



استاد وحید اسدی کیا



تهرانشمارت

موسسه تخصصی آموزش زبان



فصل اول : مجموعه ها و احتمال

فصل دوم : اعداد حقیقی

فصل سوم : هندسه

فصل چهارم : توان و ریشه

فصل پنجم : جبر

فصل ششم : معادله خط

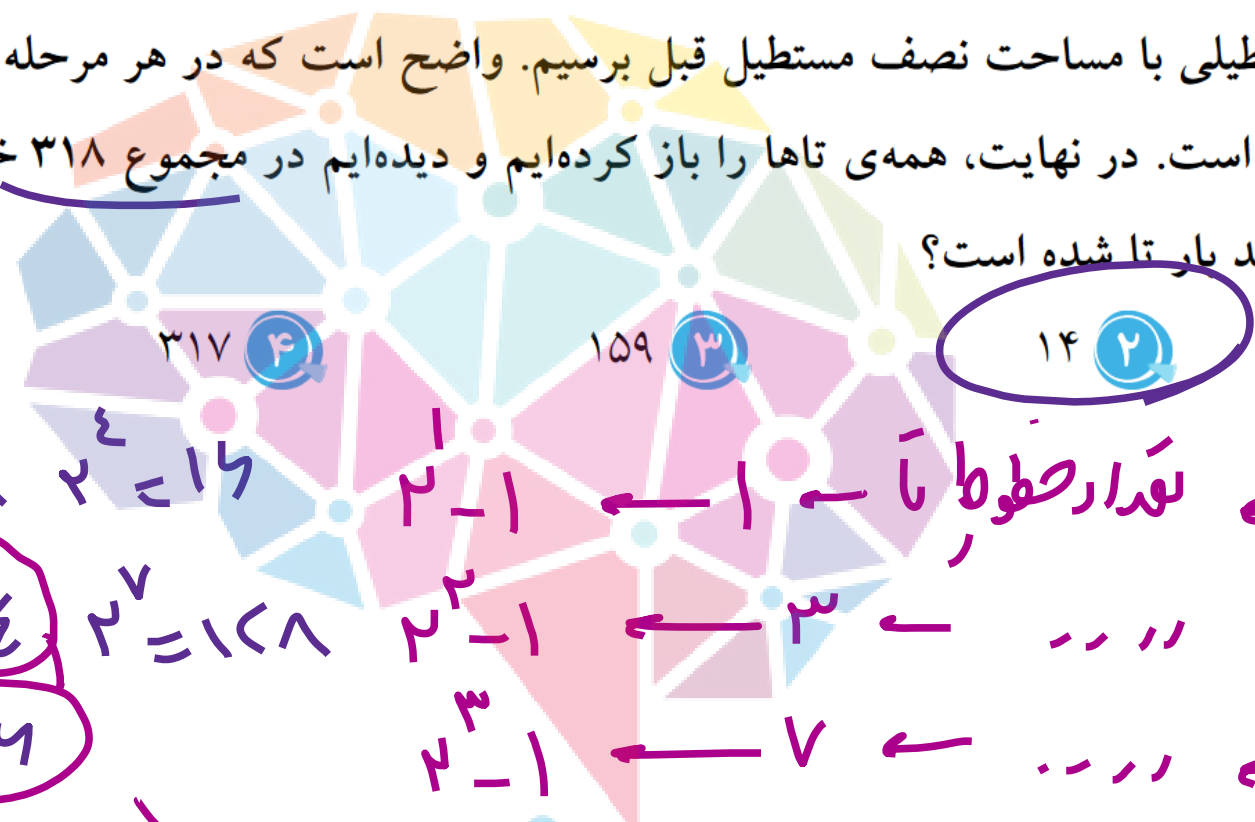
فصل هفتم : عبارات های صریح گویا $\frac{a}{b}$

فصل هشتم : حجم

لغزین از ۲۰۲ تا ۲۰۴ شماره‌ها زوج

۲۸۰ ✉ کاغذی مستطیل شکل را چندین بار تا کرده‌ایم. در هر مرحله، تا بر روی خطی موازی دو ضلع و در وسط آن‌ها زده شده است تا به مستطیلی با مساحت نصف مستطیل قبل برسیم. واضح است که در هر مرحله این کار به دو روش (افقی و عمودی) امکان‌پذیر است. در نهایت، همه‌ی تاها را باز کرده‌ایم و دیده‌ایم در مجموع ۳۱۸ خط تایی افقی و عمودی تولید شده است. کاغذ چند بار تا شده است؟

(المپیاد ریاضی)



$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^4 = 64$$

$$2^7 = 128$$

$$2^6 = 64$$

۱ بار ← تعداد خطوط تا
۲ بار ← ...
۳ بار ← ...
۷ بار ← ...

$$2^n + 2^m - 2 = 318$$

$$2^4 + 2^7 - 2 = 318 \Rightarrow 16 + 128 = 144$$





استاد وحید اسدی‌کیا



فرجه‌ها در اعداد هلی بر گزارا تعریف شده اند
بخش دوم: جذر و ریشه گیری و فرجه

نکته: هرگاه فرجه در باله می توانیم آن را ریشه نیز بنویسیم مثل:

مفهوم و ریشه گیری:

فرجه ۳ عدد ۸ می شود ۲
یا ریشه ی سوم عدد ۸ می شود ۲

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[2]{8} = 2.828$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$-2x - 2x - 2 = -8$$

رادها ۱۶
جذر عدد ۱۶
ریشه ی دوم مثبت عدد ۱۶

$$\sqrt{16} = \sqrt{16} = +4$$

ریشه های دوم عدد ۱۶:

$$+\sqrt{16} = +4$$

$$-\sqrt{16} = -4$$



نکته: اعداد منفي فرجه‌ی زوج قبول نمی‌کند (در اعداد حقیقی) $\sqrt{-1}$ نونولزده

$$\sqrt[3]{-16} = \text{نونولزده}$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

فرجه‌های فرد،
کدیرت دارند.

$$\sqrt[3]{44} = 4 \text{ ست}$$


$$+ \sqrt[3]{81} = +3$$

$$- \sqrt[3]{81} = -3$$

ریشه‌های سوم عدد 44 → این جمله نادرست است

ریشه‌های چهارم عدد 81 چند است؟



۲۹۲. مجموع ریشه‌های صدم عدد ۲ برابر است با: 

① $\sqrt[10]{2}$

② $\sqrt[21]{2}$

③ $\sqrt[50]{2}$

④ صفر

ریشه‌های صدم عدد ۲



مفوشلند



$$\sqrt[n]{a^m}$$

$$= a^{\frac{m}{n}}$$

توان ← m
و ← n

نکته: $\sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}}$

توان کسری برای پایه ی

نکته: اگر م صغیر باشد، توان باید کسری باشد.

$$\sqrt[3]{\frac{(-1)^3}{-1}} =$$

$$= \frac{(-1)^{\frac{3}{3}}}{(-1)^{\frac{1}{3}}} = (-1)^{\frac{4}{3}}$$

$$= \sqrt[3]{(-1)^4} = \sqrt[3]{+1} = +1$$

توان کسری

مفهوم شنند

توان کسری



۲۹۳. حاصل کدام یک از اعداد زیر، تعریف نشده است؟



تولّد ۴

$$0^{-\frac{1}{2}}$$

۳

$$(-625)^{\frac{1}{2}}$$

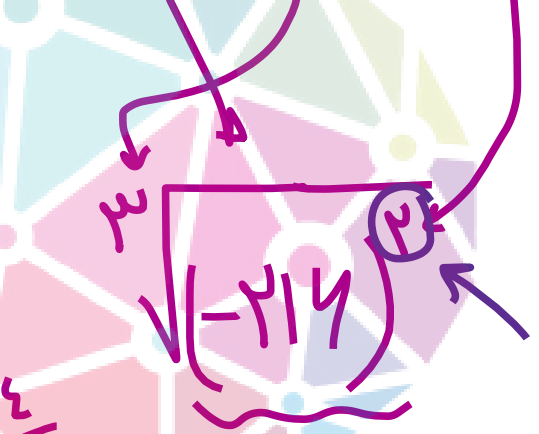
۲

$$(-216)^{\frac{2}{3}}$$

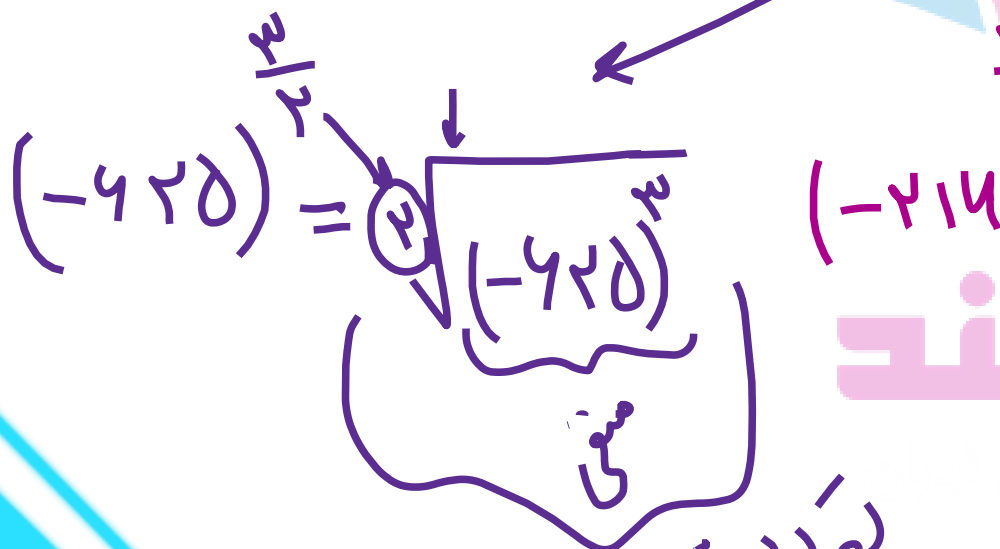
۱

$$16^{-\frac{1}{2}}$$

تولّد



$$(16^{-\frac{1}{2}})^{-1} = (\sqrt[2]{16})^{-1}$$



۴

$$(-214)^{\frac{4}{6}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$$

منفی

$$(-214)$$

۴

$$\sqrt[6]{(-214)^4}$$



تولّد

$$a^{\frac{0}{n}} = \frac{a^0}{a^n} = a^{-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$$



(مسابقات جهانی ریاضی)

۲۹۸. مقدار عبارت $\sqrt{1+2000} \sqrt{1+2001} \sqrt{1+2002} \sqrt{1+2003} \times 2005$ برابر است با:

- ۲۰۰۴ (۵)
- ۲۰۰۳ (۴)
- ۲۰۰۲ (۳)
- ۲۰۰۱ (۲)
- ۲۰۰۰ (۱)

$$\sqrt{1+2000} \cdot \sqrt{1+(2002-1)(2002+1)}$$

$$\sqrt{1+(2001-1)(2001+1)} = 2001$$

$$(2004-1) \times (2004+1)$$

$$\sqrt{1+2004^2-1^2}$$

$$\sqrt{1+(2003-1)(2003+1)}$$

مفوشلند

ایجاد مزدوج : $\Rightarrow (a-b)(a+b) = \underline{a^2} - \underline{b^2}$

$$\begin{aligned} (-1)^2 &= +1 \\ -1^2 &= -1 \end{aligned}$$



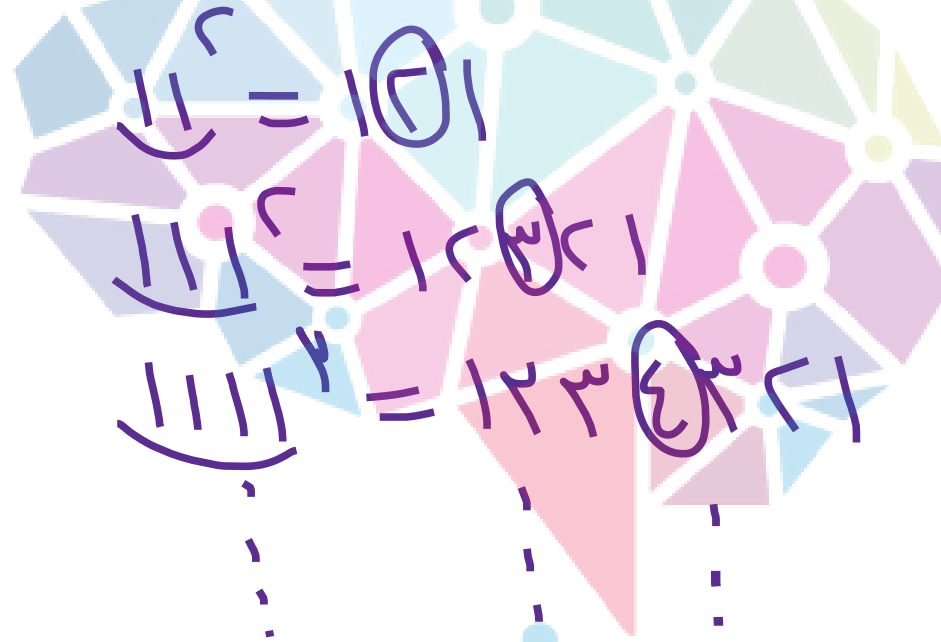
۲۹۹. جذر عدد ۱۲۳۴۵۴۳۲۱ برابر است با:

۱۲۳۴۵ (۱)

۱۱۱۱ (۲)

۱۱۱۱۱ (۳)

۵۴۳۲۱ (۴)

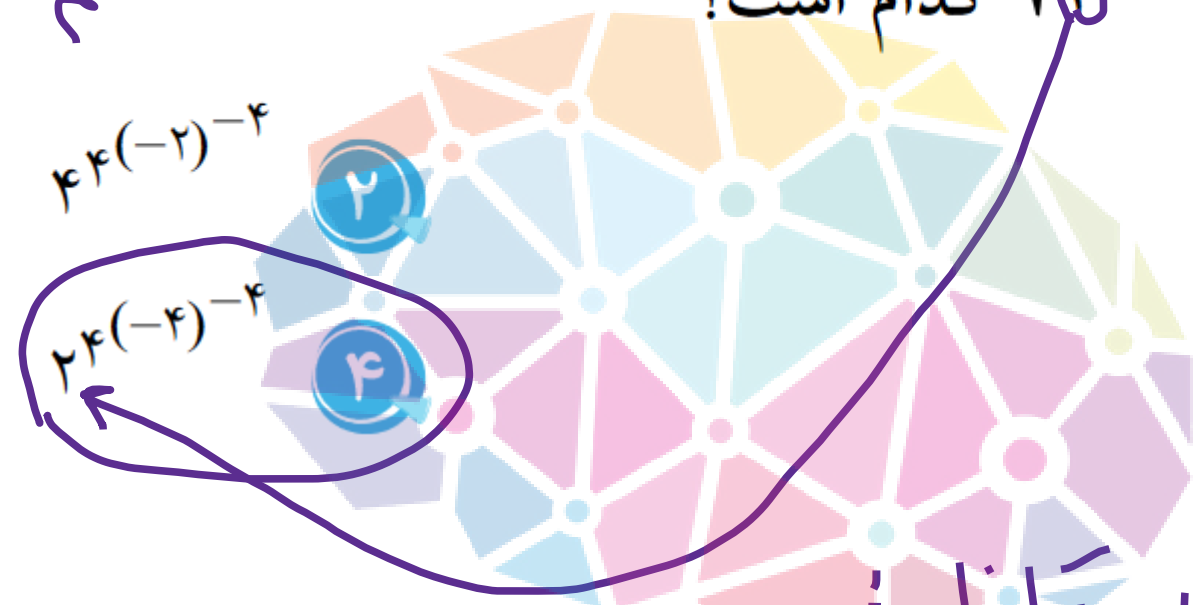


مفوششوند



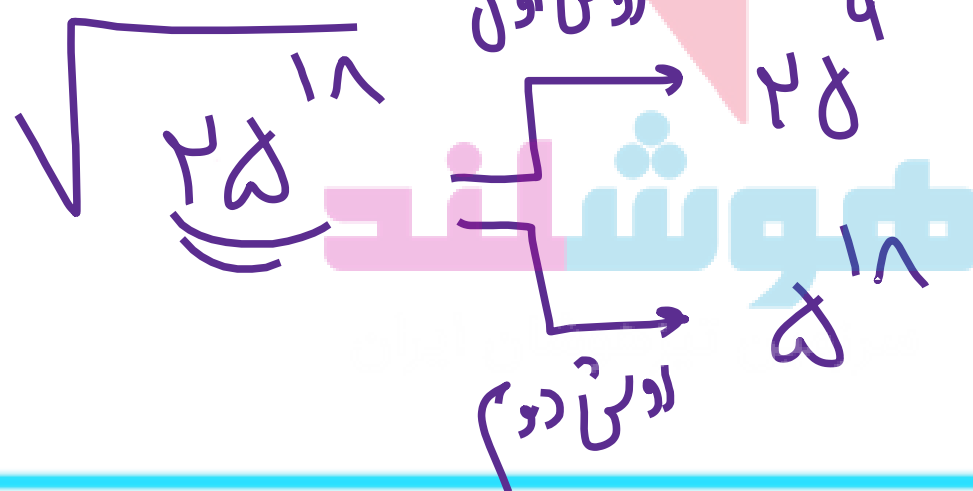
نکته: توان منفی همیشه پایه را منفی نمی‌کند.

۳۰۰. حاصل $\sqrt{4^4(-4)^{-4}}$ کدام است؟



- ۱
- ۲
- ۳

نکته: جذر از عدد تواندار:



۳۰۸. جذر یک عدد ۱۷ رقمی، چند رقمی است؟

با ما این تریپل = $\sqrt[3]{-۶}$

رقمی ۴ (۴)

رقمی ۱۰ (۳)

رقمی ۹ (۲)

رقمی ۵ (۱)

سررہی

$$\sqrt{1.0} = 1.0$$

$\div 2 + 1$

۲ رقمی

سررہی

$$\sqrt{1.00} = 1.00$$

$\div 2 + 1$

۳ رقمی

۷ رقمی

$$\sqrt{1.000000} = 1.000000$$

$\div 2 + 1$

۴ رقمی

$$17 + 1 \div 2 =$$

۹ رقمی

مہوشنند



$$a \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \times b}$$

نکته:

$$2 \sqrt[5]{3} = \sqrt[5]{2^5 \times 3}$$

نکته مهم: علامت ها واحد بگذرند در تغییر، علامت دو طرف باید یک باشد

$$\sqrt[3]{(-2)^4} \neq \sqrt[3]{(-2) \times 3}$$

منفی

مثبت

$$\sqrt[3]{(-2)^4} = - \sqrt[3]{2^4 \times 3}$$



کوچہ: اگر زوج فرد باشد، علامت منفی می تواند زیر رادیکال وارد شود

و اما می تواند بیرون رادیکال بماند

$$\sqrt{5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2}$$
$$\sqrt{5 \times 2} \times \sqrt{5 \times 2} \times \sqrt{5 \times 2}$$
$$= \sqrt{10} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10}$$



مقایسه‌ی اعدادِ رادیکالی

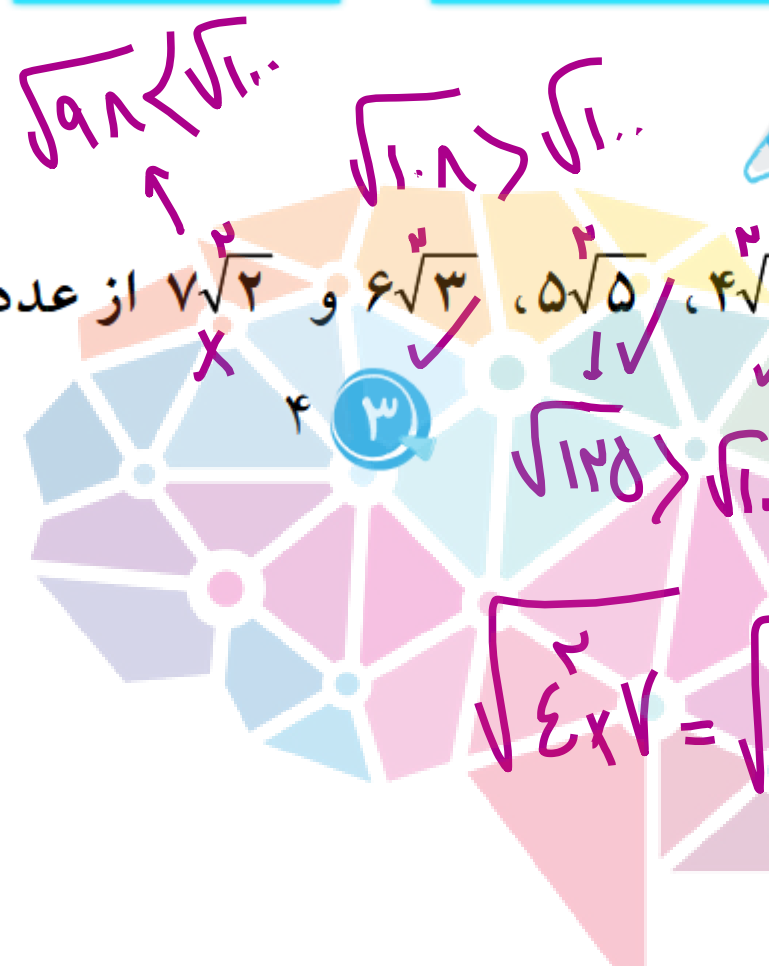
۳۰۹. چند تا از اعداد $3\sqrt{11}$ ، $4\sqrt{7}$ ، $5\sqrt{5}$ ، $6\sqrt{3}$ و $7\sqrt{2}$ از عدد 10 بزرگ‌ترند؟

۴

۳

۲

۱



$$\sqrt{3 \times 11} = \sqrt{33} < \sqrt{100} < \sqrt{110} < \sqrt{121} < \sqrt{144} < \sqrt{169} < \sqrt{196} < \sqrt{225} < \sqrt{256} < \sqrt{289} < \sqrt{324} < \sqrt{361} < \sqrt{400} < \sqrt{441} < \sqrt{484} < \sqrt{529} < \sqrt{576} < \sqrt{625} < \sqrt{676} < \sqrt{729} < \sqrt{784} < \sqrt{841} < \sqrt{900} < \sqrt{961} < \sqrt{1024} < \sqrt{1089} < \sqrt{1156} < \sqrt{1225} < \sqrt{1296} < \sqrt{1369} < \sqrt{1444} < \sqrt{1521} < \sqrt{1600} < \sqrt{1681} < \sqrt{1764} < \sqrt{1849} < \sqrt{1936} < \sqrt{2025} < \sqrt{2116} < \sqrt{2209} < \sqrt{2304} < \sqrt{2401} < \sqrt{2500} < \sqrt{2601} < \sqrt{2704} < \sqrt{2809} < \sqrt{2916} < \sqrt{3025} < \sqrt{3136} < \sqrt{3249} < \sqrt{3364} < \sqrt{3481} < \sqrt{3600} < \sqrt{3721} < \sqrt{3844} < \sqrt{3969} < \sqrt{4096} < \sqrt{4225} < \sqrt{4356} < \sqrt{4489} < \sqrt{4624} < \sqrt{4761} < \sqrt{4900} < \sqrt{5041} < \sqrt{5184} < \sqrt{5329} < \sqrt{5476} < \sqrt{5625} < \sqrt{5776} < \sqrt{5929} < \sqrt{6084} < \sqrt{6241} < \sqrt{6400} < \sqrt{6561} < \sqrt{6724} < \sqrt{6889} < \sqrt{7056} < \sqrt{7225} < \sqrt{7396} < \sqrt{7569} < \sqrt{7744} < \sqrt{7921} < \sqrt{8100} < \sqrt{8281} < \sqrt{8464} < \sqrt{8649} < \sqrt{8836} < \sqrt{9025} < \sqrt{9216} < \sqrt{9409} < \sqrt{9604} < \sqrt{9801} < \sqrt{10000}$$

مفوشانند



$$1 < 44 < \underline{81} < 125 < 729$$

۳۱۰. اگر اعداد $\sqrt[3]{9}$ ، $\sqrt{5}$ ، ۱، ۲ و ۳ مرتب شوند (از کوچک به بزرگ)، عدد وسطی کدام است؟

۳ (۵)

۲ (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt[3]{9}$ (۱) عدد وسطی

نکته: برای مقایسه اعداد رادیکالی، با در نظر گرفتن علامت‌ها و بزرگی یا کوچک بودن از عدد، می‌توانید هم‌راهِ توان برسازید.
 فرجه مشترک، عدد ۶ است: هم‌راهِ توان ۶ می‌رسانیم و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 6 \\ \sqrt[6]{729} \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \sqrt[6]{44} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \sqrt[6]{81} \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \sqrt[6]{125} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \sqrt[6]{9} \\ \hline 2 \end{array} = 9^2 = 81$$





$$0.25 = \frac{1}{4}$$

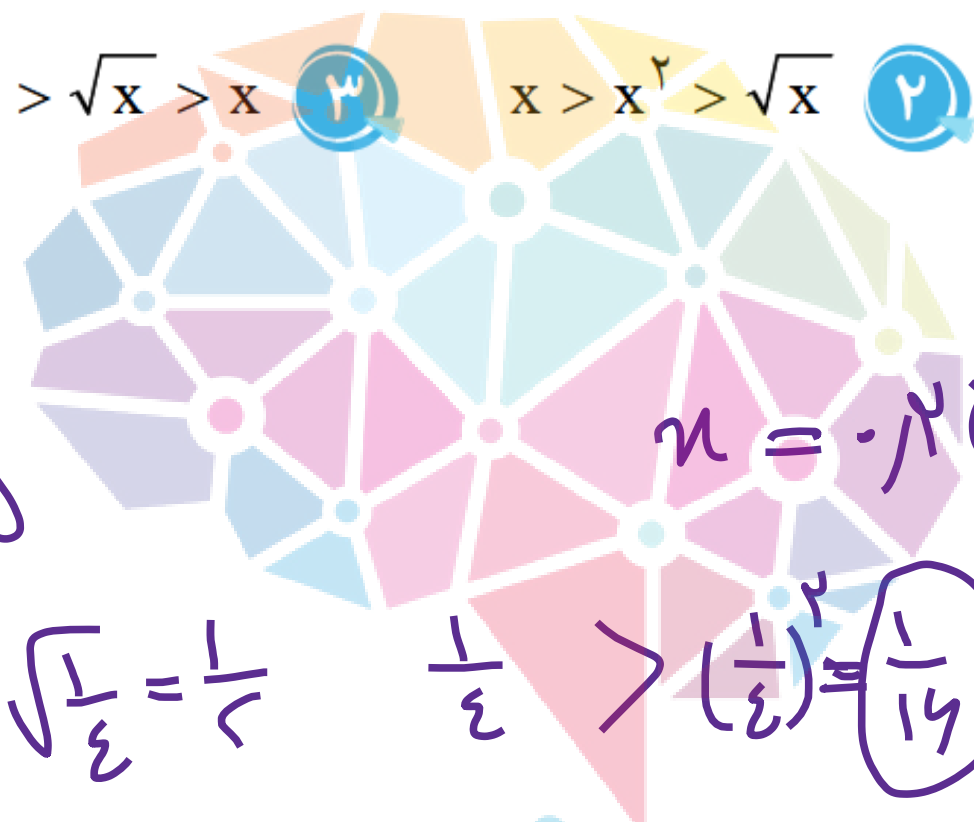
۳۱۱. اگر $0 < x < 1$ باشد، آن گاه:

$$\sqrt{x} > x > x^2 \quad \text{④}$$

$$x^2 > \sqrt{x} > x \quad \text{③}$$

$$x > x^2 > \sqrt{x} \quad \text{②}$$

$$x^2 > x > \sqrt{x} \quad \text{①}$$



$$\sqrt{0.25} > 0.25 > 0.25^2$$

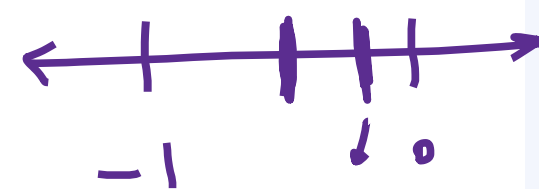
$$0.5 > 0.25 > 0.0625$$

$$x = 0.25 = \frac{1}{4}$$

$$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} > \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$\sqrt[3]{0.0625}$$



$$\sqrt[3]{-0.0625} = -0.398 \approx -0.4$$



۳۱۴. کدام عدد از بقیه کوچکتر است؟

$\frac{\sqrt{5}}{6}$ (۴) ✗

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 36 \end{array}$$

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{9} \times 4 = \frac{4}{36}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{2}{16}$

$\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۱)

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 25 \end{array}$$

مفروضه‌ها



۳۱۵. کدام عدد کوچکتر از بقیه است؟

۱. $(\sqrt[3]{2})$

۲. $(\sqrt[3]{3})$

۳. $(\sqrt[3]{10})$

۴. $(\sqrt[3]{15})$

فرجه سرتی

$3 = [10, 10, 5, 5, 3]$

از سوال ۲۶۱ تا ۲۶۱

شماره ها از

