

اتحاد چاق و لاغر

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

$$(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 - x^2y + xy^2 + y^3$$

The diagram illustrates the FOIL method for multiplying the binomial $(x + y)$ by the trinomial $(x^2 - xy + y^2)$. The terms are arranged in a grid:

x	x^2	$-xy$	y^2
y	xy	$-y^2$	y^3

Red lines connect the terms to their products: $x \cdot x^2 = x^3$, $x \cdot (-xy) = -x^2y$, $x \cdot y^2 = xy^2$, $y \cdot x^2 = x^2y$, $y \cdot (-xy) = -xy^2$, and $y \cdot y^2 = y^3$. The terms x^2y and $-xy^2$ are crossed out with purple lines, and the terms x^3 and y^3 are highlighted in yellow. The final result is $x^3 - x^2y + xy^2 + y^3$.

$$(x^2 + xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$$


Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

اگر $x^3 + y^3 = 35$ و $x^2 + y^2 - xy = 7$ باشد، چه قدر است $x + y$ ؟

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$35 = (x + y) \times 7$$

↓

$$5$$

اگر $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 1$ و $xy = 8$ باشد، مقدار عبارت $x + y$ برابر است با:

$$\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} \right) \times \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} \right) = x + y$$

$$\left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} \right) = 1$$

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} + \sqrt[3]{xy} = 1 - 3$$

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = -3$$

اگر $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$ و $x > 0$ باشد، مقدار عبارت $x^3 + \frac{1}{x^3}$ چه قدر است؟

$$\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$\frac{x^3}{x^3} + \frac{1}{x^3} = \dots$$

$$\frac{1}{x^3} = \dots$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \dots$$

$$x^2 - 1 + \frac{1}{x^2} = \dots$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 7 + 2 = 9$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \dots$$

$$x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

اگر a یک عدد مثبت و $a^2 + \frac{1}{a} = 7$ باشد، مقدار عبارت $a^3 + \frac{1}{a^3}$ برابر است با:

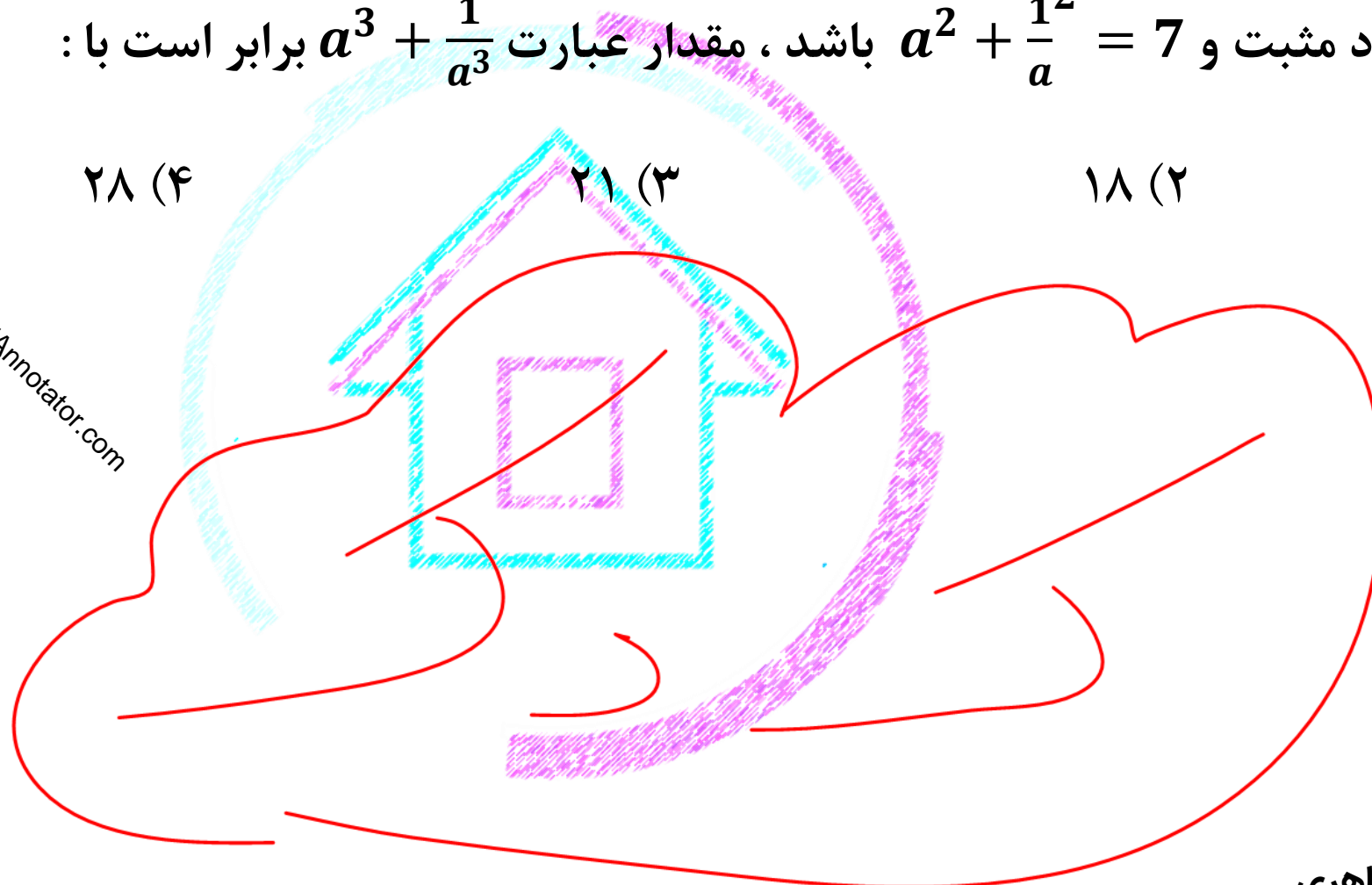
۳۵ (۵)

۲۸ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)



اتحاد اویلر

$$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

نسخه اتحاد اویلر

$$a + b + c = 0$$

$$0 = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$a + b + c = 0$$

$$3abc = a^3 + b^3 + c^3$$

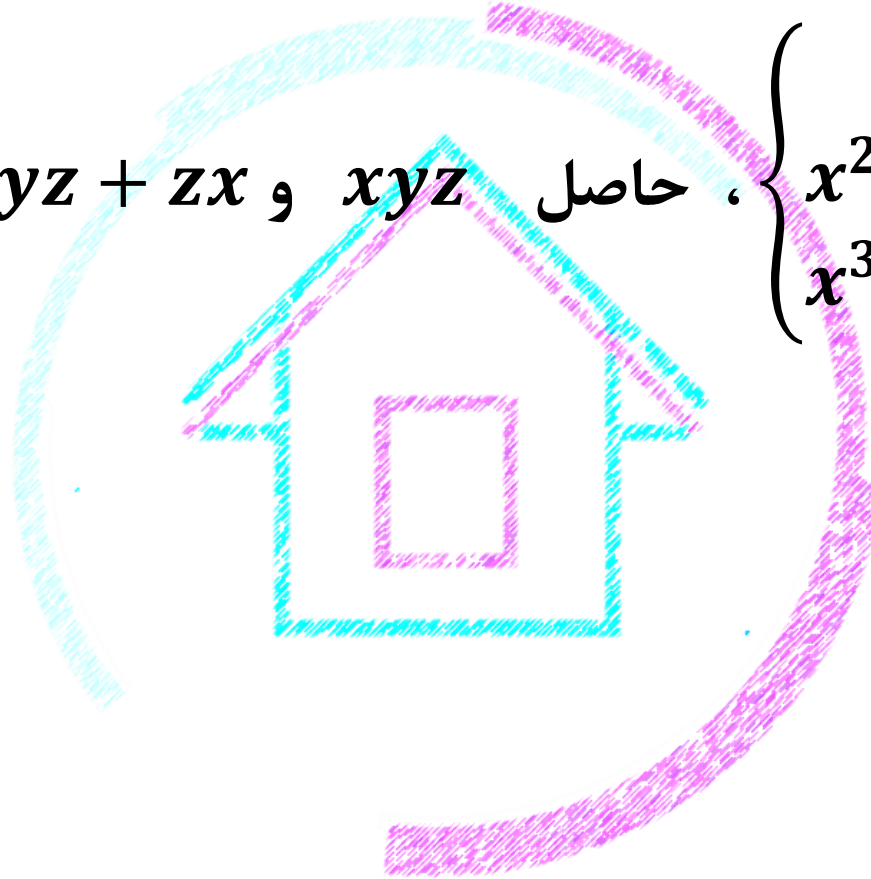
نتیجه اتحاد اویلر



مرتضی طاهری

مثال

اگر بدانیم $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 34 \end{cases}$ ، حاصل xyz و $xy + yz + zx$ را به دست آورید .



مثال

عبارت $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$ را به صورت حاصل ضرب بنویسید.

$$a = x - y$$

$$b = y - z$$

$$c = z - x$$

$$a + b + c = \cancel{x - y} + y - z + z - \cancel{x} = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 3(x - y)(y - z)(z - x)$$

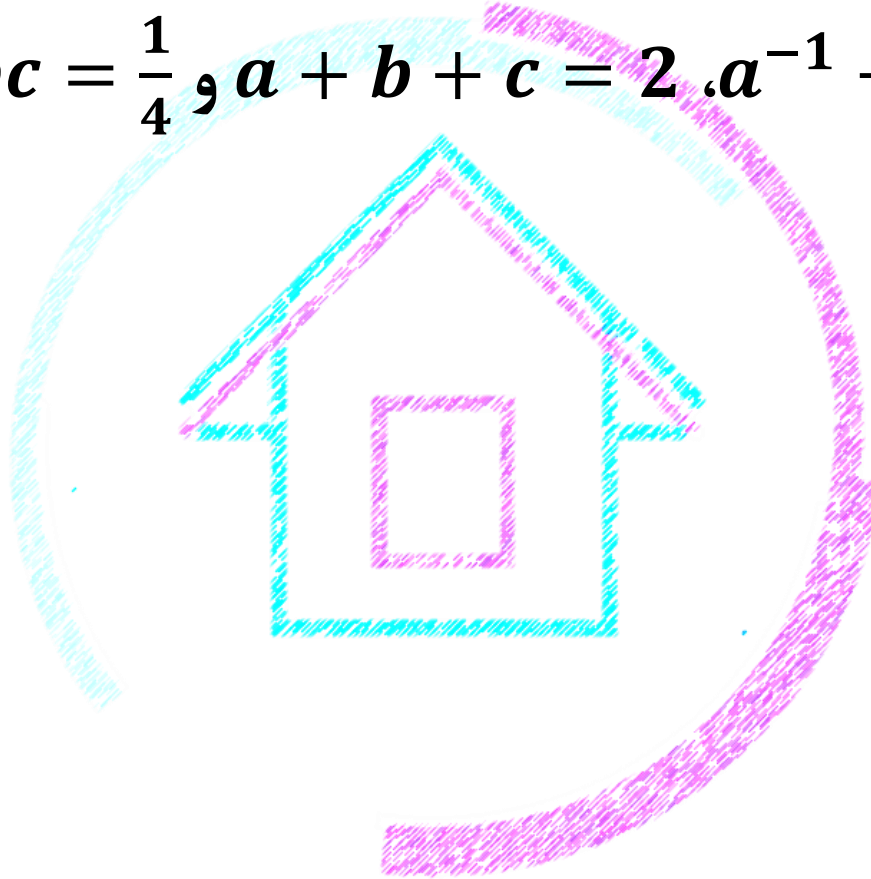
مرتضی طاهری



مثال

فرض کنید $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = 5$ ، $a + b + c = 2$ و $abc = \frac{1}{4}$ باشد. حاصل $a^3 + b^3 + c^3$

را به دست آورید

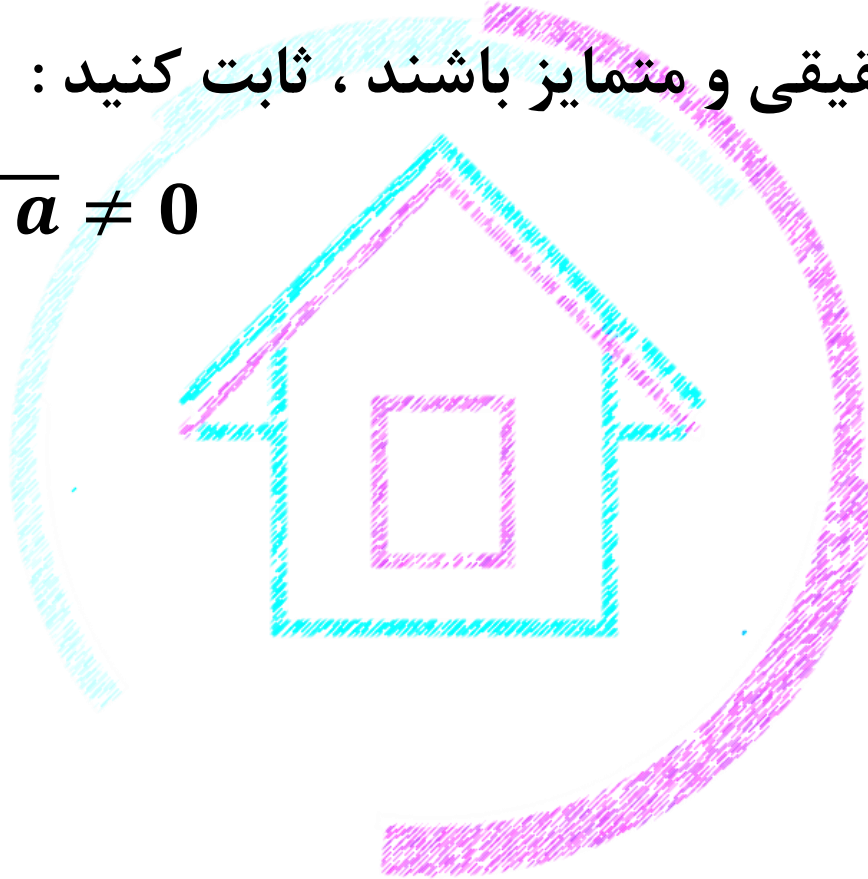


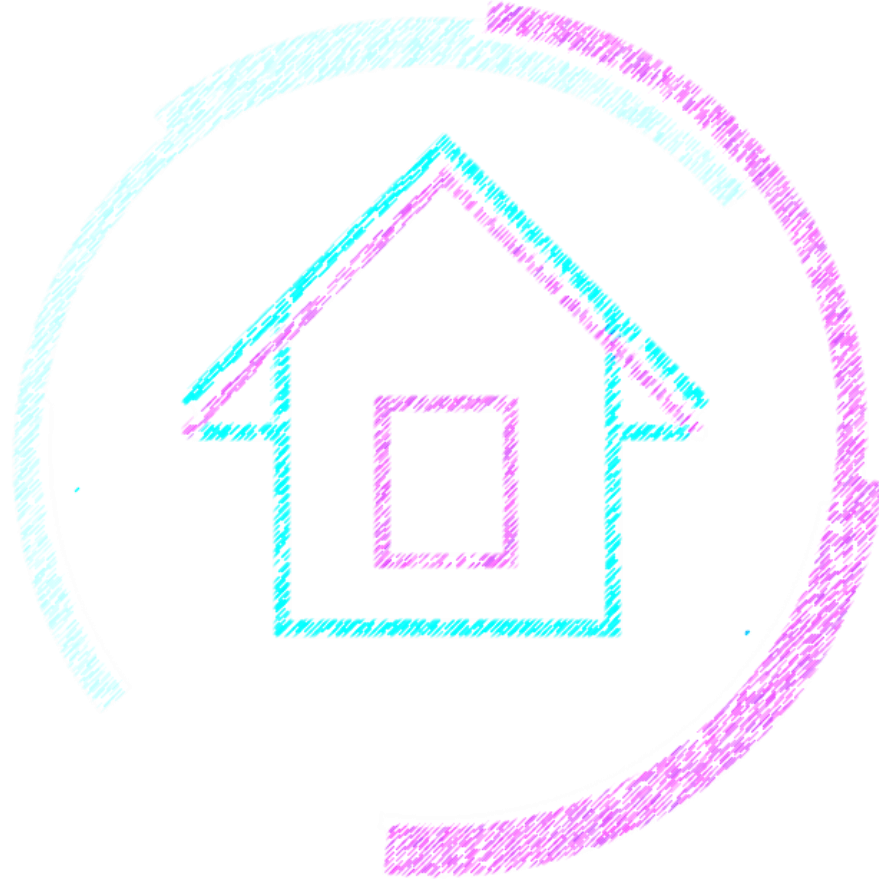
مرتضی طاهری

مثال

فرض کنید a ، b و c اعدادی حقیقی و متمایز باشند، ثابت کنید:

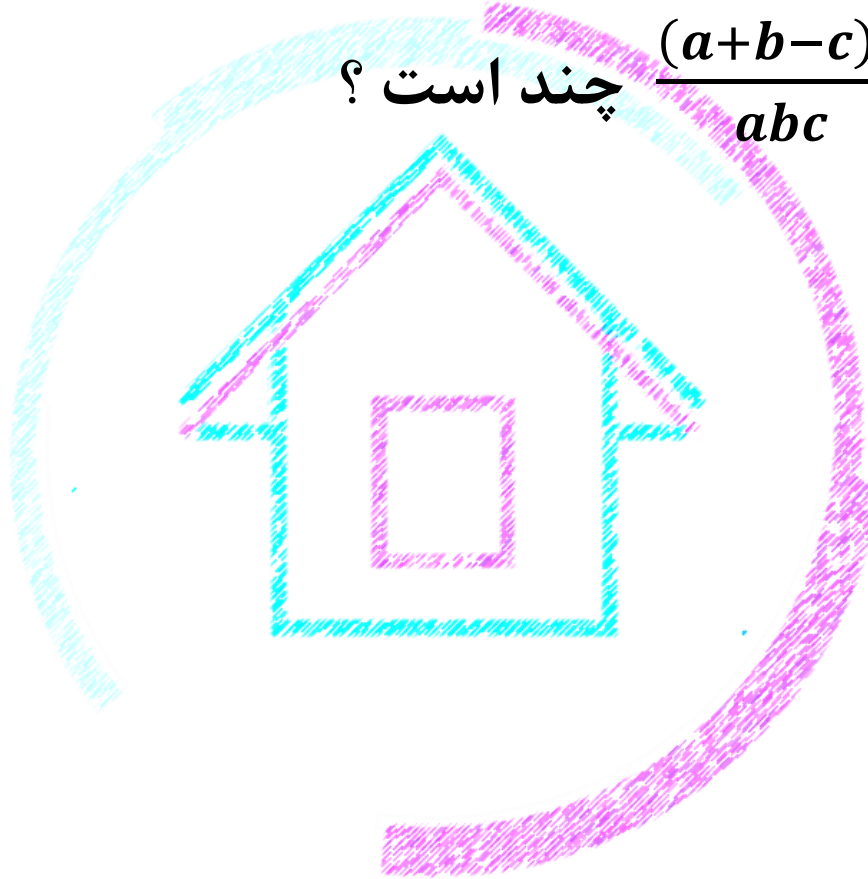
$$\sqrt[3]{a-b} + \sqrt[3]{b-c} + \sqrt[3]{c-a} \neq 0$$





مثال

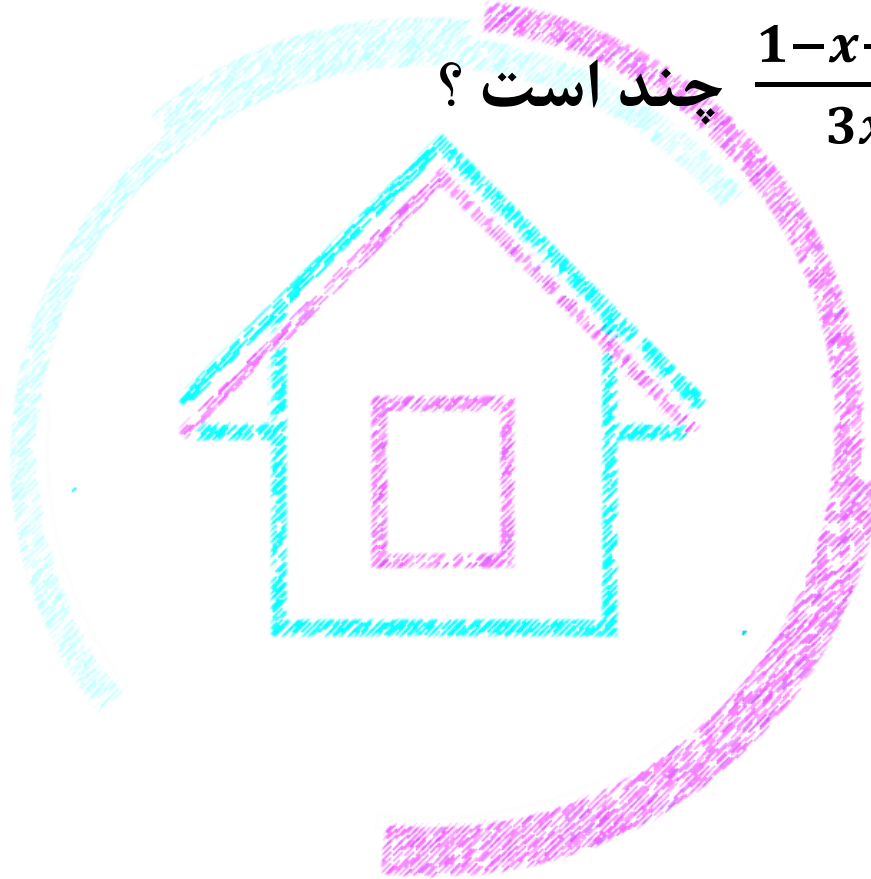
اگر $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{c}$ حاصل $\frac{(a+b-c)^3}{abc}$ چند است؟



مرتضی طاهری 

مثال

گر $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} = 1$ حاصل $\frac{1-x-x^2}{3x}$ چند است؟



مثال

فرض کنید r عددی حقیقی باشد به طوری که $\sqrt[3]{r} + \frac{1}{\sqrt[3]{r}} = 1$ حاصل $r^3 + \frac{1}{r^3}$ را بیابید

(1) -2

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

جواب = $\sqrt[3]{r} + \frac{1}{\sqrt[3]{r}} = 1$

$$\sqrt[3]{r} + \frac{1}{\sqrt[3]{r}} = 1$$

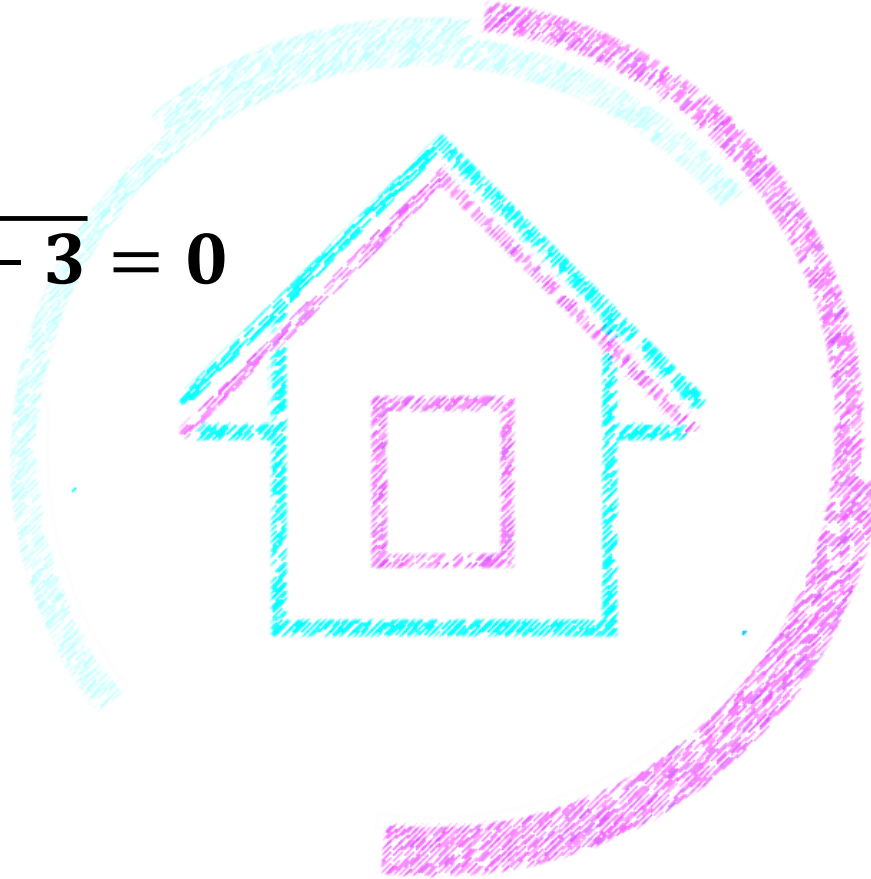
$$\sqrt[3]{r} + \frac{1}{\sqrt[3]{r}} - 1 = 0$$

$$\left(\sqrt[3]{r}\right)^3 + \left(\frac{1}{\sqrt[3]{r}}\right)^3 + (-1)^3 = \sqrt[3]{r} + \frac{1}{\sqrt[3]{r}} + (-1) = 1 + 1 - 1 = 1$$

مثال

معادله ی زیر را حل کنید .

$$\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{4-2x} + \sqrt[3]{x-3} = 0$$

مرتضی طاهری 