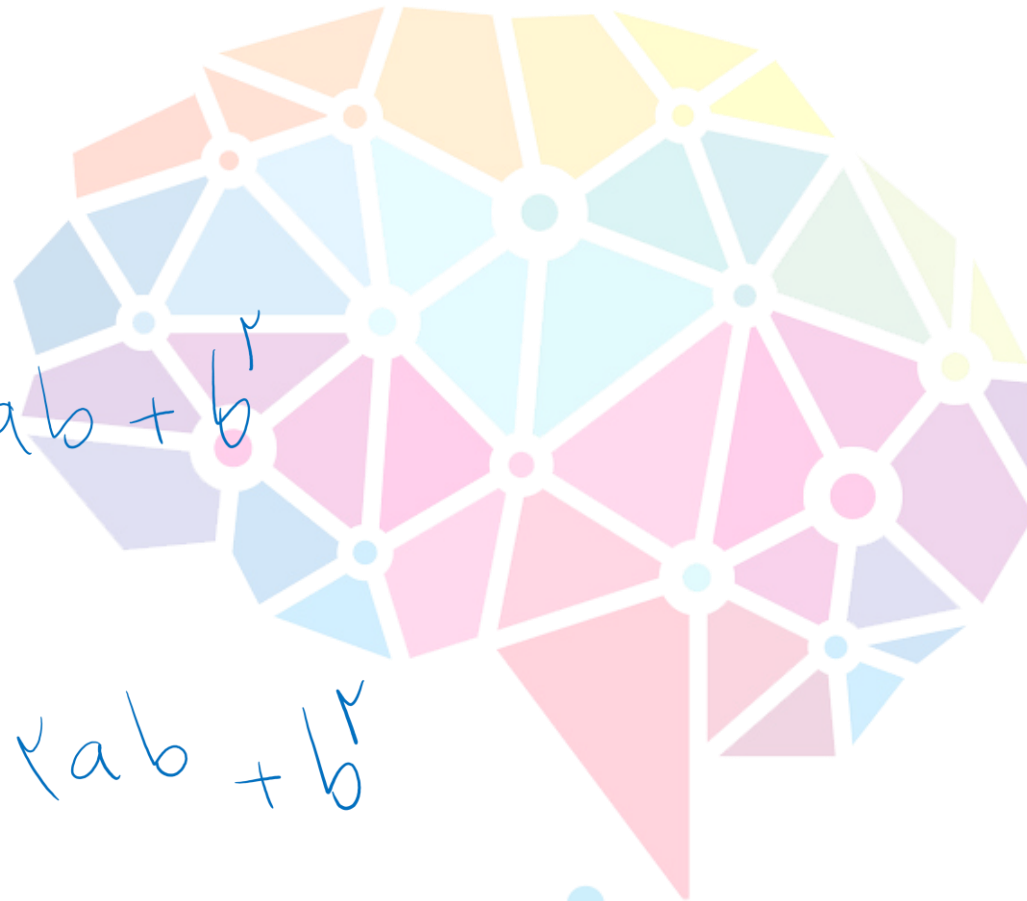


اتحادهای مهم اولیه

مربع دو جمله ای



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

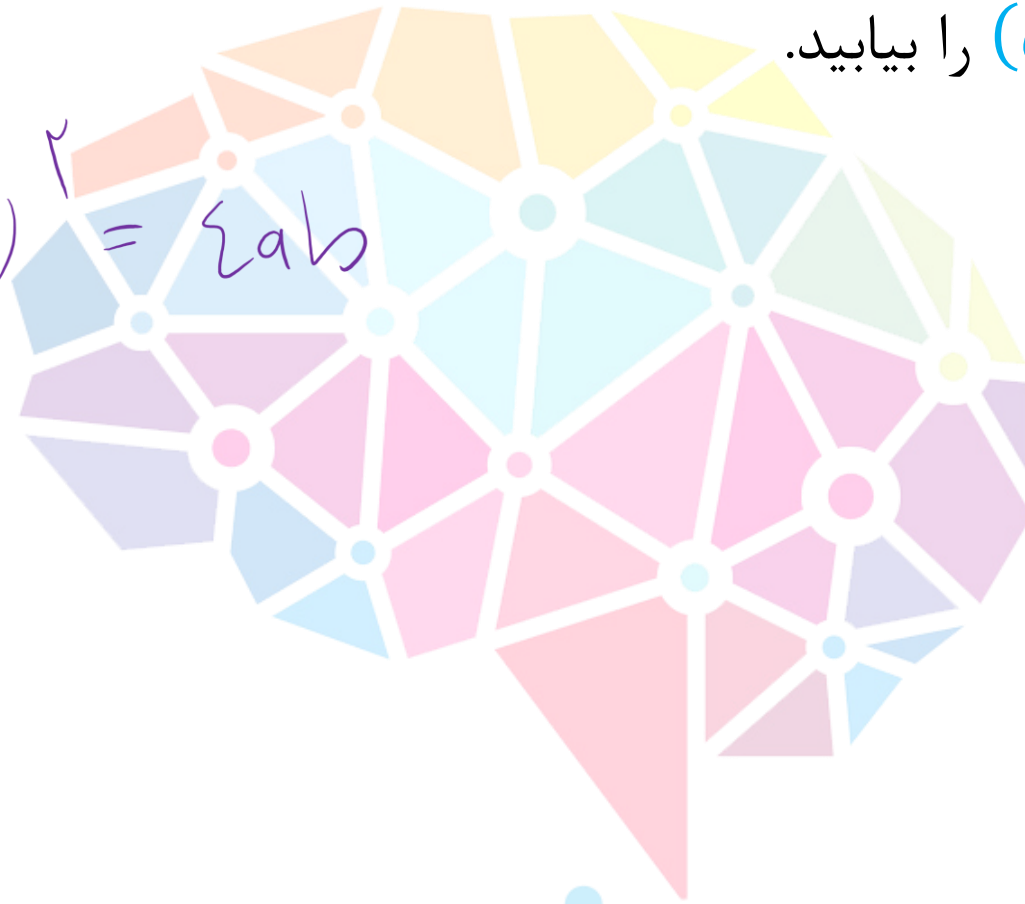
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

هوشلند



رابطه ی بین $(a + b)^2, (a - b)^2$ را بیابید.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$



هوشلند



مثال

به ازای چه مقداری از m عبارت $x^2 + m\sqrt{2}x + 2$ مربع کامل یک دو جمله ای گردد.

$$(x)^2 + m\sqrt{2}x + 2 = (x + \sqrt{2})^2$$

$$\downarrow$$

$$\underline{2\sqrt{2}x}$$

هوشلند



اگر $A = \sqrt{5} + \sqrt{8}$ و $B = \sqrt{6} + \sqrt{7}$ آن گاه A و B را با هم مقایسه کنید.

$$(A = \sqrt{5} + \sqrt{8})^2 \rightarrow A^2 = 5 + 8 + 2\sqrt{40} \rightarrow A^2 = 13 + 2\sqrt{40}$$

$$(B = \sqrt{4} + \sqrt{7})^2 \rightarrow B^2 = 4 + 7 + 2\sqrt{28} \rightarrow B^2 = 11 + 2\sqrt{28}$$

$$A^2 < B^2 \xrightarrow{0 < A, B} A < B$$

$$-2 < 2 \rightarrow 9 > 4$$



رادیکال مرکب $\sqrt{9 - \sqrt{56}}$ را ساده کنید .

$$\begin{aligned} \sqrt{9 - \sqrt{56}} &= \sqrt{9 - \sqrt{4 \times 2 \times 7}} = \sqrt{(2+2) - \sqrt{4 \times 2 \times 7}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{7}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{7})^2} = \sqrt{2} - \sqrt{7} \end{aligned}$$

هوشلند



اگر $a + b = 4$ و $ab = 1$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ را بیابید

$$x = \sqrt{a} - \sqrt{b} \rightarrow x^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

$$\rightarrow x^2 = \underbrace{a + b} - 2\sqrt{ab}$$

$$x^2 = 4 - 2\sqrt{1} \rightarrow x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

هوشلند



اگر $\frac{x^2+1}{x} = 5$ باشد، حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بیابید

$$\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} = 5 \rightarrow$$

$$\left(x + \frac{1}{x} = 5\right)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x \cdot \frac{1}{x} = 25$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 - 2 = 23$$

هوشلند



اگر $49^x + 49^{-x} = 7$ باشد، مقدار عددی $(7^x + 7^{-x})$ را بیابید

$$(v^n + v^{-n})^2$$

$$= (v^n)^2 + (v^{-n})^2 + 2 \times v^n \times v^{-n}$$

$$= (v^2)^n + (v^2)^{-n} + 2$$

$$= (49^x + 49^{-x}) + 2$$

$$= 7 + 2 = 9 \rightarrow v^n + v^{-n} = 7$$



اگر $x + \frac{1}{x-2} = -1$ باشد، آن گاه مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بیابید



هوشلند



کم ترین مقدار عبارت $k^2 + 10k + 32$ کدام است ؟

$$k^2 + 2 \times 5 \times k + 25 + 7$$

$$\underbrace{(k+5)^2}_{\geq 0} + 7$$

هوشلند



با فرض این که n عددی طبیعی باشد، مجموع رقم های عدد $(10^{4n^2+8} + 1)^2$ را بیابید.

$$(10^{4n^2+8} + 1)^2 = (10^{4n^2+8})^2 + 2 \times 10^{4n^2+8} + 1$$

$$= 10^{8n^2+16} + 2 \times 10^{4n^2+8} + 1$$

$2 \times 10 = 20$
 $2 \times 100 = 200$

10^{8n^2+16}
 $2000 \dots 00$
 $+ 2000 \dots 00$
 $+ 1$

10 20 1

$\rightarrow \Sigma$

هوشلند

عدد $m = 999 \dots 9$ از رقم ۹ تشکیل شده است. مجموع ارقام m^2 را بیابید.

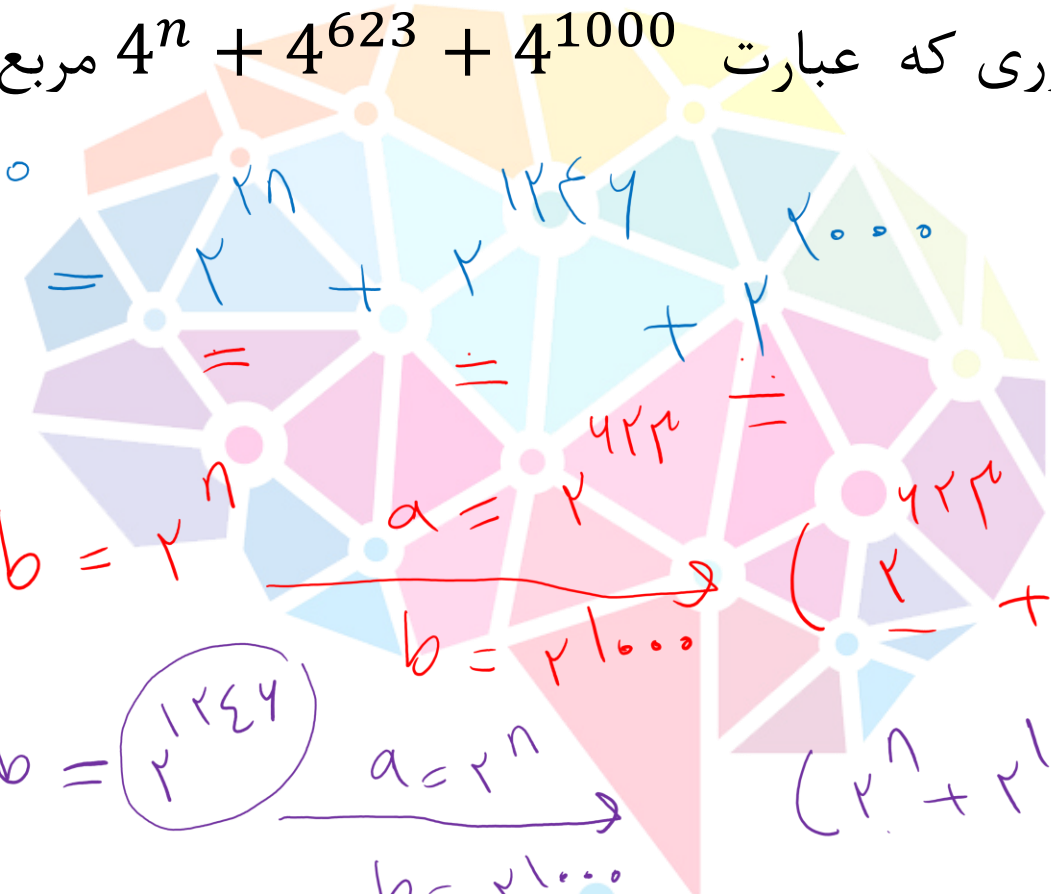


هوشلند



کوچک ترین عدد طبیعی n به طوری که عبارت $4^n + 4^{623} + 4^{1000}$ مربع کامل باشد برابر است با:

$$4^n + 4^{623} + 4^{1000}$$



2^{ab}

$$2^{ab} = 2^n$$

$$a = 2^{623}$$

$$b = 2^{1000}$$

$$(2^n + 2^{1000})^2 \rightarrow 2^{1428} = 2^n \rightarrow n = 1428$$

$$2^{ab} = 2^{1428} \rightarrow a = 2^n$$

$$b = 2^{1000}$$

$$2 \times 2^n \times 2^{1000} = 2^{1428} \rightarrow n + 1001 = 1428 \rightarrow n = 427$$

$$2^{n+1001} = 2^{1428} \rightarrow n = 427$$

دکتر مرتضی طاهری

$\sqrt{ab} = \sqrt{\dots}$
 $a = r^n$
 $b = r^4 r^2$
 $(r^n + r^2 r^2)^2$
 $\sqrt{\dots}$
 $n + 4 r^2$
 $n = \sqrt{r^2} \sqrt{4}$



مربع سه جمله ای

$$(a + b + c)^2 =$$

$$= (a + b + c)(a + b + c)$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + (ab + bc + ac)$$

هوشلند



اگر $a + b + c = 8$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 30$ باشد، حاصل عبارت $ab + ac + bc$ چه قدر است؟

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) = 4 \Sigma$$

$$30 + 2(ab + ac + bc) = 4 \Sigma$$

$$2(ab + ac + bc) = 4 \Sigma \rightarrow ab + ac + bc = 17$$



مثال

اگر $x + y + z = 1$ و $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ باشد، حاصل $x^2 + y^2 + z^2$ برابر است با:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0 \rightarrow \frac{yz + xz + xy}{xyz} = 0$$

کمتر از این معرّم صورت معرّم ← $yz + xz + xy = 0$

$$x + y + z = 1 \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = 1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

