



استاد وحید اسدی کیا



هوشلند
مرکز بین فرهنگی ایران



فصل اول : مجموعه ها و احتمال

فصل دوم : اعداد حقیقی

فصل سوم : هندسه

فصل چهارم : توان و ریشه

فصل پنجم : جبر


فصل ششم : معادله خط

فصل هفتم : عبارات های صریح گویا $\frac{a}{b}$


فصل هشتم : حجم

از سون ۱۵۲ تا ۱۷۰ شماره های زنگ

۱۸۰. اگر N مجذور کامل باشد، اولین عدد مجذور کامل پس از N کدام است؟ 

$N - 2\sqrt{N} + 1$ 

$N + 2\sqrt{N} + 1$  جواب 

$\sqrt{N} + 1$ 

$1 + N$ 

N
↓
فبزر
↓
 \sqrt{N}

$\sqrt{N} \xrightarrow{+1} \sqrt{N} + 1$

$$(\sqrt{N} + 1)^2 = (\sqrt{N})^2 + 2 \times \sqrt{N} \times 1 + 1^2$$

$$= N + 2\sqrt{N} + 1$$

جواب

$N = 25$
↓
چیز
 $\sqrt{25} = 5 \xrightarrow{+1} 6$
↑
ن
توان
۲
↑
 $6^2 = 36$

مفوشند
میرزا محمدعلی اسفندیار
ایران

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$





طروشاند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



رابطه‌ی جبری بین عبارتهای توان‌دار

۱۹۲. اگر $x = a^{2k} + 1$ و $y = a^k - 4$ ، چه رابطه‌ای بین x و y برقرار است؟

$$x = (y + 4)^2 + 1 \quad (۲)$$

$$x = (y - 4)^2 + 1 \quad (۱)$$

$$y = (x + 4)^2 - 1 \quad (۴)$$

$$y = (x - 4)^2 + 1 \quad (۳)$$

$$a^k = y + 4$$

$$x = (a^k)^2 + 1 \Rightarrow x = (y + 4)^2 + 1$$

مغوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران



۱۹۹. اگر $x^3 = p$ باشد، حاصل x^{3y-1} کدام است؟

p^{3y-2}

۴

p^{9y-9}

۳

p^{3y-2}

۲

p^{9y-1}

۱

$$x^{3y-2} = x^{3y} \cdot x^{-2}$$

=

$$\underbrace{(x^3)^y}_{p} \cdot x^{-2}$$

=

p

$$x^{3y-2} = x^{3y} \cdot x^{-2} = (x^3)^y \cdot x^{-2} = p^y \cdot x^{-2}$$

$$x^{3y-2} = x^{3y} \cdot x^{-2} = (x^3)^y \cdot x^{-2} = p^y \cdot x^{-2}$$



توان مجهول‌ها و مقدار عددی

۲۰۱. اگر $2^x = 5$ و $3^y = 2$ باشند، آن‌گاه حاصل $A = 3^{(2y+1)} \times 2^{(x-2)}$ برابر با کدام گزینه است؟

$\frac{15}{2}$ (۴)

۱۵ (۳)

$\frac{75}{2}$ (۲)

۳۰ (۱)

$$3^{2y+1} = 3^{2y} \times 3^1 = 3^{2y} \times 3 = 3^{2y+1}$$

$$2^{x-2} = 2^x : 2^2 = 2^x : 4 = \frac{2^x}{4}$$

$$A = 3^{2y+1} \times \frac{2^x}{4} = \frac{3^{2y+1} \times 2^x}{4}$$

$$A = \frac{3^{2y+1} \times 2^x}{4} = \frac{3^{2y+1} \times 5}{4} = 15$$



کدام است؟

$$\frac{9ab}{4a} + \frac{125ab}{52a} \times 5ab$$

۲۰۴. اگر $5^a = 3$ و $3^b = 2$ ، حاصل عبارت $5ab$

$$\frac{34}{9} \quad (4)$$

$$\frac{34}{18} \quad (3)$$

$$\frac{17}{18} \quad (2)$$

$$\frac{17}{9} \quad (1)$$

$$(5^a)^b = 3^b \Rightarrow 5^{ab} = 3^b = 2$$

$$125^{ab} = (5^3)^{ab} = 5^{3 \times ab} = (5^a)^{3b} = (3^b)^3 = 2^3 = 8$$

$$5^{2a} = (5^a)^2 = 3^2 = 9$$

$$9ab = (3^2)^{ab} = (3^b)^{2a} = 2^{2a}$$

$$\left[\frac{125}{4a} + \frac{1}{9} \right] \times 2 = \left[1 + \frac{1}{9} \right] \times 2$$

$$= \frac{17}{9} \times \frac{2}{1} = \frac{34}{9}$$

فنونستاند
سرزمین تیزهوشان ایران



۲۰۹. اگر $2^x = 3$ ، $3^y = 5$ و $5^z = 2$ باشد، آن گاه حاصل $xyz - xyz$ کدام است؟

۴

۳

۲

۱ صفر

$$\begin{aligned}
 2^x &= 3 \\
 3^y &= 5 \\
 5^z &= 2
 \end{aligned}
 \Rightarrow xyz = 1$$

$$xyz - xyz = 1 - 1 = 0$$

سرزمین تیزهوشان ایران



۲۲۲. اگر $8^{x+2} = 15$ باشد، مقدار $\sqrt{2(2^{3x+6} + 2^{3x+8})} + \sqrt{2^{3x+6} - 15}$ کدام گزینه است؟

۲۱۰

۴

$\sqrt{150}$ ۳

$\sqrt{210}$ ۲

$5\sqrt{90}$ ۱

$$8^{x+2} = 15 \Rightarrow (2^{3x+6}) = 15 \Rightarrow 2^{3x+4} = 15$$

$$2^{3x+8} = \underbrace{2^{3x+4}}_{15} \times \underbrace{2^4}_4 = 15 \times 4 = 60$$

$$\sqrt{2(15 + 60)} = \sqrt{2(75)} = \sqrt{2 \times 75} = \sqrt{150}$$



معادله‌های توانی

$$1 = 5^{\square} = 3^{\triangle} = 1$$

۲۳۶. در عبارت $3^{2x-y+1} = 5^{y+3}$ ، مقادیر x و y برابر است با:

$$x = -3 \text{ و } y = -2$$

$$x = 3 \text{ و } y = 2$$

$$x = -2 \text{ و } y = -3$$

$$x = 2 \text{ و } y = 3$$

لواها باید هم‌بند:

$$5^{y+3} = 1 \Rightarrow y+3 = 0 \Rightarrow y = -3$$

$$3^{2x-y+1} = 1 \Rightarrow 2x - y + 1 = 0 \Rightarrow 2x - (-3) + 1 = 0$$

$$2x + 3 + 1 = 0 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$



$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

۲۳۹. با توجه به معادله $\frac{8^{3-2x} \times 125^{1-y}}{25^y \times 16^{x+2}} = 1$ حاصل $10^x + y$ چه قدر است؟

$$\left(\frac{2^3}{2^4} \right)^{3-2x} \times \left(\frac{5^3}{5^1} \right)^{1-y} = \left(\frac{1}{2} \right)^y \times \left(\frac{2^4}{2^2} \right)^{x+2} \Rightarrow 2^{9-4x} \times 5^{3-3y} = 2^{-y} \times 2^{2x+4}$$

$$5^{3-3y} = 1 \Rightarrow 3-3y = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$9-4x = 2x+4 \Rightarrow 9-4x = 2x+4$$

$x = 1$

$10^x + y = 1 + 1 = 2$

