

همنهشتی

اگر بتوان شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تقارن، دوران و انتقال) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، آن گاه این دو شکل با هم همنهشت‌اند.

نکته: اگر دو چندضلعی با هم همنهشت باشند، آن گاه:

الف) زاویه‌های متناظر با هم برابرند.

ب) اضلاع متناظر با هم برابرند.

پ) مساحت و محیط دو شکل با هم برابر است.



تست: چند مورد از موارد زیر درست است؟

~~(الف)~~ اگر اضلاع دو لوزی با هم برابر باشد، دو لوزی همنهشتاند.

(ب) اگر مساحت دو مربع با هم برابر باشد، دو مربع همنهشتاند.

~~(پ)~~ اگر مساحت دو مستطیل با هم برابر باشد، دو مستطیل همنهشتاند.

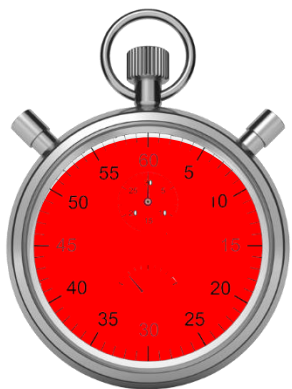
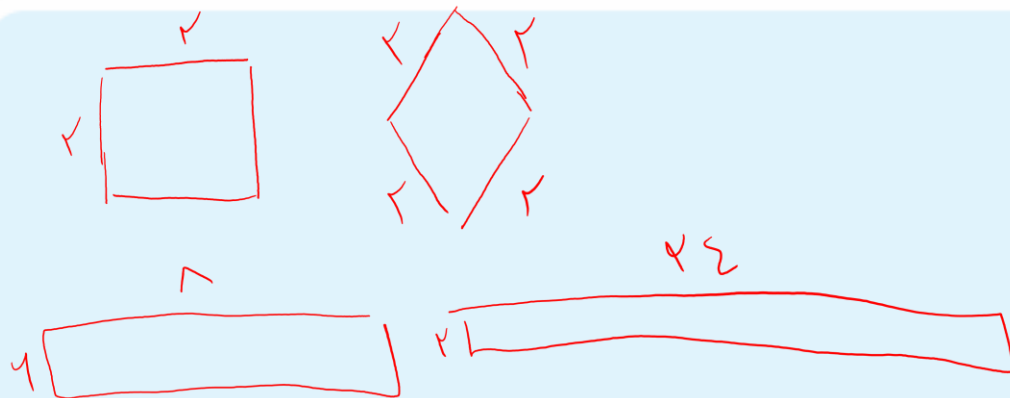
(ت) هر دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین که یک ضلع متناظر آنها با هم برابر است، با هم همنهشتاند.

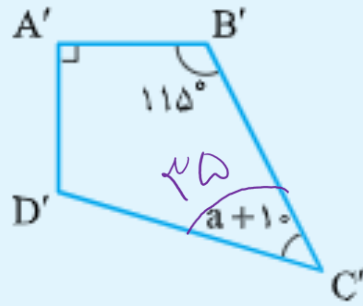
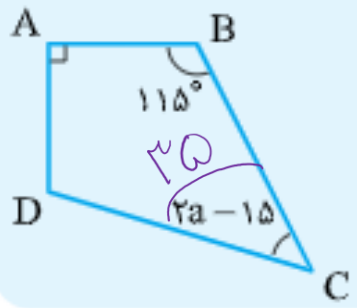
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)





تست: چهارضلعی های ABCD و A'B'C'D' همنهشت اند. زاویه ADC چند درجه است؟

$$130^\circ \text{ (2)}$$

$$140^\circ \text{ (4)}$$

$$120^\circ \text{ (1)}$$

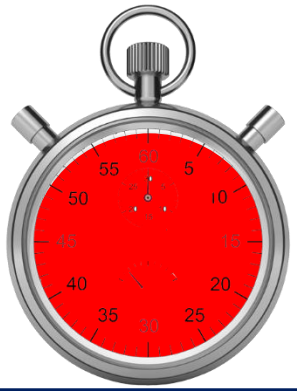
$$115^\circ \text{ (3)}$$

$$\hat{C} = \hat{C}' \rightarrow 2a - 15 = a + 10 \rightarrow a = 25$$

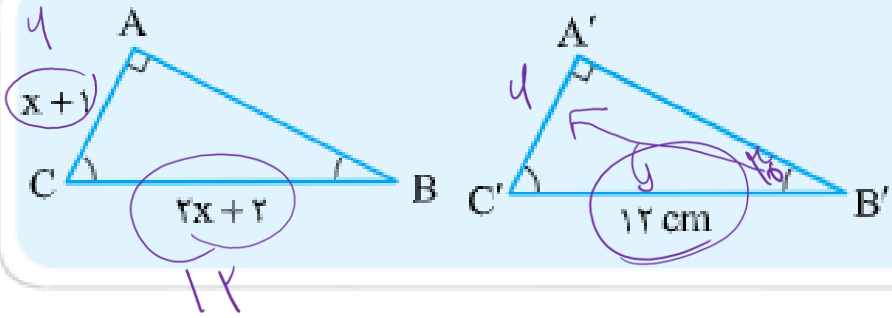
$$360 - (90 + 115 + 25) = 140$$



هوشلند



تست: دو مثلث زیر همنهشت‌اند. زاویه B' چند درجه است؟



60° (۲)

30° (۱)

55° (۴)

45° (۳)

$$2x + 2 = 12 \rightarrow x = 5$$



همنهشتی مثلث‌ها

هر دو مثلث دلخواه می‌توانند بنا بر یکی از حالت‌های زیر با هم همنهشت باشند:

① تساوی سه ضلع (ض ض ض)

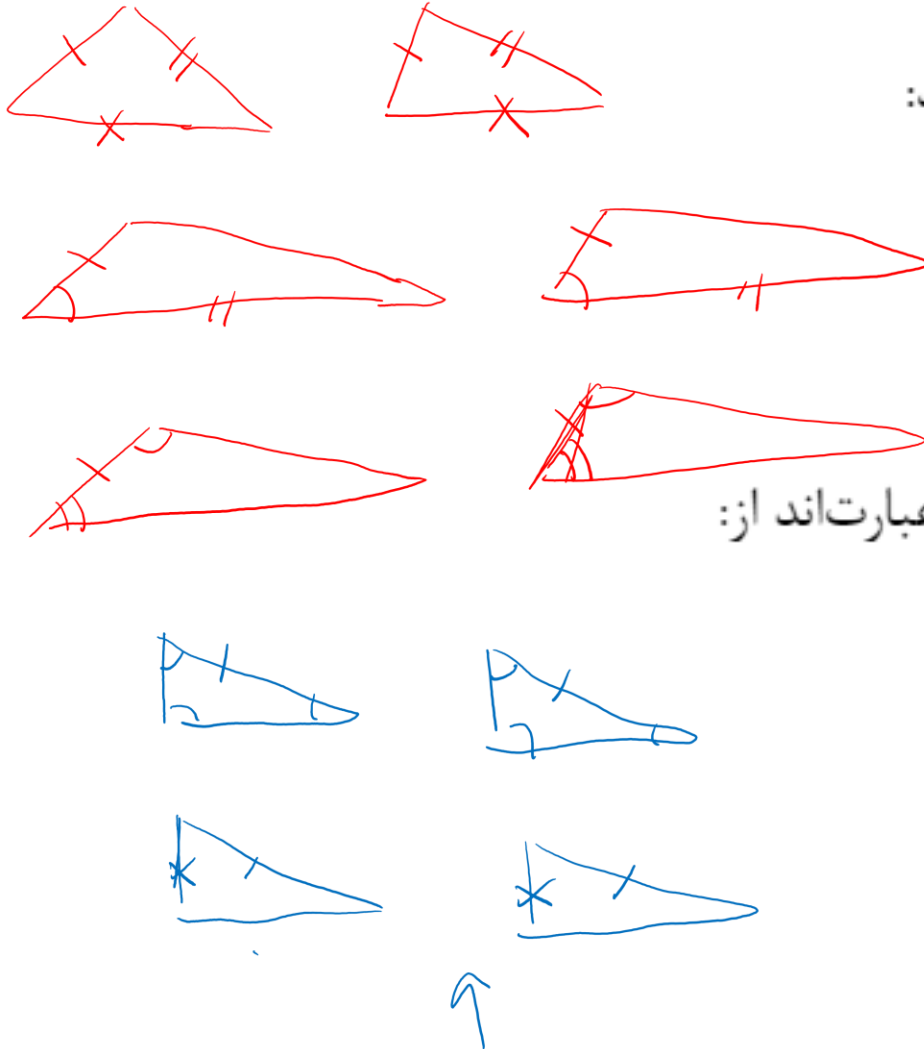
② تساوی دو ضلع و زاویه بین آنها (ض ز ض)

③ تساوی دو زاویه و ضلع بین آنها (ز ض ز)

در مثلث قائم‌الزاویه علاوه بر دو حالت بالا، دو حالت دیگر همنهشتی داریم که عبارت‌اند از:

① تساوی وتر و یک زاویه حاده (و ز)

② تساوی وتر و یک ضلع قائم (و ض)



تست: می خواهیم ثابت کنیم «متوازی الاضلاعی که یکی از قطرهایش نیمساز یکی از زاویه هایش باشد، لوزی است» از کدام حالت همنهشتی باید استفاده کرد؟

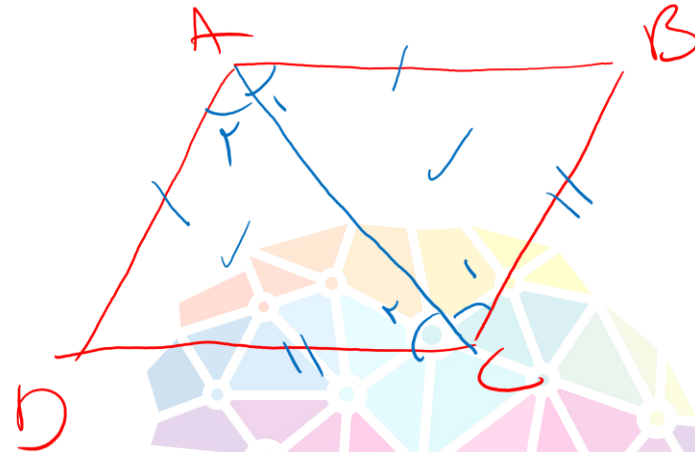
(۱) ز ز ز

(۲) ز ض ز

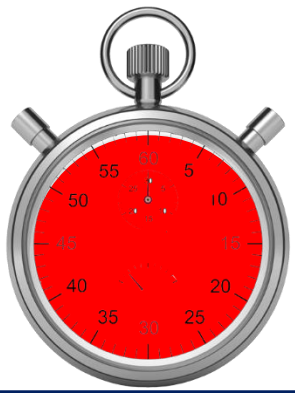
(۳) ض ض ض

(۴) ض ز ض

$$A_1 = C_2 = C_1 = A_2$$



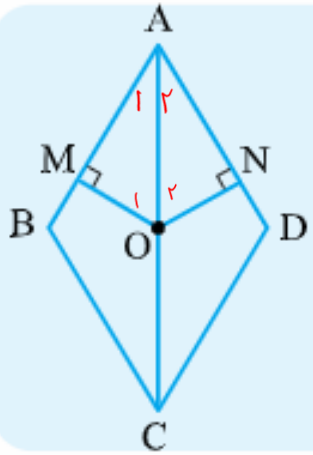
$$\left. \begin{array}{l} AC = AC \\ A_1 = A_2 \\ C_1 = C_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{تساوی} \\ \rightarrow \end{array}$$



هوشلند

مرتضی طاهری





تست: چهارضلعی ABCD لوزی است. دلیل همنهشتی دو مثلث AOM و AON کدام است؟

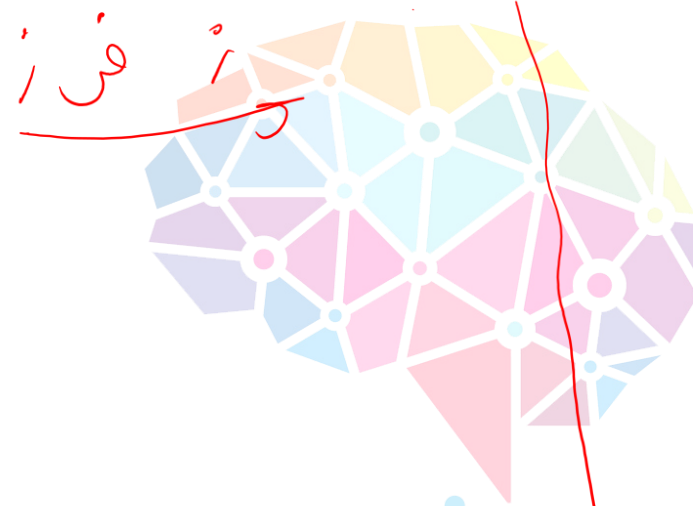
(۱) ض ض ض

(۲) ز ض ز

(۳) ض ض ض

(۴) موارد (۱) و (۲)

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{A}_2 \\ AO &= AO \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \end{aligned}$$

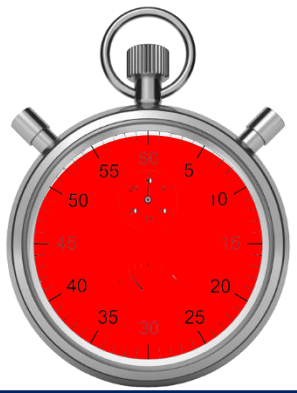


$$AO = AO$$

$$O_1 = O_2$$

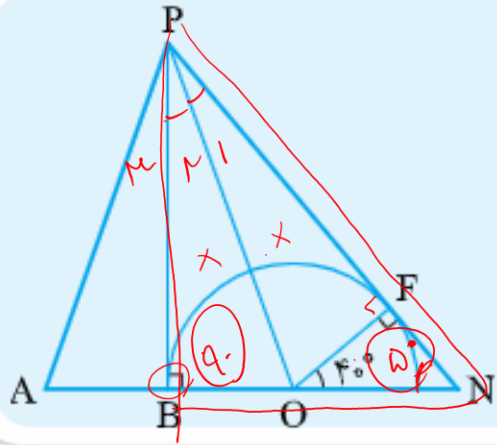
$$OM = ON$$

فرز فرز



هوشلند





تست: از P مماس‌های PF و PB را بر نیم‌دایره، رسم کرده‌ایم. اگر $OF = OB = AB$ باشد، در این صورت اندازه زاویه $\angle APF$ چند درجه است؟

$$P_1 + P_2 = 90$$

$$P_1 = P_2 = 45$$

$$60^\circ (2)$$

$$180^\circ (4)$$

$$50^\circ (1)$$

$$70^\circ (3)$$

$$\begin{aligned} \hat{B} &= \hat{F} \\ OB &= OF = \text{شعاع} \\ OP &= OP \end{aligned}$$

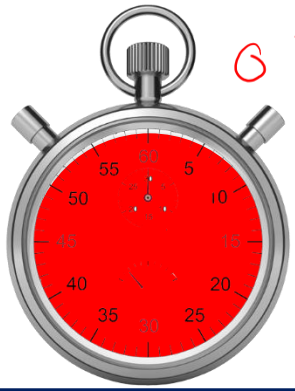
وتر $\rightarrow \triangle POB \cong \triangle POF \rightarrow \hat{P}_1 = \hat{P}_2$

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 90$$

$$AB = BO$$

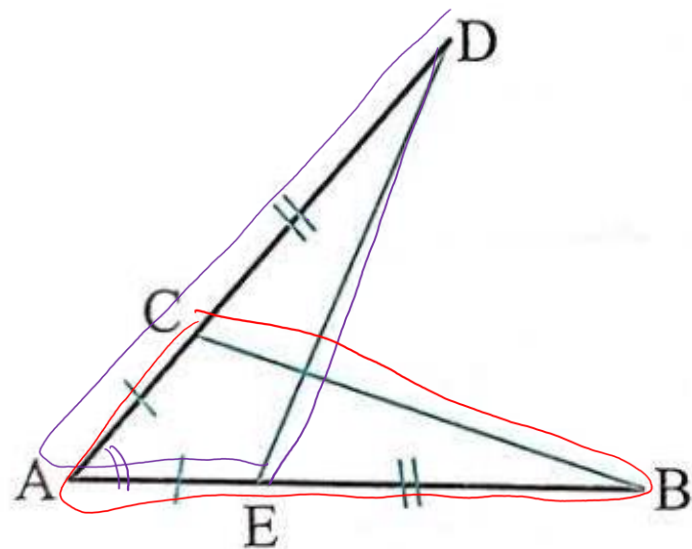
$$PB = PB$$

عزایم $\rightarrow \triangle PAB \cong \triangle POB \rightarrow \hat{P}_1 = \hat{P}_2$





در شکل روبه رو، $AC=AE$ و $CD=EB$ است. ثابت کنید $BC=DE$.



$$AD = AB$$

$$AE = AC$$

$$\hat{A} = \hat{A}$$

مترز متز

$$\triangle ADE \cong \triangle ACB$$

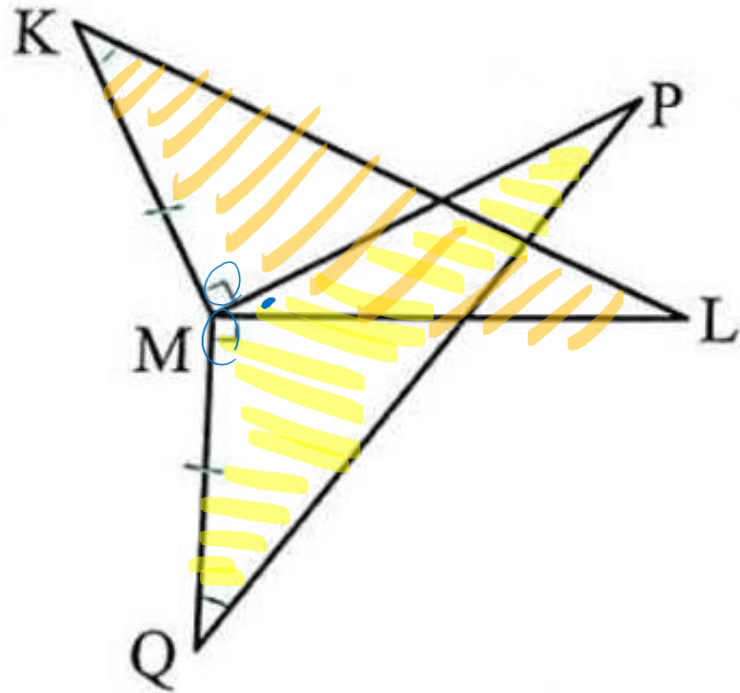
$$BC = DE$$



هوشمند



در شکل روبه رو $MK \perp PM$ و $LM \perp MQ$ است. ثابت کنید $\hat{L} = \hat{P}$ ، $\hat{K} = \hat{Q}$ ، $MK = MQ$



$$\hat{KML} = \hat{PMQ}$$

$$MK = MQ$$

$$\hat{KML} = \hat{PMQ}$$

$$\hat{KML} = \hat{PMQ}$$

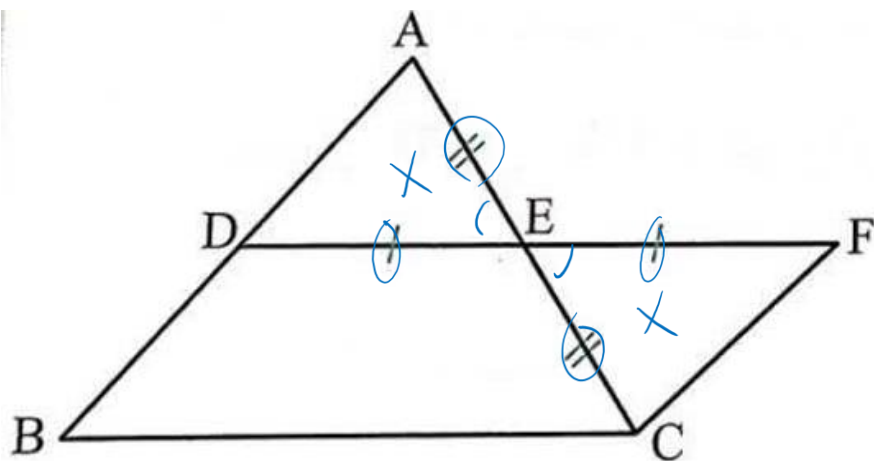
نتیجه

$$\hat{L} = \hat{P}$$

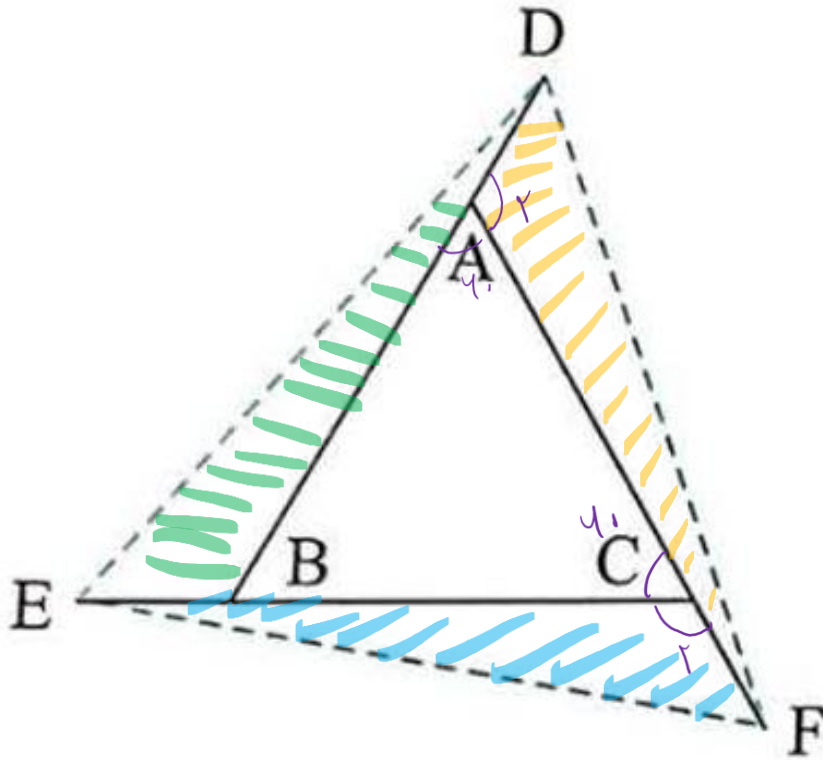
هوشلند



در شکل مقابل ، پاره خط DE وسط های دو ضلع AB و AC را به هم وصل کرده است. پاره خط DE را به اندازه خودش امتداد داده ایم . نقطه F را به C وصل کرده ایم. ثابت کنید $AD=FC$.



سه ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع را به یک اندازه مانند شکل امتداد داده ایم. ثابت کنید مثلث DEF نیز متساوی الاضلاع است.



$$\hat{A} = \hat{C} = 120^\circ$$

$$AD = CE$$

عزیزان

$$\triangle DAF \cong \triangle BCE$$

$$DF = EF \quad \checkmark$$

به طریق مشابه $\triangle ECF \cong \triangle BDE$

$$DE = EF$$

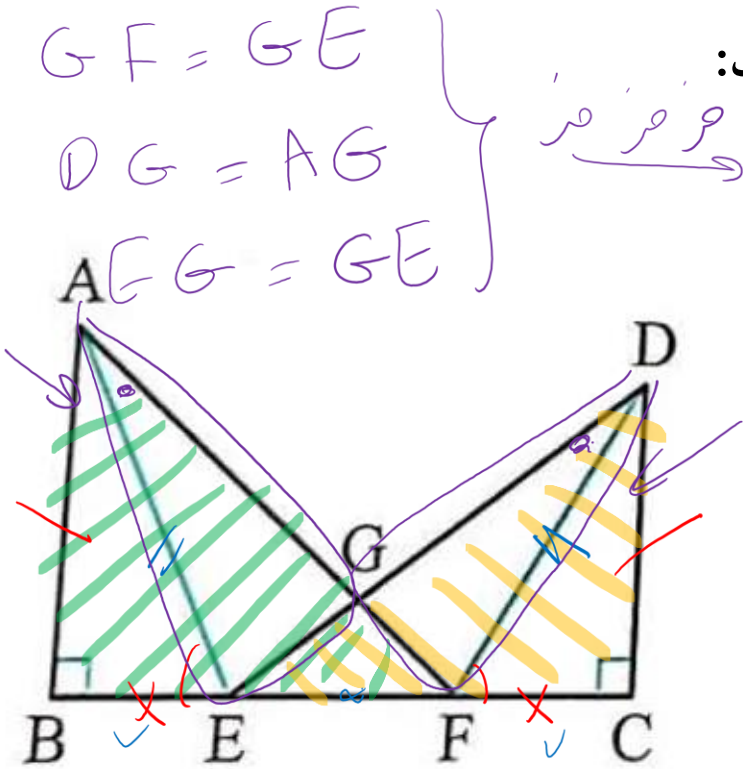
هوشلند

در شکل روبه رو $\hat{C} = \hat{B} = 90^\circ$ ، $AB = CD$ و $BE = CF$ است. ثابت کنید:

الف) دو مثلث ABF و CDE باهم هم نهشت اند.

ب) $GE = GF$

ج) دو مثلث DFG و AEG باهم هم نهشت اند.



$GF = GE$
 $DG = AG$
 $AG = GE$

مترادف

$\hat{C} = \hat{B} = 90^\circ$

$AB = CD$

$BE = FC$

مترادف

$\triangle ABE \cong \triangle FCD$

$\triangle ABF \cong \triangle EDC$

$AB = DC$
 $\hat{DFC} = \hat{AEB}$

$BF = CE$

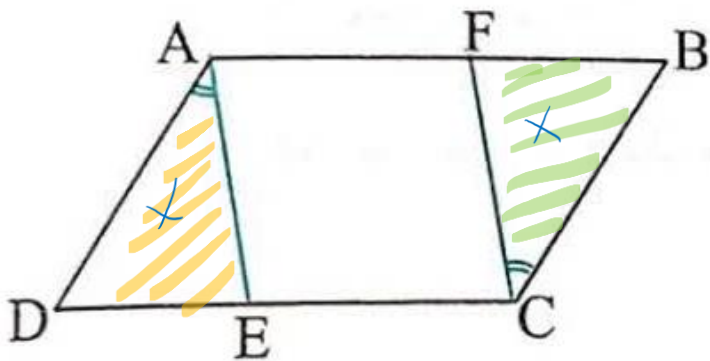
$AB = CD$

$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$

مترادف



در متوازی الاضلاع ABCD میدانیم $\widehat{DAE} = \widehat{FCB}$. ثابت کنید $CF = AE$.



$$\widehat{D} = \widehat{B}$$

$$AD = BC$$

$$\widehat{DAE} = \widehat{FCB}$$

از این رو

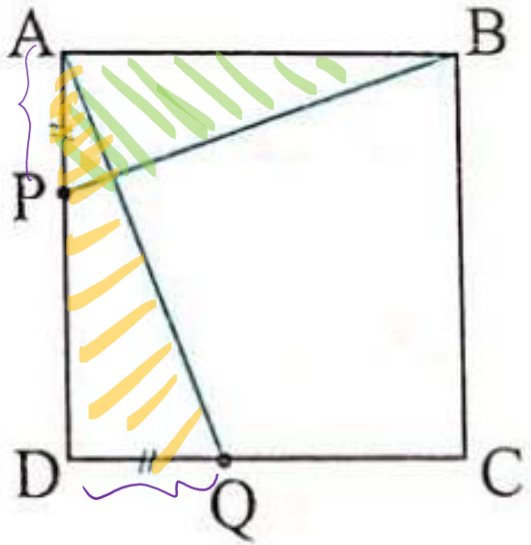
$$\triangle ADE \cong \triangle FCB$$

$$\rightarrow AE = CF$$

هوشلند



در مربع ABCD، میدانیم $AP=DQ$. ثابت کنید $BP=AQ$.



$$AB = AD$$

$$\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$$

$$AP = DQ$$

میز / میز

$$\triangle APB \cong \triangle ADQ$$

$$AQ = BP$$



هوشلند

