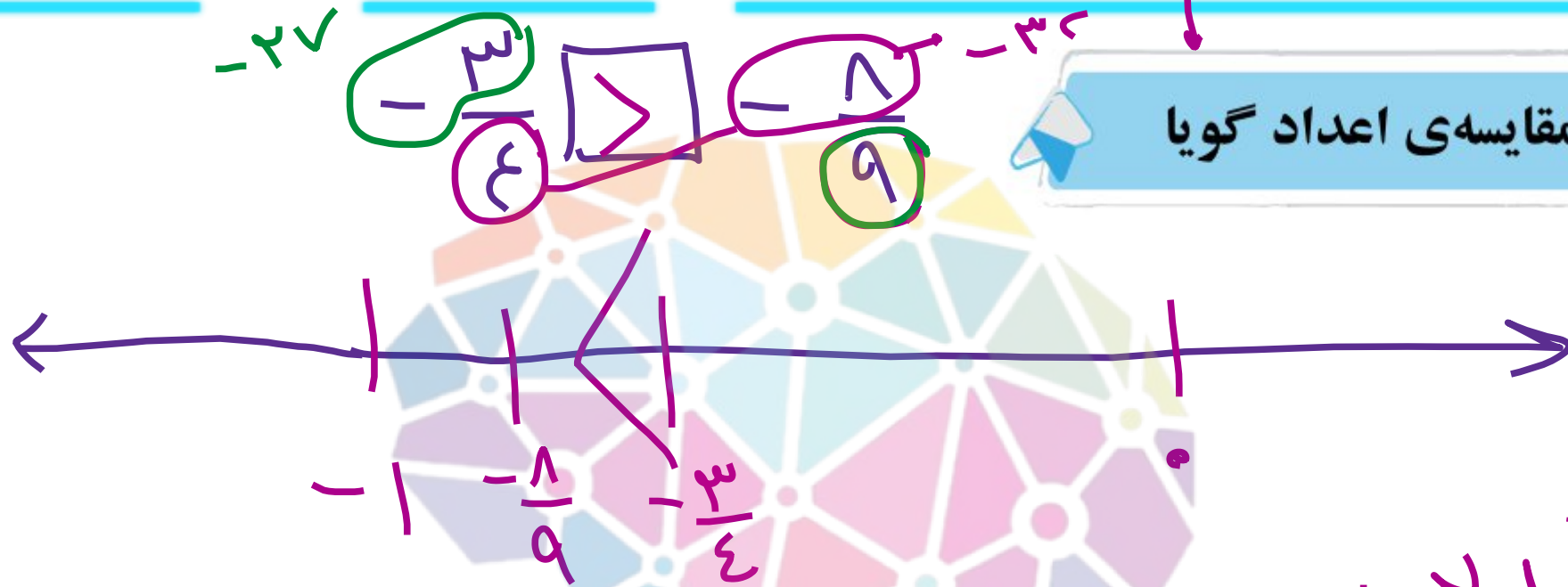




استاد وحید اسدی کیا



# مقایسه‌ی اعداد گویا



فصل ۲ از سوال ۱ تا ۲۴

مفوشانت  
سرزمین تیزهوشان ایران



# فصل ۳ عددهای حقیقی



هوشمند  
مرکزین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا

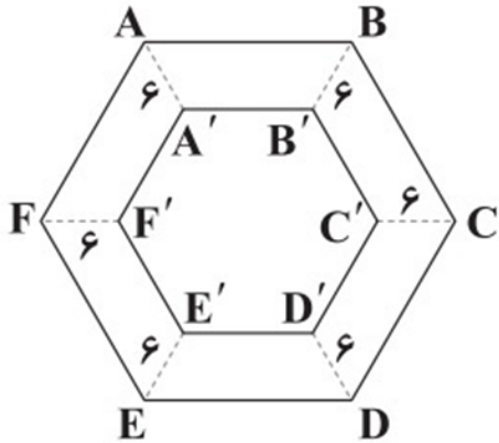


# مسئله ۸ ریاضی

۱ - در کدام حالت دو مستطیل با هم متشابه‌اند؟

- (۱) مستطیل‌هایی که مساحتشان دو برابر محیطشان باشد.  
(۲) مستطیل‌هایی که محیطشان پنج برابر عرضشان باشد.  
(۳) مستطیل‌هایی که طول قطرشان همواره عددی ثابت باشد.  
(۴) مستطیل‌هایی که زاویه بین دو قطرشان بر ۱۵ بخش پذیر باشد.

۲ - در شکل زیر شش ضلعی‌های منتظم  $ABCDEF$  و  $A'B'C'D'E'F'$  متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها  $\frac{1}{3}$  است. اگر  $AA' = 6$  باشد، اندازه ضلع  $\overline{AB}$  کدام است؟



(۱) ۷/۵

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸

مفروضندان  
سرزمین تیزهوشان ایران





۱- گزینه ۲ اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب  $a$  و  $b$  در نظر بگیریم، در گزینه (۲) داریم:

$$2a + 2b = 5b \Rightarrow 2a = 3b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

دایره شش‌گانه

همه مستطیل‌هایی که نسبت طول به عرضشان ۳ به ۲ باشد، متشابه‌اند.

۲- گزینه ۲ امتداد خطوط  $AA'$  و  $BB'$  یک‌دیگر را در مرکز شش‌ضلعی‌ها قطع می‌کنند. از آن‌جا که مثلث‌های  $\triangle OAB$  و  $\triangle OA'B'$  متساوی‌الاضلاع هستند، داریم:

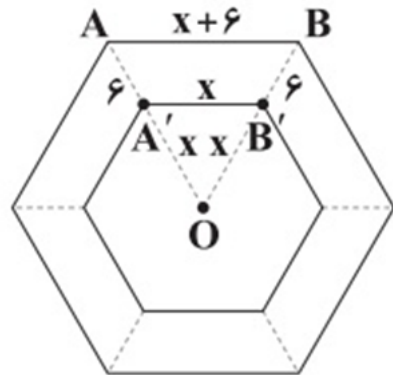
$$A'B' = OB' = OA' = x$$

بنابر نسبت تشابه داریم:

$$\frac{x}{x+6} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x = x+6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

حال برای  $AB$  داریم:

$$AB = x + 6 = 9$$



مغز شایان  
سرزمین تیزهوشان ایران



**نکته ۶:** اگر به صورت و مخرج کسری کوچکتر از واحد که صورت و مخرج آن عددی مثبت هستند، به طور تکرار شونده عددی را بیافزاییم، مقدار کسر بزرگتر شده و به واحد کامل نزدیک می‌شود و چنانچه این کار را روی کسری بزرگتر از واحد با صورت و مخرج مثبت انجام دهیم، حاصل کسر کوچکتر می‌شود و اگر این عمل را روی کسر واحد انجام دهیم، مقدار کسر تغییر نمی‌کند.

لوگوی "مستر اردوان" در سمت چپ قرار دارد.

$$\frac{5}{7} + 1 = \frac{12}{7}$$

$$\frac{5}{7} + 1 = \frac{6}{8}$$

$$\frac{6}{8}$$

$$\frac{5}{7} + 1 = \frac{10}{9}$$

$$\frac{10}{9}$$

$$\frac{5}{7} + 1 = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{6}{6} = 1$$

در تصویر، فرآیند افزودن مضرب‌های شونده (۲، ۳، ۶) به صورت و مخرج کسر  $\frac{5}{7}$  برای مقایسه با واحد  $1 = \frac{7}{7}$  نشان داده شده است. برای مضرب ۲، کسر  $\frac{10}{14}$  حاصل می‌شود که بزرگتر از واحد است. برای مضرب ۳، کسر  $\frac{15}{21}$  حاصل می‌شود که بزرگتر از واحد است. برای مضرب ۶، کسر  $\frac{30}{42}$  حاصل می‌شود که بزرگتر از واحد است. با افزودن مضرب ۱ (که واحد را می‌سازد)، کسر به  $\frac{5}{5} = 1$  می‌رسد. همچنین، با افزودن مضرب ۶ به واحد  $1 = \frac{6}{6}$ ، به یک واحد دیگر می‌رسیم.



با توجه به اعداد زیر، کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟

تفاوت را از اول

$$A = \frac{13 \times 10000}{44 \times 10000}$$

$$B = \frac{131387}{441387}$$

$$13 \times 10000 + 1387$$

$$44 \times 10000 + 1387$$

$$A = B = C = D$$

1

$$A < B < C < D$$

2

$$A < C < B < D$$

3

$$A > D > B > C$$

4

$$C = \frac{132008}{442008}$$

$$13 \times 10000 + 2008$$

$$44 \times 10000 + 2008$$

$$D = \frac{132008}{441387}$$

$$13 \times 10000 + 2008$$

$$44 \times 10000 + 1387$$

ابتدا C را با D مقایسه می‌کنیم

$D > C$  پس B و D را مقایسه می‌کنیم.  
 با مقایسه B و A متوجه می‌شویم  
 $A < B$

با مقایسه B با C متوجه می‌شویم  
 $C > B$  است

$$D > B$$





۳۷. هر چه مقدار  $n$  بیشتر شود، عبارت  $\frac{n+2}{2n+1}$  به چه عددی نزدیک می شود؟

۱/۵ (۵)

$n=1 \rightarrow \frac{1+2}{2 \times 1 + 1} = \frac{3}{3} = 1$

$n=2 \rightarrow \frac{2+2}{2 \times 2 + 1} = \frac{4}{5}$

$n=3 \rightarrow \frac{3+2}{2 \times 3 + 1} = \frac{5}{7}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{5}{7}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{n+2}{2n+1}$

$\frac{n(1 + \frac{2}{n})}{n(2 + \frac{1}{n})} = \frac{1}{2}$

اولی اولی

باینر

باینر

اولی دوم:

$\frac{n+2}{2n+1} \approx \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$





$-2 \times 12 = -24$

۴۰. اگر  $-6 < x < 10$  و  $-2 < y < -\frac{1}{2}$  و نیز  $a < \frac{x}{y} < b$  باشد، مقدار  $a \times b$  کدام است؟

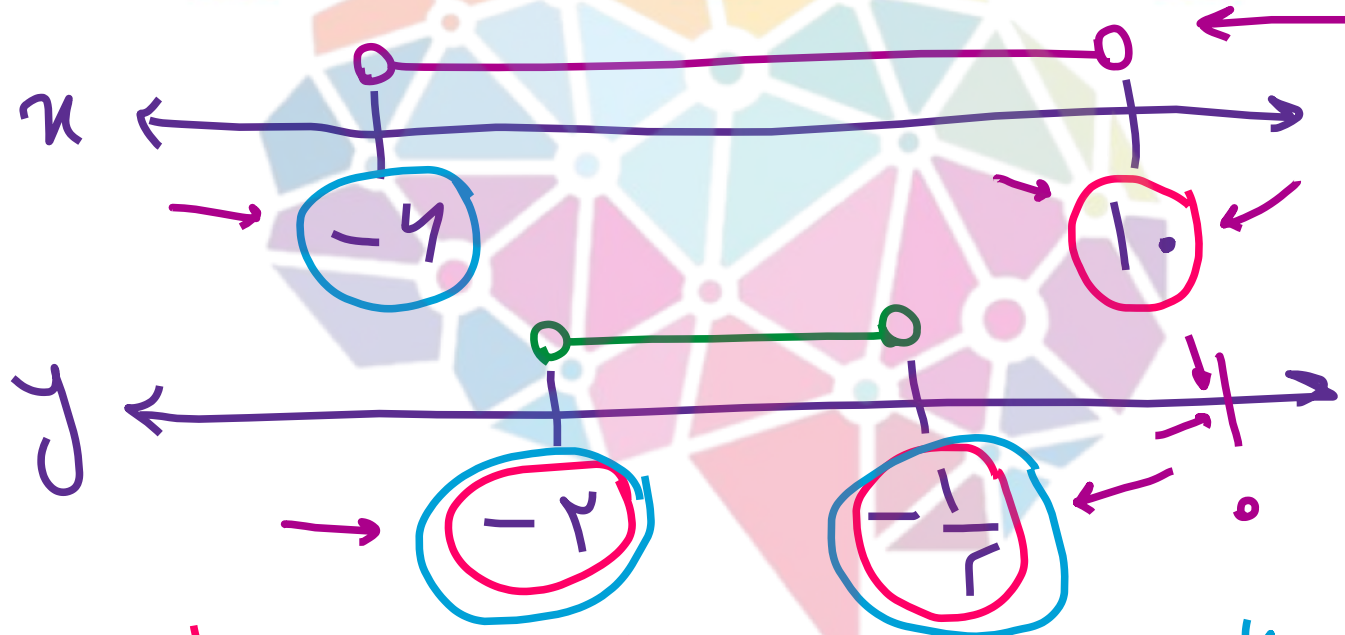
$-240$  (۵)

$-120$  (۴)

$-60$  (۳)

$-50$  (۲)

$0$  (۱)



$a < \frac{x}{y} < b$

کنترل‌ترین

$\frac{10}{-2} = -5$

$\frac{10}{-1/2} = -20$

$\frac{-6}{-2} = +3$

$\frac{-6}{-1/2} = +12$

$\Rightarrow b = +12$  و  $a = -2$



$$\frac{a}{b} = \frac{c^{x-1}}{d^{x-1}} = \frac{e^{x-1}}{f^{x-1}} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a+c-e}{b+d-f} = \frac{a-c-e}{b-d-f} \quad \text{نکات!}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} = \frac{2}{30} = \frac{2+12+14}{2+12+14} = \frac{2}{2} = \frac{2+12-14}{2+12-14} = \frac{-1}{-2} =$$

$$\frac{2-12-14}{2-12-14} = \frac{-14}{-2} = \frac{7}{1}$$

$$\frac{a-c+e}{b-d+f} = \frac{-a+c-e}{-b+d-f} \dots$$



برابر است با:

۴۲. حاصل عبارت

$$\frac{2 \times 4 \times 8 + 444 \times 888 \times 1776 + 888 \times 1776 \times 3552}{8 + 222 \times 444 \times 888 - 444 \times 888 \times 1776}$$

۱۲ (۴)

b

۸ (۳) d

f ۶ (۲)

۴ (۱)

$$\frac{2 \times 4 \times 8}{8} = \frac{\cancel{2} \cancel{4} \cancel{8} \times \cancel{8} \cancel{8} \cancel{8} \times \cancel{17} \cancel{7} \cancel{6}}{\cancel{2} \cancel{2} \cancel{2} \times \cancel{4} \cancel{4} \cancel{4} \times \cancel{8} \cancel{8} \cancel{8}} = \frac{\cancel{8} \cancel{8} \cancel{8} \times \cancel{17} \cancel{7} \cancel{6} \times \cancel{3} \cancel{5} \cancel{5} \cancel{2}}{\cancel{4} \cancel{4} \cancel{4} \times \cancel{8} \cancel{8} \cancel{8} \times \cancel{17} \cancel{7} \cancel{6}}$$

$$\frac{a + c + e}{b + d + f} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{ka + kb + kc}{a + b + c} = k$$







۵۳. حاصل عبارت  $\left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot 5^{-1} + 5^{-1} - 1$  برابر است با:

۱  $\frac{5}{6}$

۲  $-\frac{1}{5}$

۳  $\frac{10}{17}$

۴  $\frac{11}{30}$

۵  $\frac{2}{3}$

بگفته

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot 5^{-1} + 5^{-1} - 1 \\ & = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - \frac{5}{5} \\ & = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot 5^{-1} + 5^{-1} - 1 \\ & = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - \frac{5}{5} \\ & = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot 5^{-1} + 5^{-1} - 1 \\ & = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - \frac{5}{5} \\ & = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot 5^{-1} + 5^{-1} - 1 \\ & = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - \frac{5}{5} \\ & = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot 5^{-1} + 5^{-1} - 1 \\ & = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - 1 \\ & = \frac{2}{5} - \frac{5}{5} \\ & = -\frac{3}{5} \end{aligned}$$

معاذ



اخراج

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad : \text{اخراج مزدوج}$$

تجزیه

$$\left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1 - \frac{1}{5}$$

$$1 - \frac{1}{5} = \left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right)$$

تجزیه = به ضرب تبدیل کنه

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



تدریس: از سوال ۲۵ تا ۶۱ شماره‌های زوج حل شود.

۶۱. حاصل عبارت  $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{10^2})$  کدام است؟

۲/۳ (۴)

$\frac{11}{20}$  (۳)

۱/۲ (۲)

۵/۱۲ (۱)

$$(1 - \frac{1}{2^2})(1 + \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2})(1 + \frac{1}{4^2}) \dots (1 - \frac{1}{10^2})(1 + \frac{1}{10^2})$$

$$= (1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{10^2}) \times (1 + \frac{1}{2^2})(1 + \frac{1}{3^2})(1 + \frac{1}{4^2}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{10^2})$$

~~1~~ × ~~3/4~~ × ~~5/6~~ × ~~7/8~~ × ~~9/10~~ × ~~11/12~~ × ~~13/14~~ × ~~15/16~~ × ~~17/18~~ × ~~19/20~~ × ~~21/22~~ × ~~23/24~~ × ~~25/26~~ × ~~27/28~~ × ~~29/30~~ × ~~31/32~~ × ~~33/34~~ × ~~35/36~~ × ~~37/38~~ × ~~39/40~~ × ~~41/42~~ × ~~43/44~~ × ~~45/46~~ × ~~47/48~~ × ~~49/50~~ × ~~51/52~~ × ~~53/54~~ × ~~55/56~~ × ~~57/58~~ × ~~59/60~~ × ~~61/62~~ × ~~63/64~~ × ~~65/66~~ × ~~67/68~~ × ~~69/70~~ × ~~71/72~~ × ~~73/74~~ × ~~75/76~~ × ~~77/78~~ × ~~79/80~~ × ~~81/82~~ × ~~83/84~~ × ~~85/86~~ × ~~87/88~~ × ~~89/90~~ × ~~91/92~~ × ~~93/94~~ × ~~95/96~~ × ~~97/98~~ × ~~99/100~~

$= \frac{1}{2} \times \frac{11}{20} = \frac{11}{40}$

