

مکعب دو جمله ای :

$$\begin{aligned}
 (a + b)^3 &= (a + b)^2 \times (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) \\
 &= a^2 + 2ab + ab^2 + ba^2 + 2ab + b^2 \\
 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
 \end{aligned}$$



مکعب دو جمله ای :

$$(a-b)^3 = (a-b)^2 \times (a-b)^1 = (a^2 - 2ab + b^2) \times (a-b)$$

$$= +1a^3 - 2a^2b + 2ab^2 - b^3$$



نتیجه مهم مکعب دو جمله ای :

$$(a+b)^3 = a^3 + \underbrace{3a^2b} + \underbrace{3ab^2} + b^3$$

$$(a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 = a^3 + b^3$$

$$(a+b)^3 - 3ab(a+b) = a^3 + b^3$$



نتیجه مهم مکعب دو جمله ای :

$$(a-b)^n = a^n - \underbrace{n a^{n-1} b} + \underbrace{n a b^{n-1}} - b^n$$

$$(a-b)^n + n a^{n-1} b - n a b^{n-1} = a^n - b^n$$

$$(a-b)^n \oplus n a b (a-b) = a^n - b^n$$



حاصل عبارت  $(\sqrt{5} + 2)^3 - (\sqrt{5} - 2)^3$  را بیابید.

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} + 2)^3 - (\sqrt{5} - 2)^3 &= 4^3 + 3 \times 1 \times 4 \\ &= 64 + 12 = 76 \end{aligned}$$

$$a = \sqrt{5} + 2$$

$$b = \sqrt{5} - 2$$

$$a - b = 4$$

$$a \times b = (\sqrt{5} + 2) \times (\sqrt{5} - 2)$$

$$= 5 - 4 = 1$$

مرتضی طاهری



حاصل عبارت  $(\sqrt{7} + 3)^3 - (\sqrt{7} - 3)^3$  را بیابید.

۱۸۰ (۵)

۲۵۶ (۴)

۲۵۴ (۳)

۳۵۲ (۲)

۲۴۸ (۱)

$$a - b = 4$$

$$a \times b = (\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3) = 7 - 9 = -2$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$= 4^3 + 3(-2)(4) =$$

$$= 64 - 24 = 40$$



اگر  $a^2 = b^2 + 1$  باشد، آن گاه حاصل کسر  $\frac{b^6 - a^6 + 1}{3a^2b^2}$  را بیابید.

$$b^4 - a^4 = (b^2)^2 - (a^2)^2$$

$$-1 = b^2 - a^2$$

$$(b^2)^2 - (a^2)^2 = (b^2 - a^2) + 2b^2a^2(b^2 - a^2)$$

$$\frac{-1(b^2 - a^2)^2 + 2b^2a^2(b^2 - a^2)(+1)}{3a^2b^2} =$$

$$= -1$$



اگر  $x^2 + x + 1 = 0$  باشد، حاصل عبارت  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  را بیابید.

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \cancel{3x \times \frac{1}{x}} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (-1)^3 - 3(1)(-1)$$

$$= -1 + 3 = \boxed{+2}$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^2 + 1 = -x$$

$$\div x \rightarrow$$

$$x + \frac{1}{x} = -1$$





$$45 + 4\sqrt{41} + 45 - 4\sqrt{41} = 90 \quad \frac{(45 + 4\sqrt{41}) \times (45 - 4\sqrt{41}) = 45^2 - 14 \times 41}{\text{حاصل عبارت}} \quad \sqrt{(45 + 4\sqrt{41})^3} - \sqrt{(45 - 4\sqrt{41})^3} \text{ را بیابید.}$$

$$y = \sqrt{(45 + 4\sqrt{41})^3} - \sqrt{(45 - 4\sqrt{41})^3}$$

$$y^2 = (45 + 4\sqrt{41})^3 + (45 - 4\sqrt{41})^3 - 2 \left( \sqrt{(45 + 4\sqrt{41})^3} \sqrt{(45 - 4\sqrt{41})^3} \right)$$

$$= 90^3 - 3 \cdot 14 \cdot 41 \cdot (90) - 2 \sqrt{(45^2 - 14 \cdot 41)^3}$$



## اتحاد چاق و لاغر

$$(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$$

$$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$$



اگر  $x^3 + y^3 = 35$  و  $x^2 + y^2 - xy = 7$  باشد،  $x + y$  چه قدر است؟

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3$$

$$(x+y) \times \sqrt{\quad} = 35$$

$$x+y = \frac{35}{\sqrt{\quad}} = 5$$



اگر  $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 1$  و  $xy = 8$  باشد ، مقدار عبارت  $x + y$  برابر است با :

$$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = x$$

$$\left(\sqrt[3]{y}\right)^3 = y$$

$$\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{y}\right)^3 = \left(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}\right) \times \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}\right)$$

$$= 1 \times \left(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{y^2}\right)$$

$$(-2 - 2) = -4$$

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} + 2\sqrt[3]{xy} = 1$$

$$\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 1 - 2 = -1$$



اگر  $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$  و  $x > 0$  باشد، مقدار عبارت  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  چه قدر است؟

$$\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7} \rightarrow$$

$$\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 7 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)}_3 \underbrace{\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right)}_4 = 12$$

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x} \\ &= 7 + 2 = 9 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right) &= 3 \end{aligned}$$

مرتضی طاهری

