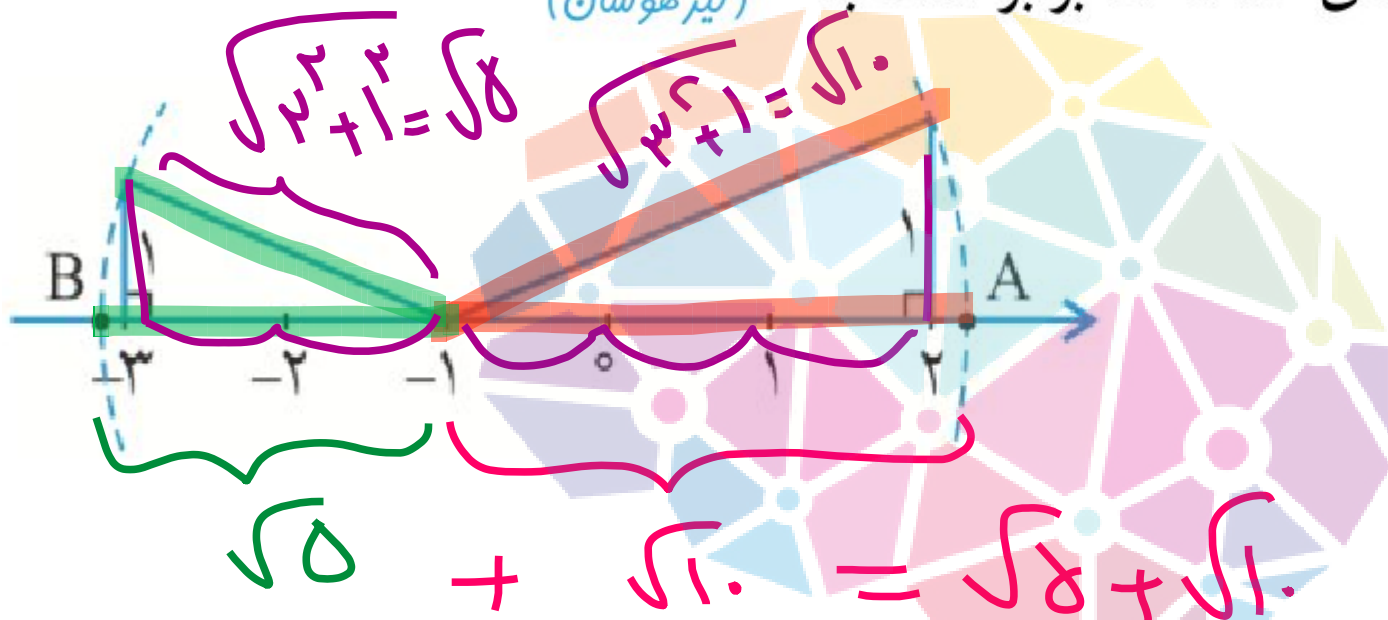
فصل پنجم: جبر

فصل ششم: معادله خط

فصل هفتم: عبارات های صریح گویا

فصل هشتم: حجم

۲۰۹. در شکل زیر، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا B برابر است با: (تیزهوشان)



- ۱  $\sqrt{10} - \sqrt{5}$
- ۲  $\sqrt{5} - \sqrt{10}$
- ۳  $\sqrt{10} + \sqrt{5}$
- ۴  $-\sqrt{10} - \sqrt{5}$

کمترین: از ۱۴۸ تا ۱۹۸  
 شماره‌های زوج





**هوشلند**  
سرزمین تیزهوشان ایران



**استاد وحید اسدی کیا**



# مسائل ریاضی

۱- اگر  $0 < \frac{m}{168} < 10$  و نمایش اعشاری  $\frac{m}{168}$  دارای دو رقم اعشار باشد، چند مقدار مختلف برای  $m$  وجود دارد؟

۷۰ (۴)

۴۰ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

۲- اگر  $\frac{m \times n}{462}$  یک کسر اعشاری با پایان و  $m$  و  $n$  عددهای طبیعی باشند، کمترین مقدار ممکن برای  $m+n$  چقدر است؟

۲۲۲ (۴)

۸۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۲ (۱)

تمرین از ۱۶۸ تا ۱۹۸  
شماره‌های زوج





۱- گزینه ۱

اگر کسر  $\frac{a}{b}$  که به طور کامل ساده شده است را در نظر بگیریم در صورتی که  $b$  دارای عامل‌هایی غیر از ۲ و ۵ باشد،

نمایش اعشاری کسر بی‌پایان خواهد بود و چون  $\frac{m}{168} = \frac{m}{2^3 \times 3 \times 7}$  پس  $m$  باید دارای عامل‌های ۳ و ۷ باشد تا با مخرج ساده شود.

کسرهای ساده‌نشده‌ی به شکل  $\frac{a}{8}$  دارای ۳ رقم اعشار و کسرهای ساده‌نشده‌ی به شکل  $\frac{a}{4}$  دارای دو رقم اعشار هستند. پس در تجزیه  $m$  باید دقیقاً یک عامل ۲ وجود داشته باشد تا با یکی از عامل‌های ۲ در مخرج ساده شود پس داریم:  
و  $k$  یک عدد فرد است.

$$0 < \frac{m}{168} < 10 \Rightarrow 0 < \frac{3 \times 7 \times 2 \times k}{168} < 10 \Rightarrow 0 < \frac{k}{4} < 10 \Rightarrow 0 < k < 40$$

با توجه به آن که  $k$  مقداری فرد است، ۲۰ مقدار مختلف برای  $k$  وجود دارد پس ۲۰ مقدار مختلف برای  $m$  وجود دارد.

۲- گزینه ۱

تجزیه مخرج به شکل  $462 = 2 \times 3 \times 7 \times 11$  است اگر نمایش اعشاری کسری با پایان باشد مخرج آن نباید عاملی غیر از ۲ یا ۵ داشته باشد پس صورت این کسر باید دارای عامل‌های ۳ و ۷ و ۱۱ باشد تا با مخرج ساده شوند. حالت‌های مختلف برای دو عدد طبیعی که حاصل ضرب آن‌ها این عامل‌ها را داشته باشند بررسی می‌کنیم (کوچک‌ترین عددهای ممکن):

m	n
۱	$3 \times 7 \times 11 \rightarrow m=1, n=231 \rightarrow m+n=232$
۳	$7 \times 11 \rightarrow m=3, n=77 \rightarrow m+n=80$
۷	$3 \times 11 \rightarrow m=7, n=33 \rightarrow m+n=40$
۱۱	$3 \times 7 \rightarrow m=11, n=21 \rightarrow m+n=32$

کم‌ترین مقدار ممکن برای  $m+n$  برابر ۳۲ است.

# دایره کسری مایه‌ها

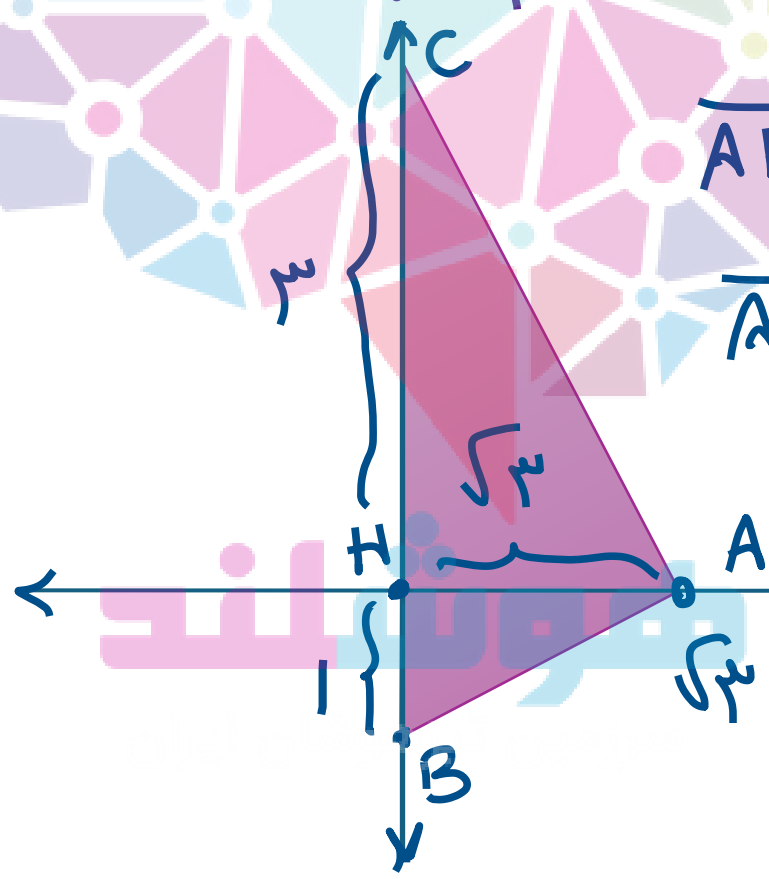
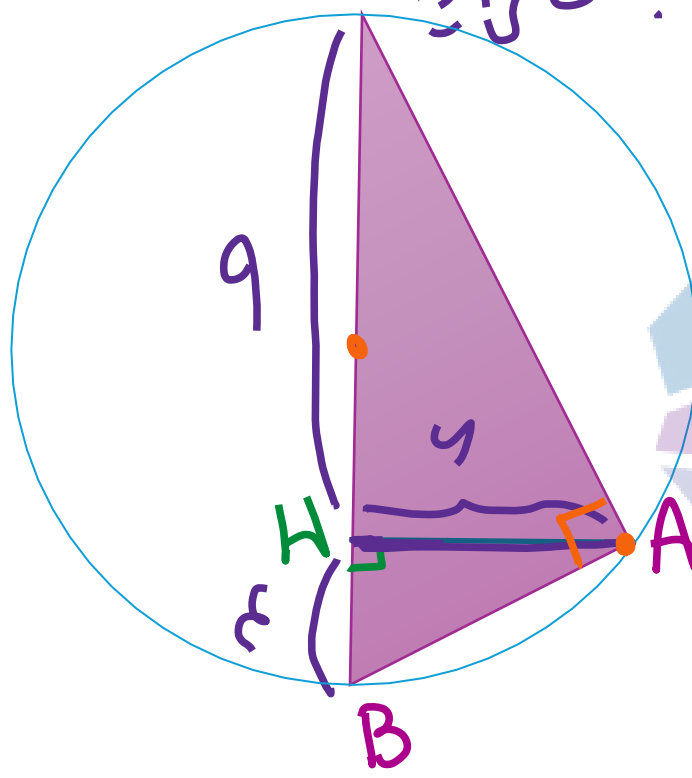
# مفوششند



نکته: با توجه به مساب بودن  $\Delta AHB$  یا  $\Delta AHC$  رابطه زیر بر حسب  $\Delta$  و  $C$

$$\overline{AH} = \overline{HB} \times \overline{HC}$$

$$4 = 3 \times 9$$



$$\overline{AH} = \overline{BH} \times \overline{HC}$$

$$\overline{AH} = 1 \times 4 = 4$$

$$\overline{AH} = 4$$



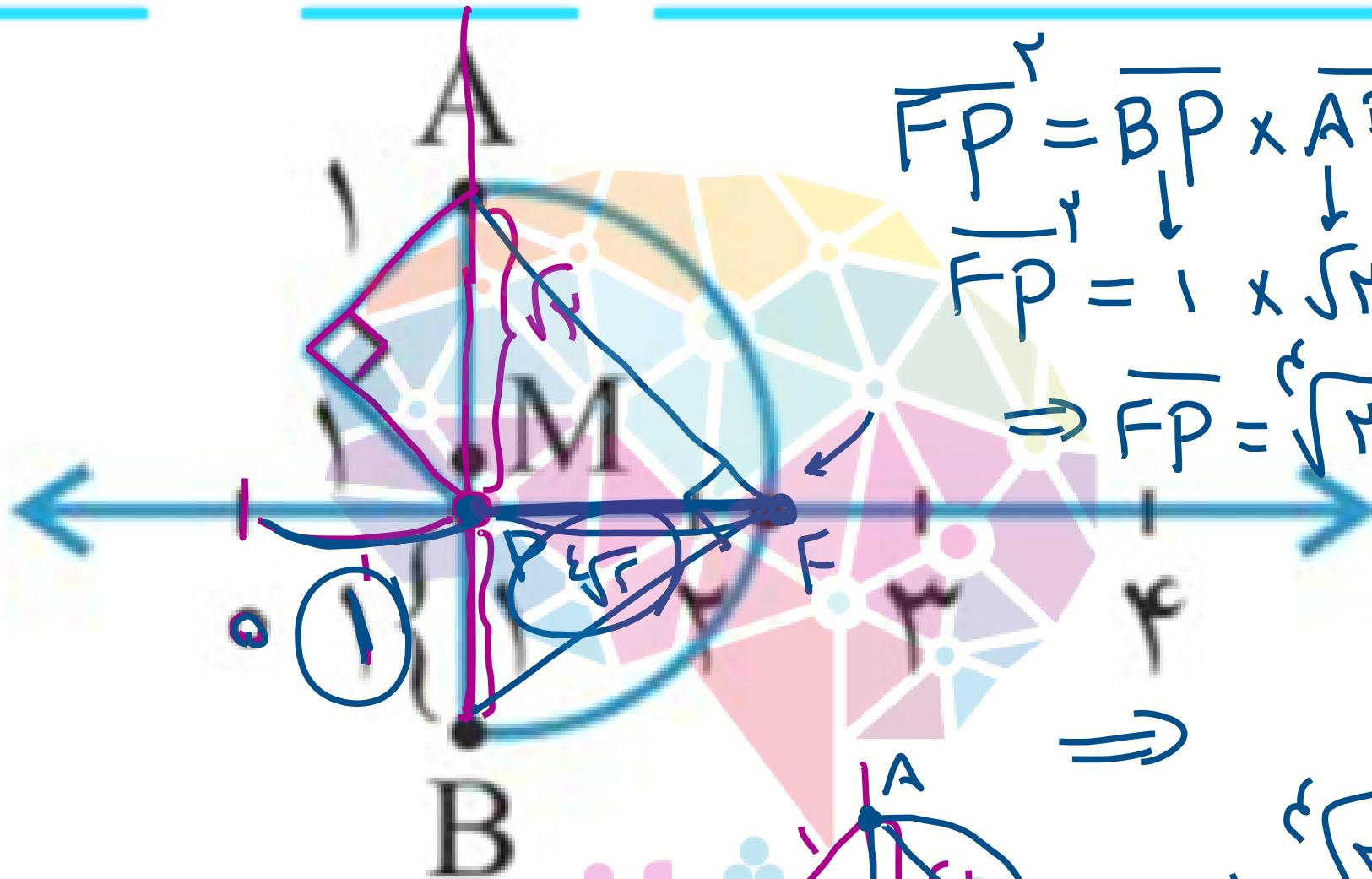
۲۱۴. کدام شکل زیر، نمایش عدد  $1 + \sqrt{2}$  است؟ M مرکز کمان است؟

Handwritten notes in orange:

- شکل ۱: علامت است (Diagram 1 is the sign)
- شکل ۲: ۱ + sqrt(2) (Diagram 2: 1 + sqrt(2))
- شکل ۳: sqrt(2) = sqrt(2) + 0 (Diagram 3: sqrt(2) = sqrt(2) + 0)
- شکل ۴: sqrt(2) + 1 (Diagram 4: sqrt(2) + 1)

مفروضه‌ها

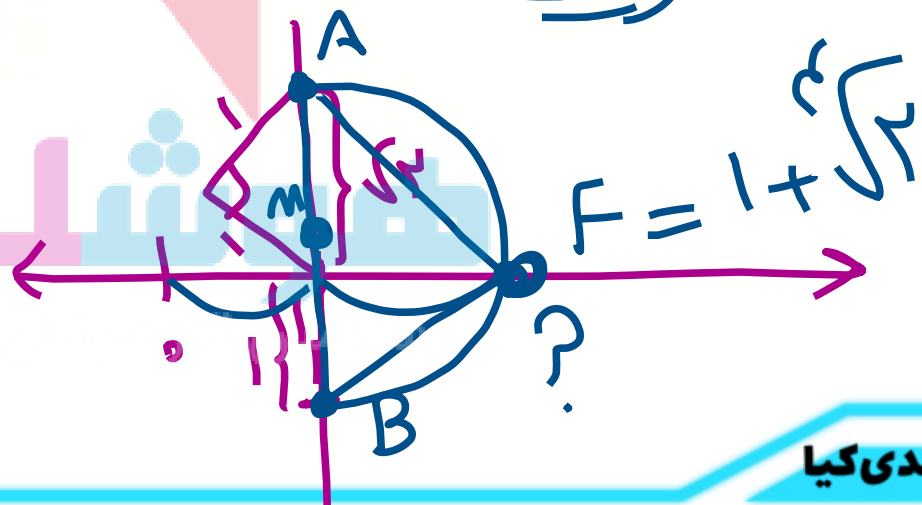




$$F_P^r = \vec{BP} \times \vec{AP}$$

$$F_P^r = 1 \times \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{F_P} = \sqrt{r}$$

$$\Rightarrow F_P = \sqrt{r}$$



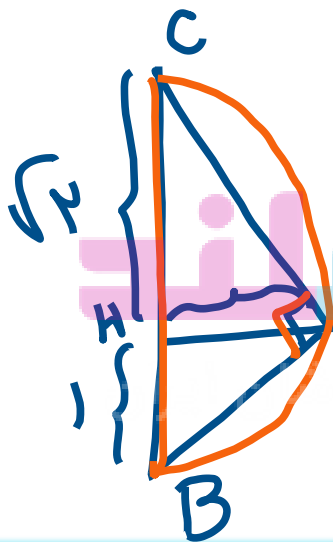


$$\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[6]{a}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[9]{a}$$

$$\sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3} = 3$$



$$AH = BH \times HC = \sqrt{2}$$

وجہ



## محاسبه‌ی تقریبی اعداد گنگ یا اصم

تکلمه: هر عدد را عدد مساوی بزرگتر کنید،  
اصدا را بزرگتر نمی‌شود

۲۱۸. کوچک‌ترین عدد مثبت بین اعداد حقیقی زیر، کدام است؟

(المپیاد ریاضی)

~~۵۱ - ۱۰√۲۶~~ (۵)

۵۱ - ۱۰√۲۶ (۴)

~~۱۸ - ۵√۱۳~~ (۳)

~~۱۰ - ۳√۱۱~~ (۲)

۱۰ - ۳√۱۱ (۱)

منفی

$\sqrt{24.1} - \sqrt{24}$

مثبت

$\sqrt{25} - \sqrt{24}$

منفی

منفی

$10 - \sqrt{99}$

$\sqrt{100} - \sqrt{99}$  مثبت

$\sqrt{2} - \sqrt{1} > \sqrt{3} - \sqrt{1}$   
۱ - ۱ > ۱ - ۱  
۰ > ۰

$\sqrt{2} - \sqrt{1} > \sqrt{3} - \sqrt{1}$   
۱ - ۱ > ۱ - ۱  
۰ > ۰

$\sqrt{5} - \sqrt{4} > \sqrt{3} - \sqrt{2}$



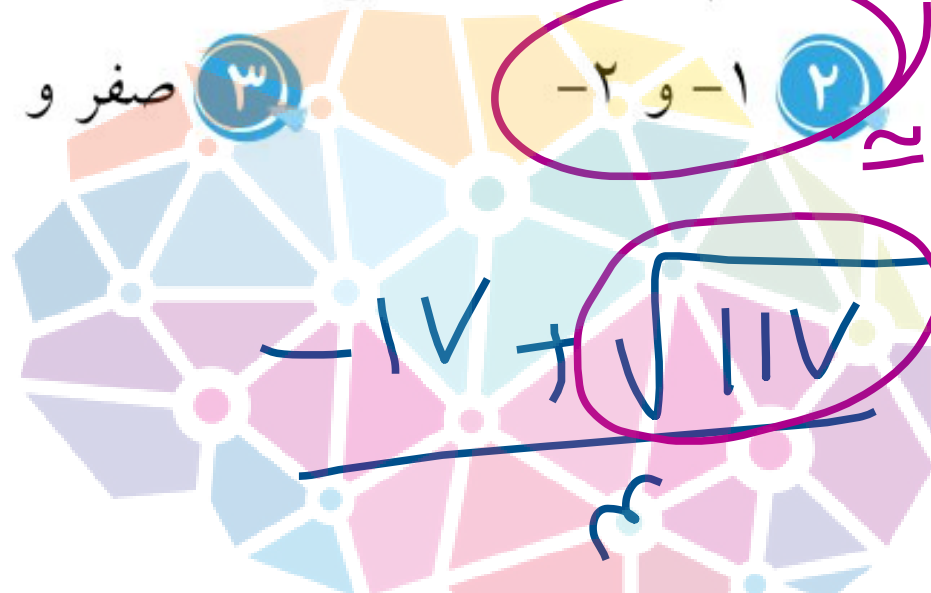
۲۲۵. عدد  $\frac{-17 + 3\sqrt{13}}{4}$  بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟ (مسابقات علمی)

۴) -۲ و -۳

۳) صفر و -۱

۲) -۱ و -۲

۱) صفر و یک



خوردانی / خوردانی

$$= \frac{-17 + \sqrt{117}}{4} = -1 \frac{1}{4}$$

خوردانی / خوردانی

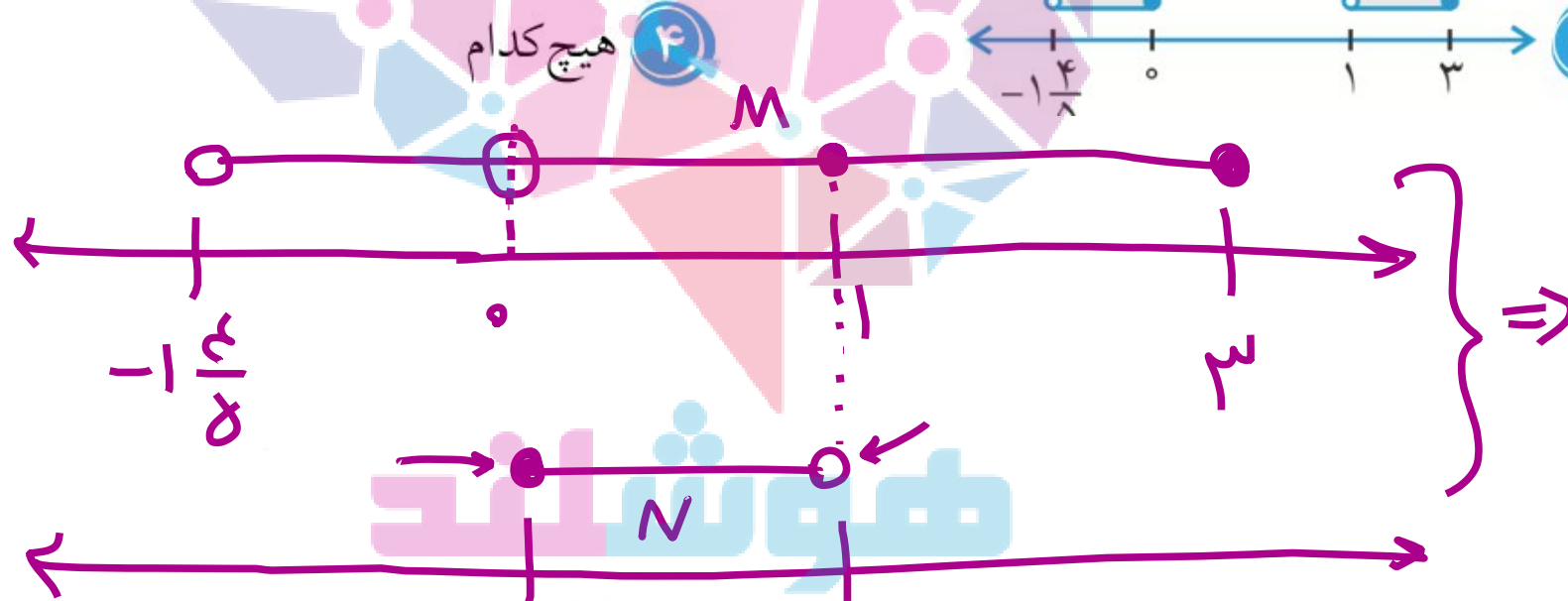
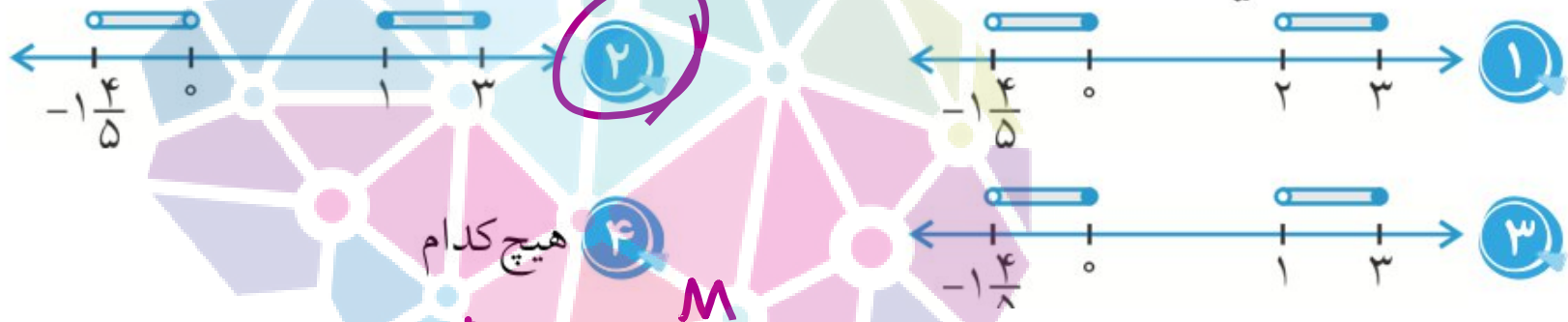
-۱ < خوردانی / خوردانی < -۲

مفوششند



## نمایش مجموعه‌ی اعداد حقیقی روی محور و عضویت آن‌ها

۲۳۱. اگر  $M = \{x \mid -1\frac{4}{5} < x \leq 3\}$  و  $N = \{x \mid 0 \leq x < 1\}$  باشد، کدام نمودار زیر نمایش مجموعه‌ی  $M - N$  است؟



$\Rightarrow M - N =$

Hand-drawn number line showing the result of the set difference  $M - N$ . It has tick marks at  $-1\frac{4}{5}$ ,  $0$ ,  $1$ , and  $3$ . The shaded region consists of two parts: an interval from  $-1\frac{4}{5}$  to  $0$  with an open circle at  $-1\frac{4}{5}$  and an open circle at  $0$ , and an interval from  $1$  to  $3$  with an open circle at  $1$  and a solid dot at  $3$ .





$$\rightarrow A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup \dots$$

۲۴۳. اگر  $A_i = \{x \mid \frac{1}{i} \leq x \leq \frac{3}{i}, i \in \mathbb{N}\}$  باشد، در این صورت مجموعه  $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$  کدام است؟

- $\{x \mid 0 < x \leq 2\}$  (۴)    
  $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$  (۳)    
  $\{x \mid 0 \leq x < 2\}$  (۲)    
  $\{x \mid 0 < x \leq 3\}$  (۱)

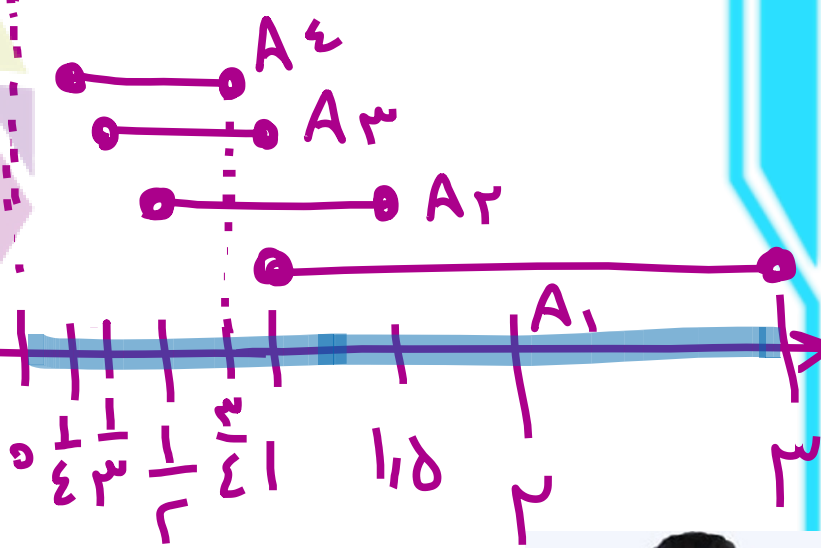
$$A_1 = \left\{ x \mid 1 \leq x \leq \frac{3}{1} \right\}$$

$$A_2 = \left\{ x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} = 1.5 \right\}$$

$$A_3 = \left\{ x \mid \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{3}{3} = 1 \right\}$$

$$\rightarrow \dots \left\{ x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4} \right\}$$

$$A_{\infty} = \left\{ x \mid \frac{1}{\infty} \leq x \leq \frac{3}{\infty} \right\}$$



## چند سؤال متفاوت از اعداد حقیقی

۲۴۴. نماد ریاضی «معکوس تفاضل دو عدد حقیقی» در کدام گزینه به درستی نوشته شده است؟

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

۴

$$x - y$$

۳

$$\frac{1}{x - y}$$

۲

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

۱

تفاضل معکوس  
دو عدد حقیقی

$$x - y \Rightarrow \left( \frac{1}{x - y} \right)$$

معکوس تفاضل دو عدد حقیقی



# تمرین: از ۱۹۹ تا ۲۴۷ شماره های فردی لیست

۲۴۷. اعداد حقیقی p، q و r در دو رابطه  $p+q+r=26$  و  $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}=31$  صدق می کنند، در این صورت حاصل

(مسابقات بین المللی ریاضی IMC)

عبارت  $\frac{p}{q} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{p}{r} + \frac{r}{q} + \frac{q}{p}$  چه قدر است؟

۴۰۶ (۵)

۵۰۳ (۴)

۸۰۳ (۳)

۸۰۶ (۲)

۱۰۰۳ (۱)

$$(p+q+r) \times \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} \right) =$$

$$\frac{p}{p} + \frac{p}{q} + \frac{p}{r} + \frac{q}{p} + \frac{q}{q} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{r}{q} + \frac{r}{r} = 24 \times 31$$

$$\frac{p}{q} + \frac{p}{r} + \frac{q}{p} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{r}{q} = 806 - 3 = 803$$

