

IJMO

SASMO
SINGAPORE & ASIAN SCHOOLS MATH OLYMPIAD



مابقه ریاضی

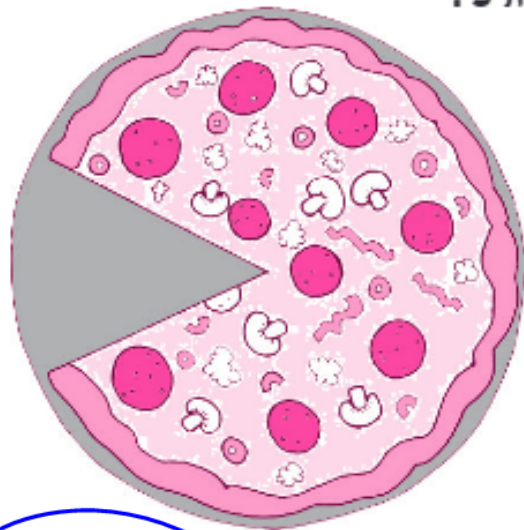


مفوشلاند





یک پیتزا فروشی روی همه پیتزاها گوجه و پنیر می ریزد؛ اما شما می توانید روی پیتزای سفارشی خود، ۱ یا ۲ تا از مواد خوراکی سوسیس، قارچ، کالباس و پیاز هم داشته باشید. سه اندازه پیتزای کوچک، متوسط و بزرگ هم موجود است. چند نوع پیتزای مختلف در این پیتزا فروشی وجود دارد؟



$$4 + \Sigma = 10 \quad 10 \times 3 = 30$$

۱۲ (۲)

۳۰ (۱)

۴۸ (۴)

۱۸ (۳)

۷۲ (۵)

کبابی

اس

ق

ا

د

س

درناهی

۶

قوی

س

د

ا

ق

ا

س

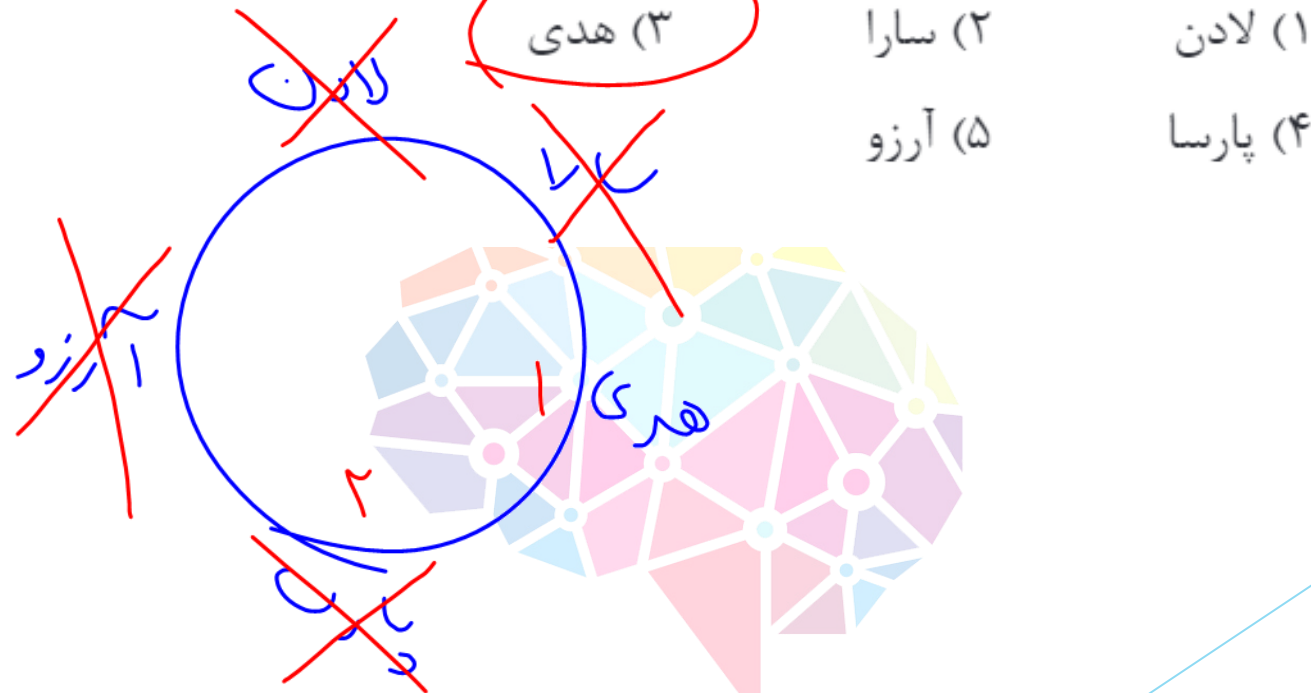
د

ا

س

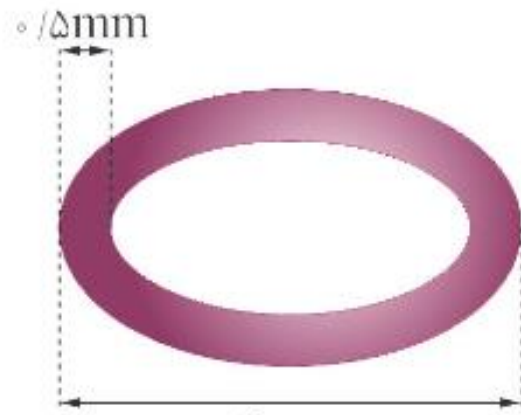


در جشن تولد لادن بر سر خوردن قسمت آخر کیک دعوا شده است. برای انتخاب نفر مورد نظر، لادن، سارا، هدی، پارسا و آرزو در یک دایره به همین ترتیب در جهت عقربه‌های ساعت قرار گرفتند و قرار گذاشتند بشمارند و به هرکس شماره ۱۶ رسید بیرون برود و آنقدر این کار را تکرار کنند تا فقط یک نفر باقی بماند. لادن مسئول شمردن شد. به نظر شما او از چه کسی شروع به شمردن کند تا در آخر کیک به بهترین دوستش، آرزو، برسد؟

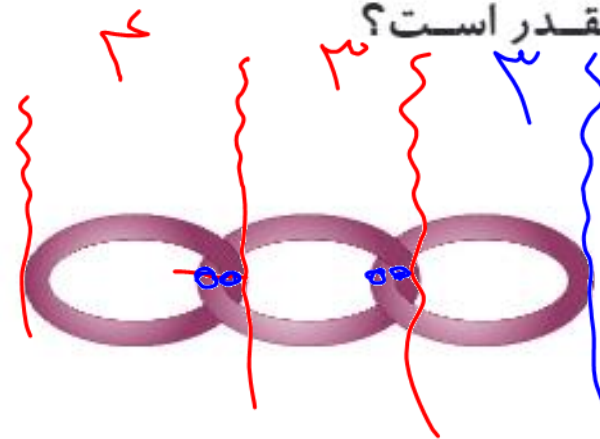




یک جواهرساز یک زنجیر سه حلقه‌ای مشابه شکل چپ ساخت. مشخصات هر کدام از حلقه‌ها در شکل راست مشخص شده است. طول زنجیره‌ی پنج حلقه‌ای چقدر است؟



۴mm
۵ / ۱۷ میلی‌متر



۱۹ (۲) میلی‌متر

۱۵ (۵) میلی‌متر

۲۰ (۱) میلی‌متر

۱۶ (۴) میلی‌متر

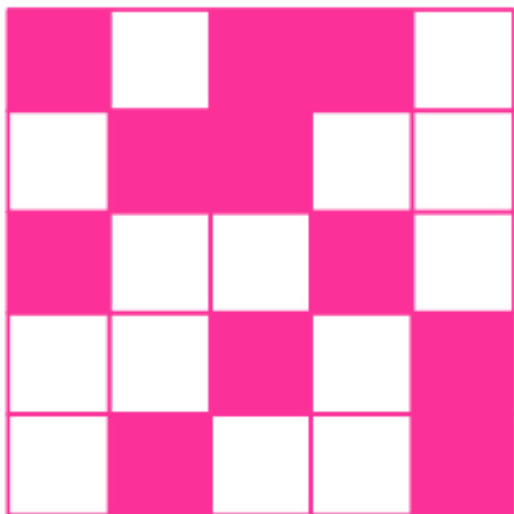
$$2 \times 5 = 10$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$$

Handwritten numbers 1, 2, 3, 4, 5 in circles below the equation.



SINGAPORE & ASIAN SCHOOLS MATH OLYMPIAD



در شکل زیر چند مربع صورتی را سفید کنیم تا در هر سطر و هر ستون فقط یک مربع صورتی داشته باشیم؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳)

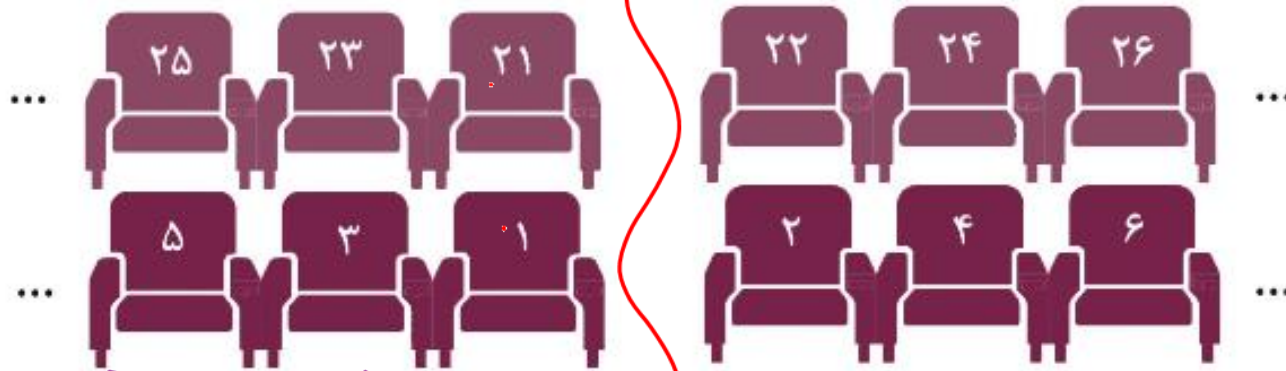
۷ (۴) (۵) این کار قابل انجام نیست.



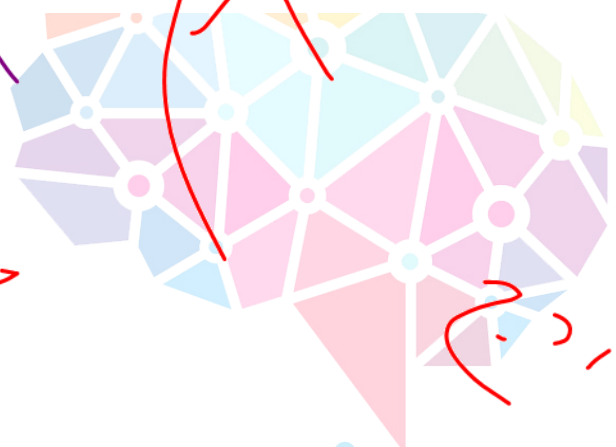
هوش‌شانند



شماره صندلی بلیت ژاله در سینما ۱۰۰ است. بهنام می خواهد نزدیک ژاله باشد؛ اما فقط بلیط های ۷۶ و ۹۴ و ۹۹ و ۱۱۸ باقی مانده است. کدام شماره به ژاله نزدیک تر است؟



- ۱۱۸ (۵)
- ~~۱۰۴ (۴)~~
- ~~۹۹ (۳)~~
- ~~۷۶ (۲)~~
- ~~۶۲ (۱)~~



۱۰۲ ۱۰۲

۱۱۶ ۱۱۸ ۱۲۰
 ۹۶ ۹۸ ۱۰۰
 ۷۶ ۷۸ ۸۰

۴۰
 ۳۰
 ۲۰

۹۹

۳۹

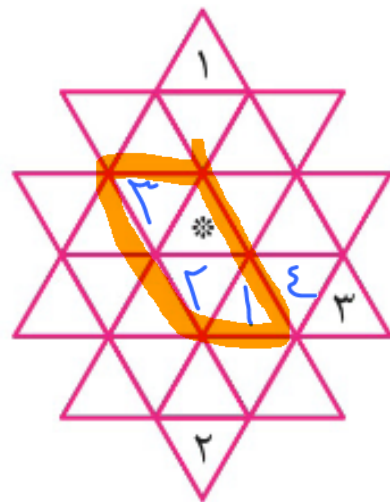
۱۹

۳

۱۰۲



در شکل زیر داخل هر مثلث یکی از اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ طوری قرار می‌گیرد که اگر شکل مشخص شده را به هر صورتی روی مثلث‌ها قرار بدهیم و آن‌ها را بپوشانیم روی چهار عدد مختلف قرار بگیرد. شکل را به هر صورتی که بخواهیم می‌توانیم قرار بدهیم و بچرخانیم. تعدادی عدد داخل شکل نوشته شده است؛ به جای علامت * کدام رقم قرار می‌گیرد؟



(۱) فقط ۱ (۲) فقط ۲

(۳) فقط ۳ (۴) فقط ۴

(۵) هر کدام از ارقام ۱ و ۲ و ۳ می‌توانند قرار بگیرند.

در قلعه‌ی پادشاهی در زیر دریا تعدادی اختاپوس به‌عنوان خدمتکار زندگی می‌کنند. بعضی از آن‌ها ۶ پا و بعضی ۷ پا و برخی ۸ پا دارند. آن‌هایی که ۷ پا دارند همیشه دروغ می‌گویند؛ اما بقیه (۶ و ۸ پاها) همیشه راست می‌گویند. یک روز ۴ تا از آن‌ها که رنگ‌هایشان با هم فرق داشت همدیگر را دیدند.

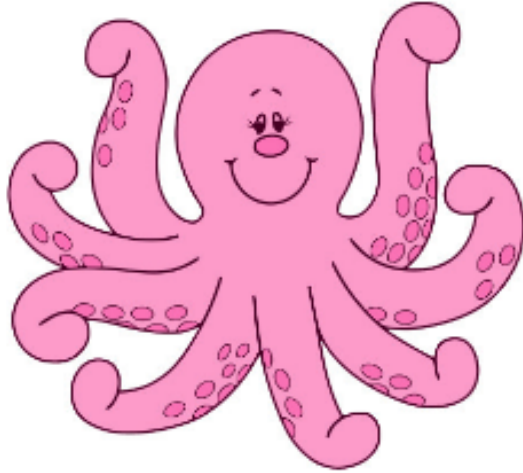
آبی گفت: ما با هم ۲۸ پا داریم.

سبز گفت: ما با هم ۲۷ پا داریم.

زرد گفت: ما با هم ۲۶ پا داریم.

قرمز گفت: ما با هم ۲۵ پا داریم.

کدام یک از آن‌ها راست گفته است؟



(۵) هیچ کدام

(۴) زرد

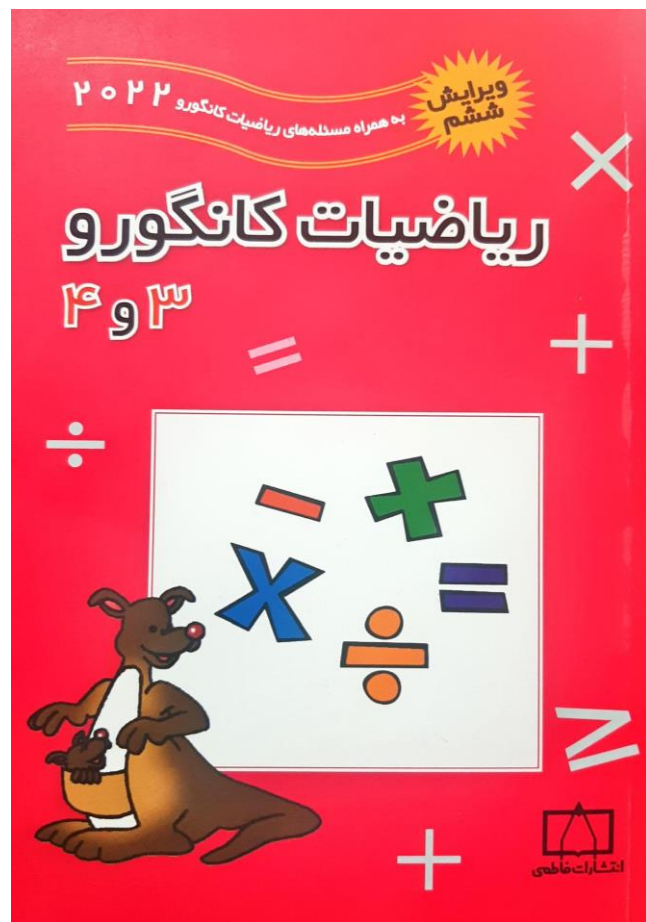
(۳) سبز

(۲) آبی

(۱) قرمز

WJMO

SASMO
SINGAPORE & ASIAN SCHOOLS MATH OLYMPIAD



کانگورو هو



خورشید

۲۱

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.

تمام ترازوهای موجود در شکل در حالت تعادل هستند؛ بنابراین باید وزن کل هر دو ترازو را بر ۲ تقسیم کنیم و ادامه دهیم تا به وزن ستاره برسیم:

$$۱۱۲ \div ۲ = ۵۶ \rightarrow ۵۶ \div ۲ = ۲۸ \rightarrow ۲۸ \div ۲ = ۱۴ \rightarrow ۱۴ \div ۲ = ۷$$

وزن ستاره ۷ گرم است.

۲۲

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.

با انتخاب تکی یا دوتایی مواد موجود، یک پیتزا را به ده حالت می‌توان سفارش داد (سوسیس و قارچ، کالباس و پیاز، سوسیس و قارچ، سوسیس و کالباس و پیاز، سوسیس و پیاز، قارچ و کالباس، قارچ و پیاز، کالباس و پیاز) و چون سه سایز پیتزا داریم این عدد سه برابر می‌شود؛ یعنی $۳^۰$ پیتزای مختلف داریم.

۲۱

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.

تمام ترازوهای موجود در شکل در حالت تعادل هستند؛ بنابراین باید وزن کل هر دو ترازو را بر ۲ تقسیم کنیم و ادامه دهیم تا به وزن ستاره برسیم:

$$۱۱۲ \div ۲ = ۵۶ \rightarrow ۵۶ \div ۲ = ۲۸ \rightarrow ۲۸ \div ۲ = ۱۴ \rightarrow ۱۴ \div ۲ = ۷$$

وزن ستاره ۷ گرم است.

۲۲

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.

با انتخاب تکی یا دوتایی مواد موجود، یک پیتزا را به ده حالت می‌توان سفارش داد (سوسیس و قارچ، کالباس و پیاز، سوسیس و قارچ، سوسیس و کالباس و پیاز، سوسیس و پیاز، قارچ و کالباس، قارچ و پیاز، کالباس و پیاز) و چون سه سایز پیتزا داریم این عدد سه برابر می‌شود؛ یعنی $۳^۰$ پیتزای مختلف داریم.

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است. ۲۳

اگر لادن شمارش را از خودش شروع کند در نهایت هدی در دایره می‌ماند؛ بنابراین برای اینکه این شانس به آرزو برسد باید شمارش از هدی شروع شود.

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است. ۲۴

با اضافه شدن هر حلقه، ۳ میلی‌متر به طول زنجیر قبلی اضافه می‌شود.

طول زنجیر با ۵ حلقه برابر $16 = 12 + 4 = 4 + (3 \times 4)$ است.

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است. ۲۳

اگر لادن شمارش را از خودش شروع کند در نهایت هدی در دایره می‌ماند؛ بنابراین برای اینکه این شانس به آرزو برسد باید شمارش از هدی شروع شود.

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است. ۲۴

با اضافه شدن هر حلقه، ۳ میلی‌متر به طول زنجیر قبلی اضافه می‌شود.

طول زنجیر با ۵ حلقه برابر $16 = 12 + 4 = 4 + (3 \times 4)$ است.

یکان عوامل ضرب (Q) با یکان حاصل ضرب برابر است. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که Q معادل یکی از اعداد ۰ و ۱ و ۵ و ۶ باشد. Q مخالف ۰ و ۱ است؛ زیرا حاصل ضرب هر عدد در صفر، مساوی صفر می‌شود و حاصل ضرب هر عدد در ۱ مساوی خود آن عدد می‌شود. پس

Q مساوی ۵ یا ۶ است. Q مخالف ۵ است؛ زیرا هر «۲» ده‌تای تولید شده‌ی یکان که به دهگان ریخته می‌شود، حاصل ضرب را در رقم دهگان مساوی ۵ نمی‌کند. با این توضیحات Q مساوی ۶ است.

وقتی به جای Q ، عدد ۶ را قرار می‌دهیم؛ R و P به سادگی به دست می‌آیند.

$$\overline{PP6} \times 6 = \overline{R656}$$

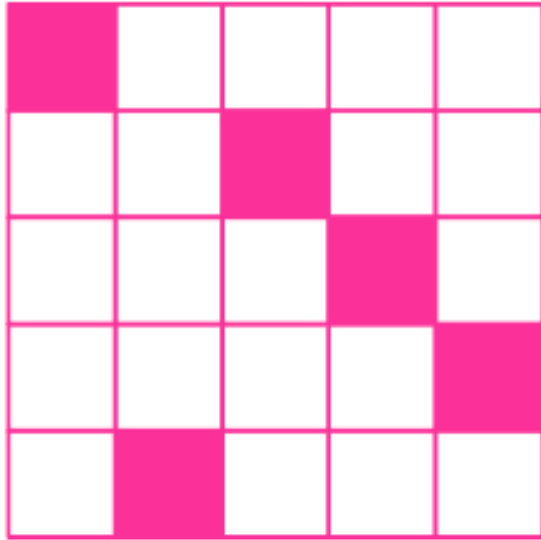
ضرب 6×6 ، دارای دهگان ۳ است. حال باید دید که ۶ در چه عددی ضرب شود تا یکان ۲ را به وجود آورد و این یکان ۲، با ۳ جمع شده و حاصل ۵ را برای دهگان پدید می‌آورد. اگر عدد ۶ در ۷ ضرب شود یکان حاصل برابر عدد ۲ می‌شود.

$$6 \times 7 = 42 \Rightarrow P = 7 \Rightarrow R = 4$$

$$P + Q + R = 7 + 6 + 4 = 17$$

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است. ۲۶

بعد از تبدیل ۶ مربع صورتی به سفید به شکل مقابل می‌رسیم:



گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.

نخ پشت تخته را با خطچین مشخص کرده و سپس تخته را از جهت عمودی پشت و رو می‌کنیم.



گزینه‌ی ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ صحیح است.

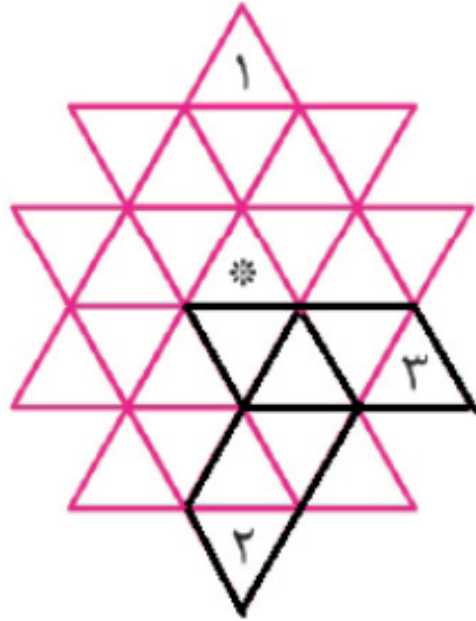
شماره‌های سندلی‌های یک طرف سالن زوج و طرف دیگر فرد است. عدد ۱۰۰ زوج است پس به‌نام باید بلیت شماره‌ی زوج بخرد. با توجه به چیدمان سندلی‌ها، عدد ۱۱۸ از دو عدد ۷۶ و ۹۴ به عدد ۱۰۰ نزدیکتر است. شکل زیر این مطلب را به روشنی نشان می‌دهد.

$$\dots - 116 - \boxed{118} - 120$$

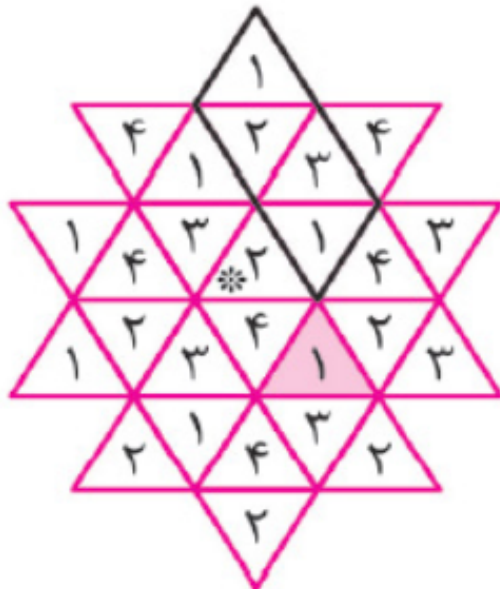
$$\dots - 96 - 98 - \boxed{100}$$

$$\dots - 76 - 78 - 80$$

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.



شکل سمت چپ را می‌توانیم به دو صورت روی شکل اصلی قرار دهیم، یک مثلث در هر دو مشترک است، در این مثلث عدد ۲ و ۳ نمی‌تواند قرار بگیرد، چون هر کدام از این شکل‌ها یکی از این اعداد را دارد، پس در این خانه عدد ۱ و ۴ قرار می‌گیرد.



اگر در این خانه که با رنگ صورتی نشان دادیم، عدد ۱ قرار بگیرد، به صورت زیر می‌شود و در پر کردن جدول به شکل می‌خوریم:

گزینه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ صحیح است.

آنچه مشخص است در بین این ۴ نفر ۳ نفر دروغگو وجود دارد. این‌ها مجموعاً $21 = 3 \times 7$ پا دارند. با کم کردن عدد ۲۱ از هر کدام از اعداد ۲۵، ۲۶، ۲۷ و ۲۸ به اعداد ۴، ۵، ۶ و ۷ می‌رسیم. چون راستگوها ۶ پا دارند؛ بنابراین جانوری که عدد ۲۷ را گفته راستگو است؛ یعنی رنگ راستگو سبز است.



