



اگر  $a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 2(a + 2b + c)$  باشد تمام مقادیر ممکن  $a, b, c$  را به دست آورید .

$$a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 2a + 4b + 2c$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 6 - 2a - 4b - 2c = 0$$

$$\underbrace{a^2 - 2a + 1}_{(a-1)^2} + \underbrace{b^2 - 4b + 4}_{(b-2)^2} + \underbrace{c^2 - 2c + 1}_{(c-1)^2} = 0$$

$$\cancel{(a-1)^2} + \cancel{(b-2)^2} + \cancel{(c-1)^2} = 0$$

$a=1$        $b=2$        $c=1$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

اگر  $x, y, z$  اعدادی مثبت باشند به طوری که

$$x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} = \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

حاصل  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}$  را به دست آورید.

$$x^2 \rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\underbrace{x^2 + y^2 - 2xy}_0 + \underbrace{x^2 + z^2 - 2zx}_0 + \underbrace{y^2 + z^2 - 2yz}_0 = 0$$

$$\underbrace{(x-y)^2}_{x=y} + \underbrace{(x-z)^2}_{x=z} + \underbrace{(y-z)^2}_{y=z} = 0$$

با توجه به دستگاه زیر مقدار  $x^2 + y^2$  را بیابید .

$$\begin{cases} xy = 3 \\ x^2y + y^2x + 2x + 2y = 25 \end{cases}$$

$$\cancel{xy} \times (x+y) + 2(x+y) = 25$$

$$a(x+y) = 25$$

$$x+y = a$$

$$(x+y = a)^2$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 25$$

$$x^2 + y^2 = 19$$

$$2 \sqrt{\frac{a}{2}} \times \sqrt{\frac{b}{2}} = 2 \sqrt{\frac{ab}{2}}$$

درباره ی اعداد صحیح و مثبت  $a$  و  $b$  می دانیم که  $a < b$  است و اعداد  $\frac{a+b}{2}$  و  $\sqrt{ab}$  دو رقمی

هستند که هر کدام از جابجایی ار قام دیگری به دست می آید . کم ترین مقدار ممکن برای  $a$  چند است ؟

$$① \sqrt{ab} = xy = \log x + y \quad \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \sqrt{ab} = 11 (x+y)$$

$$② \frac{a+b}{2} = yx = \log y + x \quad \frac{a}{2} + \frac{b}{2} - \sqrt{ab} = 9 (y-x)$$

$$\left( \sqrt{\frac{a}{2}} + \sqrt{\frac{b}{2}} \right)^2 = 11 (x+y) \quad \left( \sqrt{\frac{a}{2}} - \sqrt{\frac{b}{2}} \right)^2 = 9 (y-x)$$

~~$a = 1 \times 17$~~   
 ~~$b = 1 \times 17$~~

$x$	$y$	$y - x$
17	9	$\sqrt{x}$
17	17	$\sqrt{x}$
17	17	$\sqrt{x}$
9	9	1

$b = 9 \times 1 = 9$   
 $a = 17 \times 17 = 289$

$$\left(\sqrt{\frac{a}{r}} + \sqrt{\frac{b}{r}}\right)^2 \times \left(\sqrt{\frac{a}{r}} - \sqrt{\frac{b}{r}}\right)^2 = 99 (x+y)(y-x)$$

$$\left(\frac{a}{r} - \frac{b}{r}\right)^2 = 99 (x+y)(y-x)$$

---


$$\frac{a+b}{r} = 99 \rightarrow a+b = 170$$

$$\sqrt{ab} = 99 \rightarrow ab = (17 \times 17)^2$$



مثال

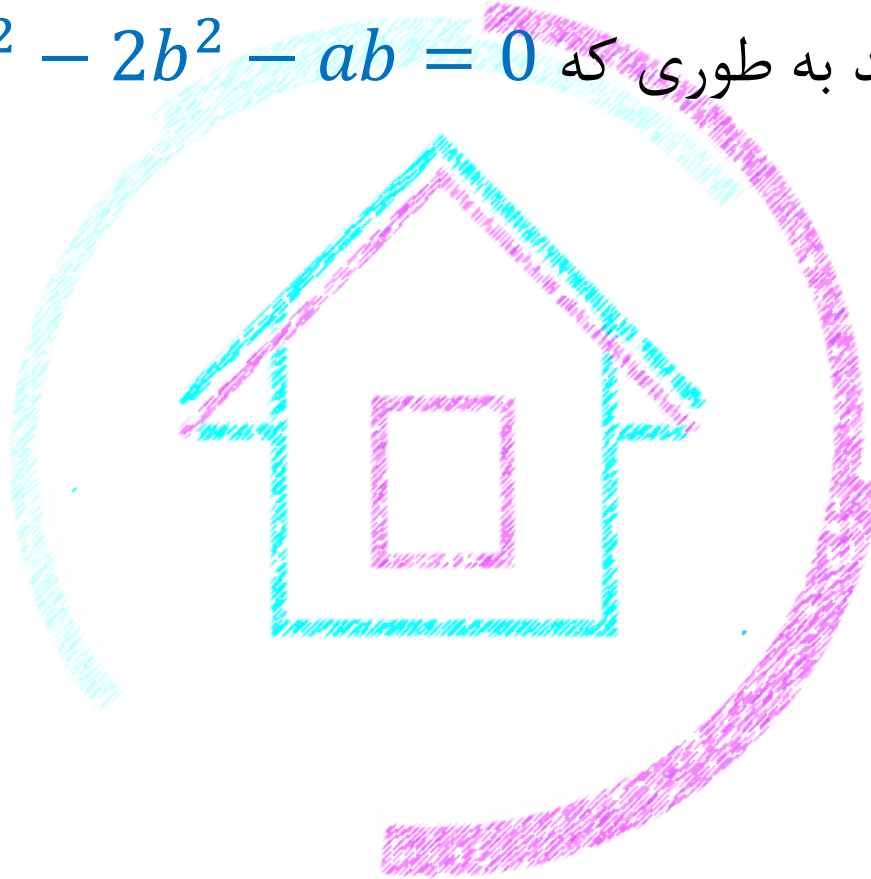
فرض کنید اعداد حقیقی  $a, b, c$  در روابط زیر صدق کنند:

$$2a + b + c = 0, ab + ac + bc = 0$$

در این صورت کسر  $\frac{a^2+1}{b^2+c^2+1}$  چند مقدار مختلف را می تواند بپذیرد؟

مثال

اعداد مثبت  $a$  و  $b$  را در نظر بگیرید به طوری که  $a^2 - 2b^2 - ab = 0$ . حاصل  $\frac{a+b}{a-b}$  را بیابید.

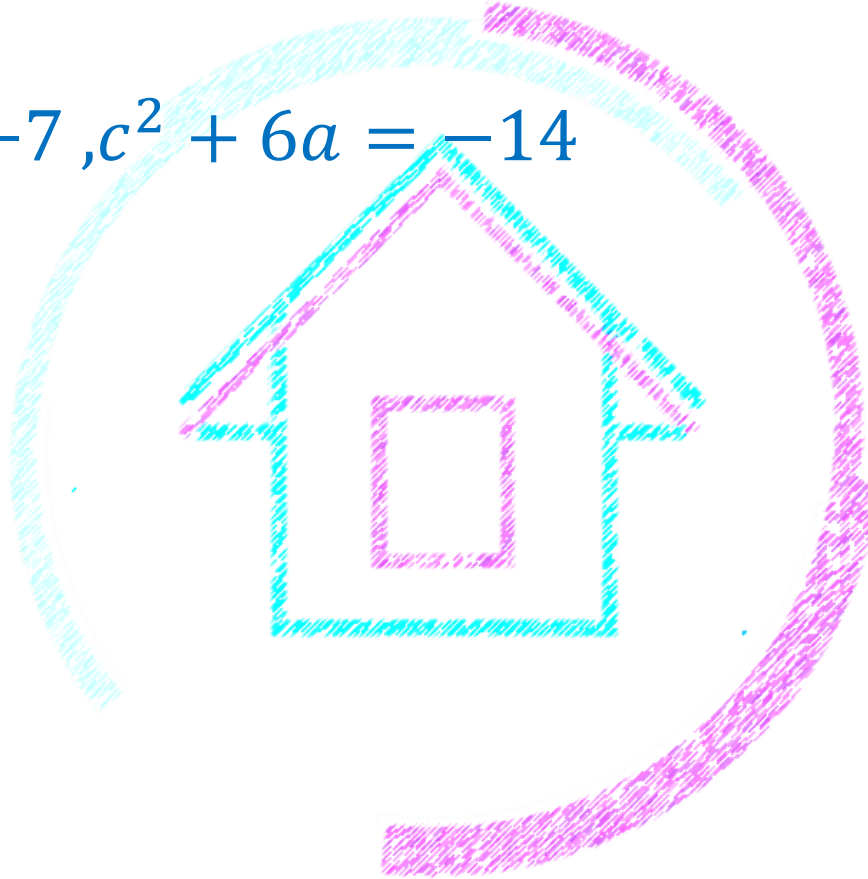




اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اعدادی حقیقی باشند به طوری که

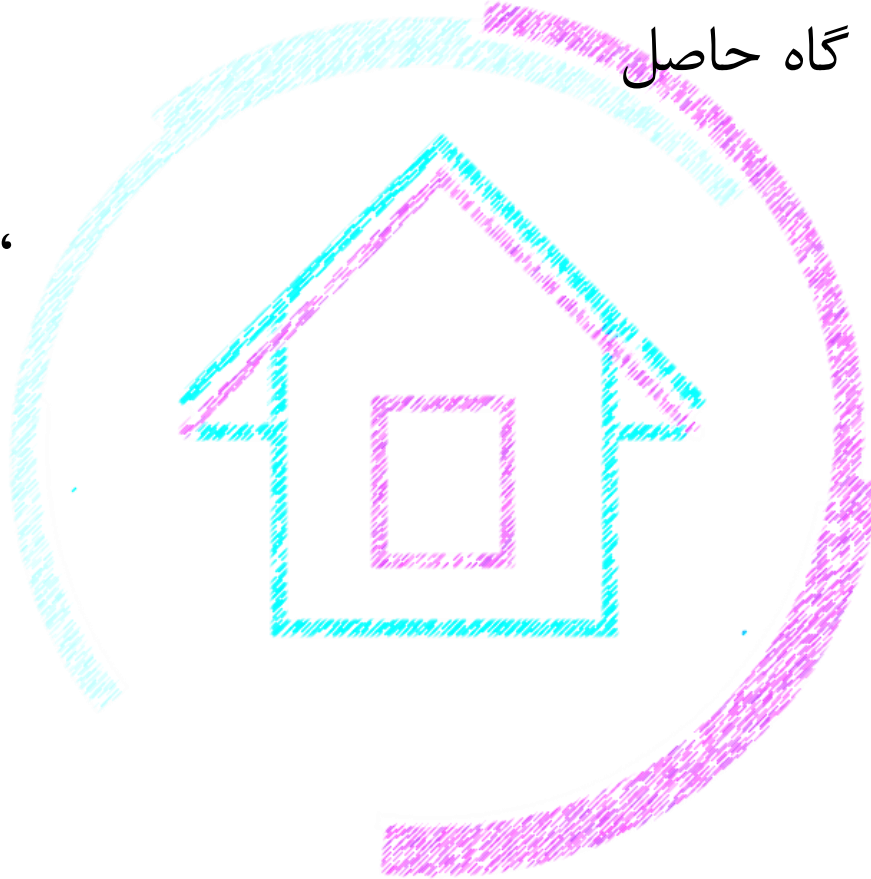
$$a^2 + 2b = 7, b^2 + 4c = -7, c^2 + 6a = -14$$

حاصل  $a^2 + b^2 + c^2$  را بیابید؟



اگر  $r^2 - r - 10 = 0$  آن گاه حاصل

$$(r + 1)(r + 2)(r - 4),$$



را بیابید.

یک خانه  $30 \times 30$  در گوشه ی شمال شرقی یک مزرعه ی  $120 \times 120$  قرار دارد. مطابق شکل ، صاحب خانه می خواهد مابقی زمین را با دو حصار  $V$ - شکل به سه قطعه ی  $V$ -شکل با مساحت برابر تقسیم کند . هر ضلع حصار بر ضلع باغ عمود است و دو ضلع آن با هم مساوی اند . طول ضلع حصار کوچک تر چقدر است ؟

