

② در هر مثلث قائم‌الزاویه ($\hat{A} = 90^\circ$) مانند شکل روبه‌رو، روابط زیر برقرار است:

$$AH^2 = BH \times HC \quad \text{ب)}$$

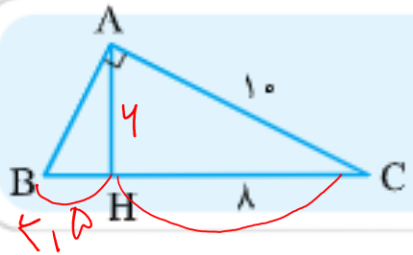
$$AC^2 = CH \times BC \quad \text{ت)}$$

$$AH \times BC = AB \times AC \quad \text{الف)}$$

$$AB^2 = BH \times BC \quad \text{پ)}$$



تست: مساحت مثلث ABC در شکل روبه‌رو برابر با چه عددی است؟



۴۰ (۴)

۳۷/۵ (۳)

۳۵ (۲)

۳۳/۵ (۱)

$$AH^2 = HB \times HC$$

$$AH = 4$$

$$4^2 = HB \times 10 \rightarrow \frac{16}{10} = HB \rightarrow 1.6 = HB$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 10 \times 4 = 2 \times 10 = 20$$

هوشلند

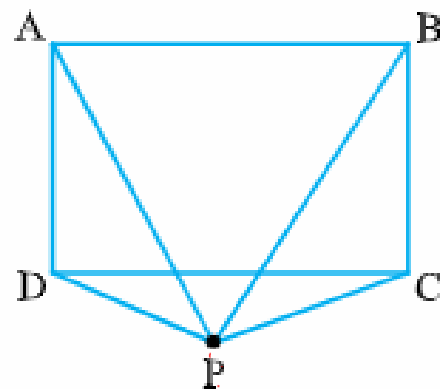
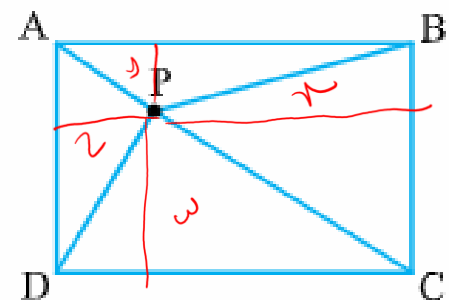
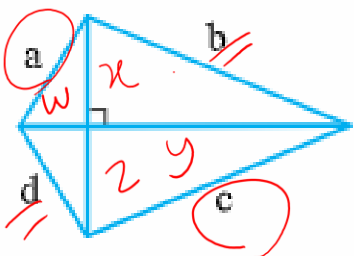


برخی از روابط مربوط به مربعات اضلاع

① در هر چهارضلعی که دو قطر آن بر هم عمود باشد، رابطه زیر برقرار است.

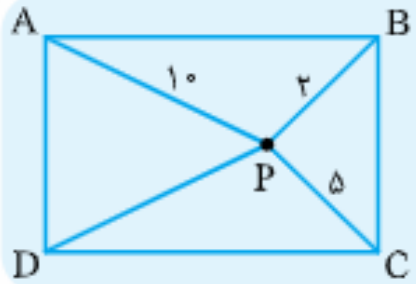
$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$$

② اگر نقطه‌ای مانند P را درون یا بیرون مستطیل در نظر بگیریم و از P به چهار رأس مستطیل وصل کنیم، داریم:



$$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$$





تست: فاصله نقطه P واقع در مستطیل ABCD از رأس A، B و C به ترتیب ۱، ۲ و ۵ است. فاصله نقطه P از D

چه قدر است؟

$4\sqrt{5}$ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

$5\sqrt{5}$ (۱)



$$AP^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$$

$$1^2 + 5^2 = 2^2 + PD^2$$

$$1 + 25 = 4 + PD^2$$

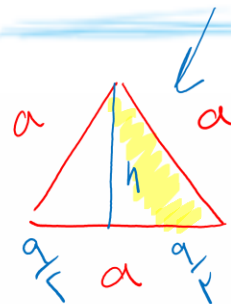


هوشلند

$$11 = PD$$



$$\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$



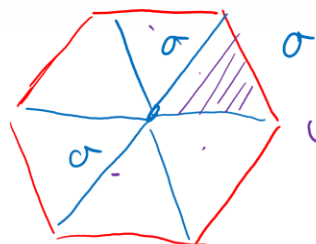
$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 \rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \rightarrow h^2 = \frac{3}{4} a^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

ب) مساحت مثلث برابر با $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ است.

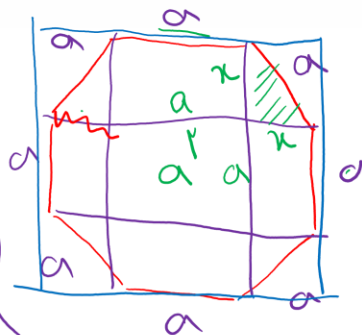
$$S = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

ب) مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع 'a' برابر با $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ است.



$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$a^2 + a^2 + \frac{6}{\sqrt{3}} a^2 = 2a^2(1 + \sqrt{3})$$



$$x^2 + x^2 = a^2 \rightarrow 2x^2 = a^2$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} a$$

$$6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} a \times \frac{1}{\sqrt{2}} a = 3 \times \frac{1}{2} a^2 = \frac{3}{2} a^2$$

مرتضی طاهری

مساحت بعضی از n ضلعی‌های منتظم

① در هر مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع 'a':

الف) اندازه ارتفاع مثلث برابر با $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ است.

② در هر شش ضلعی منتظم به ضلع 'a':

الف) اندازه قطر بزرگ برابر با $2a$ است.

③ مساحت هر هشت ضلعی منتظم به ضلع 'a' برابر با $2a^2(1 + \sqrt{2})$ است.



تست: مساحت قسمت رنگی در شش ضلعی منتظم زیر برابر با چه عددی است؟

۲۷√۳ (۲)

۵۱√۳ (۴)

۹√۳ (۱)

۴۵√۳ (۳)

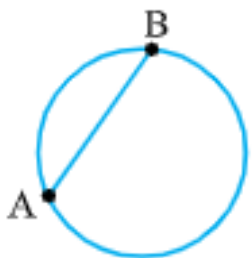
$$۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۴} (۴)^۲ = ۴۵\sqrt{۳}$$



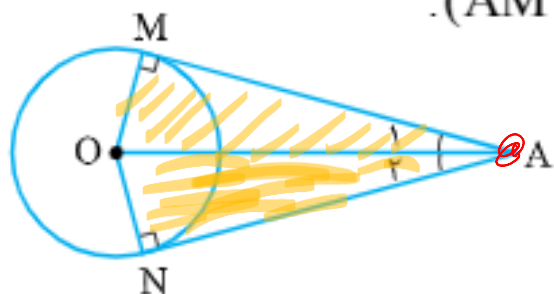
فیثاغورس در دایره

در برخی از سؤالات مربوط به این فصل از مفاهیم مربوط به دایره یا روابط موجود در آن استفاده شده است که به بعضی از آن‌ها اشاره می‌کنیم.

① منظور از وتر در دایره، خطی است که دو نقطه روی محیط دایره را به هم وصل می‌کند، مانند AB در شکل مقابل:



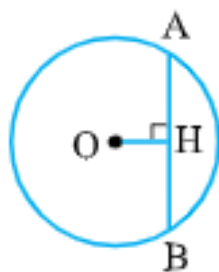
② از هر نقطه خارج دایره می‌توان دو مماس بر دایره رسم کرد که اندازه این دو مماس با هم برابر است ($AM = AN$).



همچنین شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، یعنی: $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$ ، علاوه بر آن خطی که

نقطه A را به مرکز دایره وصل می‌کند نیم ساز زاویه A است ($\hat{A}_1 = \hat{A}_2$).

③ اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را نصف می‌کند.



$$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB$$

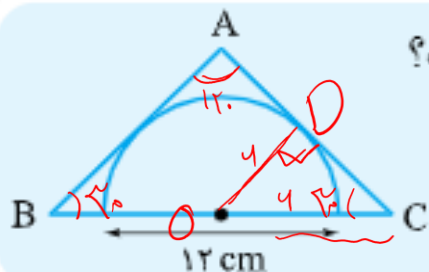
اندازه اضلاع روبه‌رو به زوایای 30° ، 60° و 45°

در هر مثلث قائم‌الزاویه:

الف) ضلع مقابل به زاویه 30° درجه، نصف وتر است.**ب)** ضلع مقابل به زاویه 60° درجه، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.**پ)** ضلع مقابل به زاویه 45° درجه، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وتر است.

هوشلند





تست: در شکل مقابل AB و AC بر نیم‌دایره مماس هستند. اگر $AB = AC$ و $\hat{A} = 120^\circ$ باشد، اندازه BC کدام است؟

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

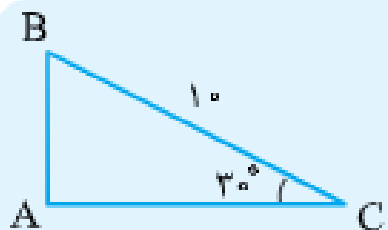
$$OCD : OC = 2 \times 4 = 12$$

$$BC = 2 \times OC = 2 \times 12 = 24$$



هوشلند





$$\frac{25}{3} \quad (4)$$

$$\frac{25}{2} \sqrt{3} \quad (3)$$

$$25 \quad (2)$$

$$25\sqrt{3} \quad (1)$$

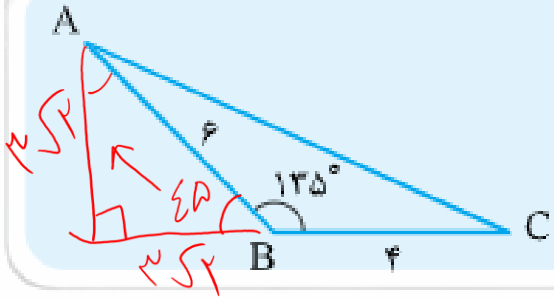
تست: در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC برابر با چه عددی است؟



هوشلند



تست: در شکل مقابل، مساحت مثلث برابر با چه عددی است؟



$$4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$6\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2}$$

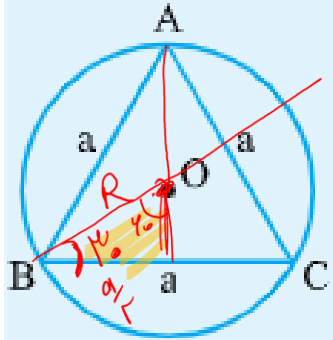
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$



هوشلند



تست: در شکل زیر، اگر مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a باشد، مساحت دایره برحسب a کدام است؟



$$\frac{\pi a^2}{2} \quad (A)$$

$$\frac{\pi a^2}{4} \quad (B)$$

$$\pi a^2 \quad (C)$$

$$\frac{\pi a^2}{3} \quad (D)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} R = \frac{a}{2} \rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\pi R^2 = \pi \left(\frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{\pi a^2}{3}$$

هوشلند