



استاد وحید اسدی کیا



هوشلند

مرکز آموزش تیزهوشان ایران

فصل اول: مجموعه ها و احتمال

فصل دوم: اعداد حقیقی

فصل سوم: هندسه

فصل چهارم: توان و ریشه

فصل پنجم: جبر

فصل ششم: معادله خطا

فصل هفتم: عبارات های جبری گویا $\frac{a}{b}$

فصل هشتم: حجم

$\sin A = \sin 90^\circ = 1$ $\cos 90^\circ = 0$ $\tan 90^\circ = \infty$ $\cot 90^\circ = 0$

نکته: نسبت های مثلثاتی:



$\sin \hat{B} = \frac{\text{ضلع مقابل B}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$

$\cos \hat{B} = \frac{\text{ضلع مجاور B}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$

$\cos \hat{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$

$\tan \hat{B} = \frac{\text{ضلع مقابل B}}{\text{ضلع مجاور B}} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$

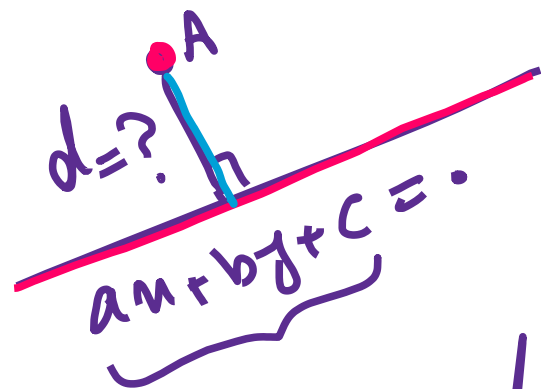
$\cot \hat{B} = \frac{\text{ضلع مجاور B}}{\text{ضلع مقابل B}} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{3}$

بهرین: از ۱۳۴ تا ۱۶۸
 نمره ها را از ۱





نکته: برای بدست آوردن فاصله‌ی یک نقطه مانند $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ از یک خط به معادله



از رابطه‌ی استقامتی بهین: $ax + by + c = 0$

$$d = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مغوشلند
سرزمین تیزهوشان ایران



مثال فاصله ی نقطه $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ از خط $-3x + 4y = 5$ چقدر است؟

$$d = \frac{|-3x + 4y - 5|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{|-3x + 4y - 5|}{5}$$

$$d = \frac{14}{5} = \frac{28}{10} = 2,8$$

جواب



نکته: فاصله مبدأ مختصات از هر خطی مانند $ax+by+c=0$

برابر است با:

$$d = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

مثال: فاصله مبدأ از خط $4x-1y=5$ چقدر است؟

$$4x-1y=5 \Rightarrow 4x-1y-5=0$$

$$d = \frac{|-5|}{\sqrt{4^2+(-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{16+1}} = \frac{5}{\sqrt{17}} = \frac{5}{\sqrt{17}}$$



$$3x - y = 0$$

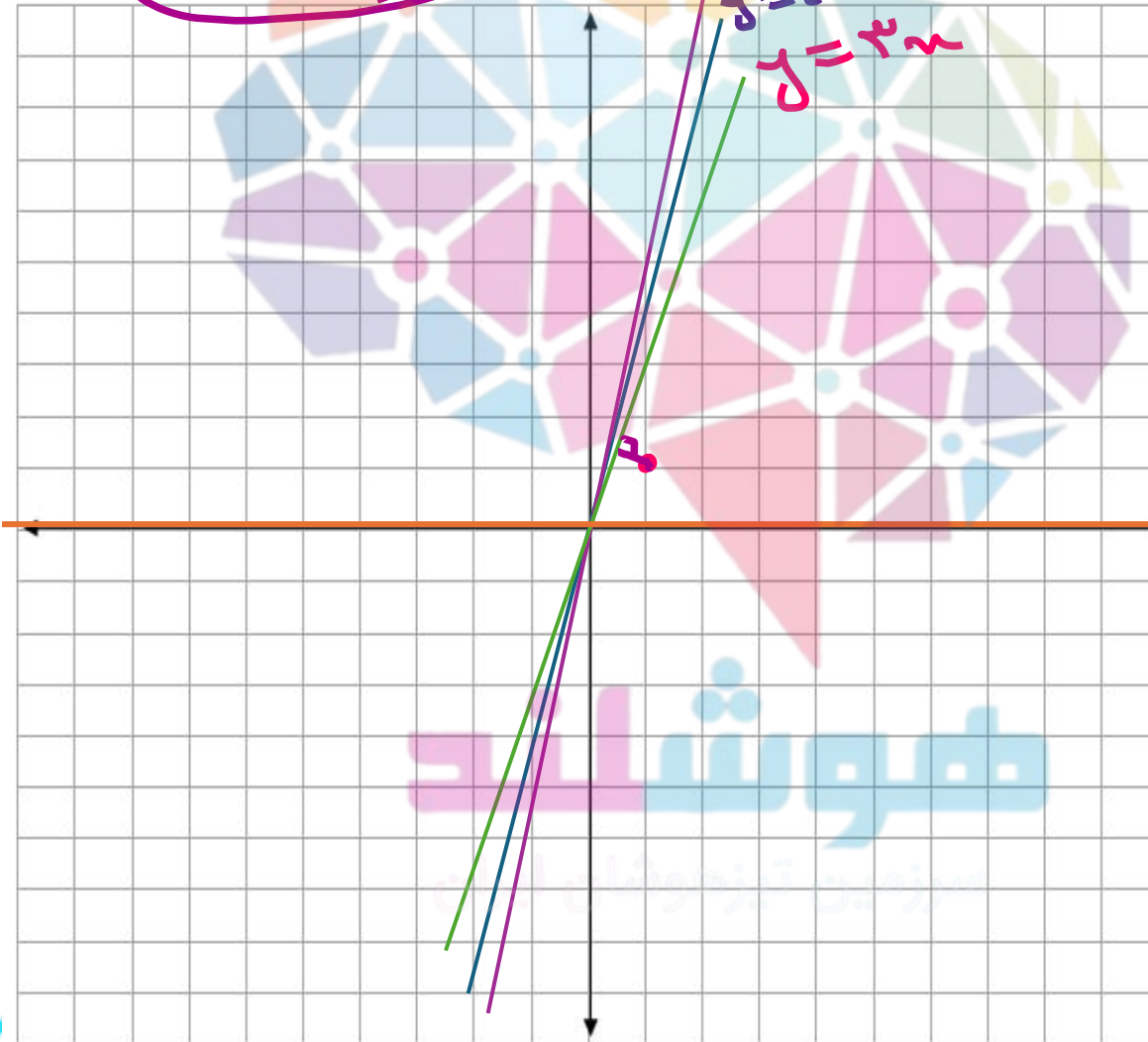
۱۷۲. نقطه‌ی $M(1,1)$ به کدام یک از خطوط زیر نزدیک‌تر است؟

۴ $y = 0$

۳ $y = 3x$

۲ $y = 5x$

۱ $y = 4x$



$$d = \frac{|3x - y|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{2 \times \sqrt{10}}{\sqrt{10} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$y = 0$



۱۷۷. کدام خط زیر، «کمترین فاصله» را از مبدأ مختصات دارد؟ ✉

۱) $|x + |y - 2|| = 0$
۲) $|x + |y - \sqrt{2}|| = 0$
۳) $|x + |y + \sqrt{2}|| = 0$
۴) $|x + |y + 1|| = 0$

$d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$\frac{|c|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{|c|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{|c|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{|c|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

مغوشلند
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



۱۷۸. یک ضلع مربعی بر خط $y = x + 2$ واقع است و $A(3, -1)$ یک رأس آن است. قطر مربع کدام است؟

۴

$2\sqrt{2}$

۶

$3\sqrt{2}$

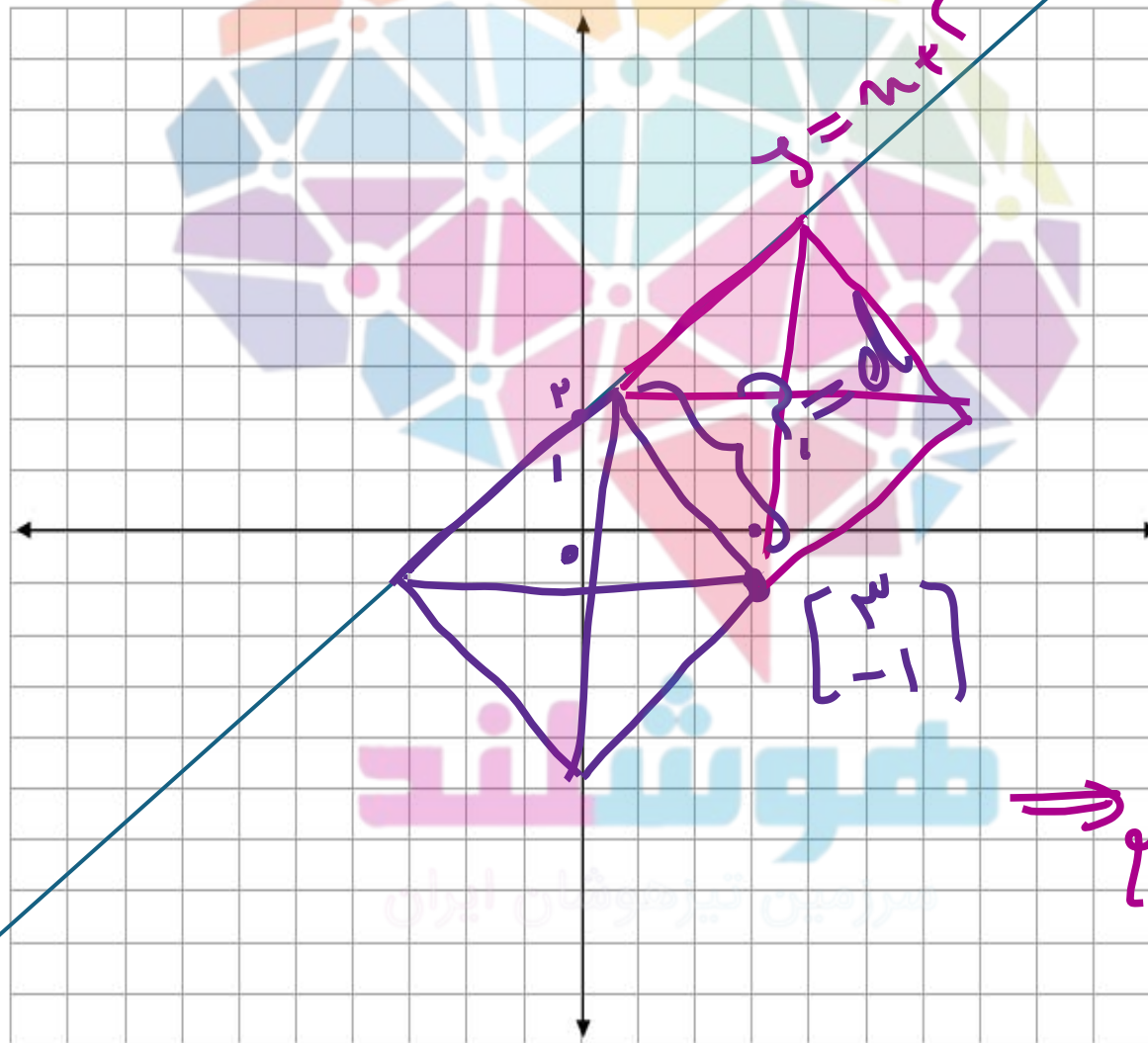
$$d = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\frac{\text{فاصله نقطه تا خط}}{\text{فاصله دو خط موازی}} = \text{فاصله}$$

$$\frac{18}{\sqrt{2}} = \text{فاصله}$$

$$\frac{18}{\sqrt{2}} = \text{فاصله}$$

$$\frac{18}{\sqrt{2}} = \text{فاصله}$$



$$x - y + 2 = 0$$

$$|x - y + 2| = |3 - (-1) + 2|$$

$$\frac{|3 - (-1) + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$



$$y = ax + b$$

نوشتن معادله‌ی خط با داشتن شیب و نقطه‌ای از آن

۱۸۳. معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی $A(2, 3)$ و $B(3, 4)$ می‌گذرد، کدام است؟

$$y = x + 1$$

$$y = x + 3$$

$$y = x + 2$$

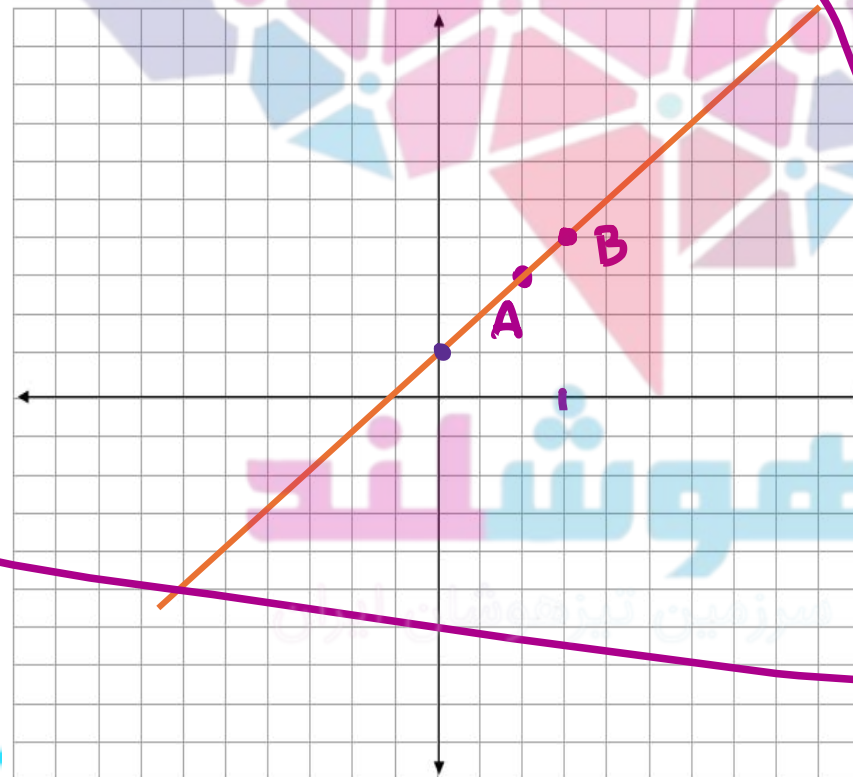
$$y = x + 4$$

شیب = $\frac{\text{افزار اولی‌ها}}{\text{افزار دومی‌ها}} = \frac{4-3}{3-2} = 1$

$$y = x + b$$

$$3 = 1 \times 2 + b$$

$$b = 1$$



۱۹۰. معادله‌ی خطی که از $A(-1, -3)$ بگذرد و عرض از مبدأ آن با عرض از مبدأ $2x - y = 1$ برابر باشد چیست؟

۱ $x = 2y - 1$

۲ $y = 2x + 1$

۳ $2x - y = 1$

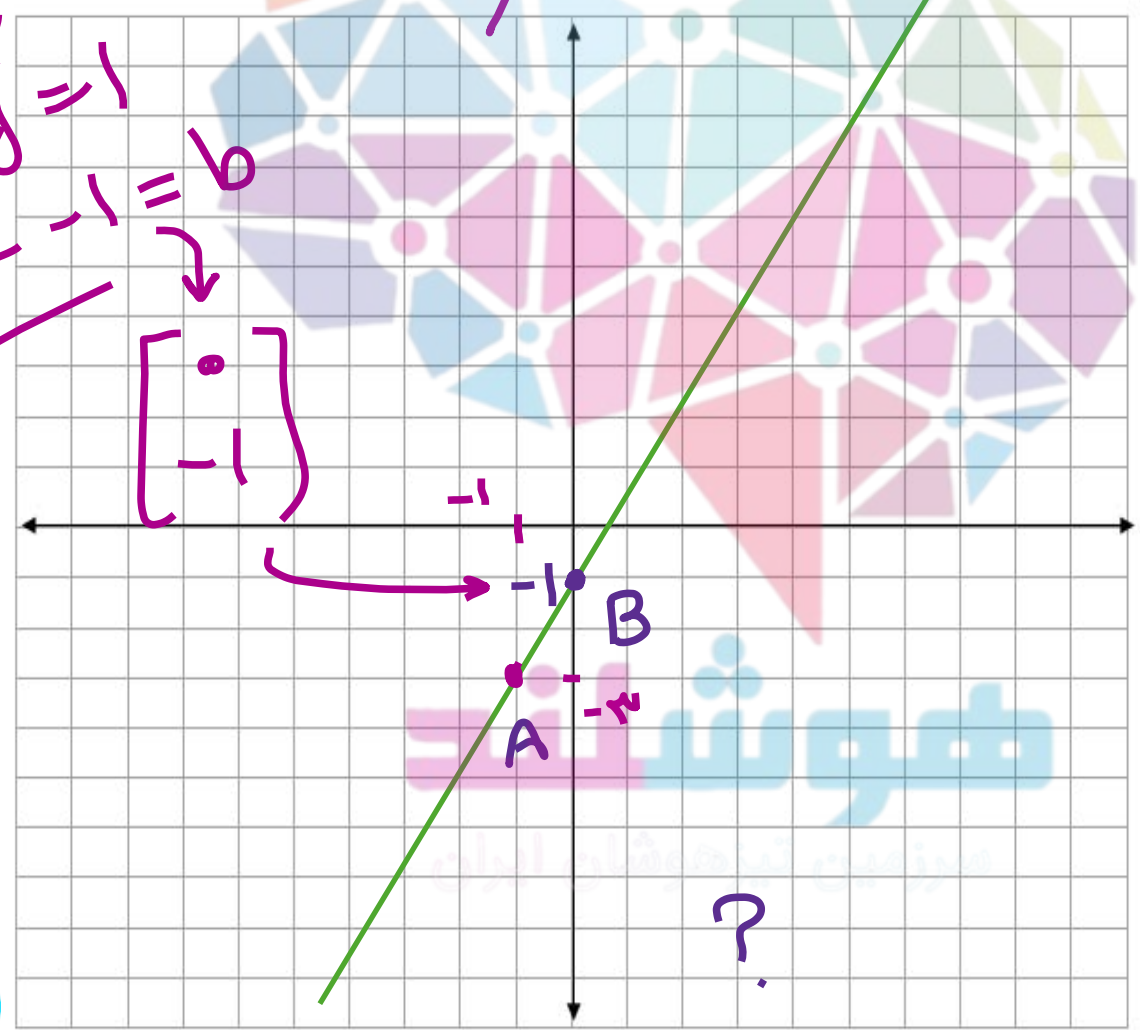
۴ $y = -1$

$A = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

شیب $= \frac{-3 - (-1)}{-1 - 0} = \frac{-2}{-1} = 2$

$y = 2x + b$

$y = 2x - 1$



من از مبدأ
موتور بگذرد
ن بزرگ دارم

$2x - y = 1$
 $2x - (-1) = 1$
 $2x + 1 = 1$
 $2x = 0$
 $x = 0$

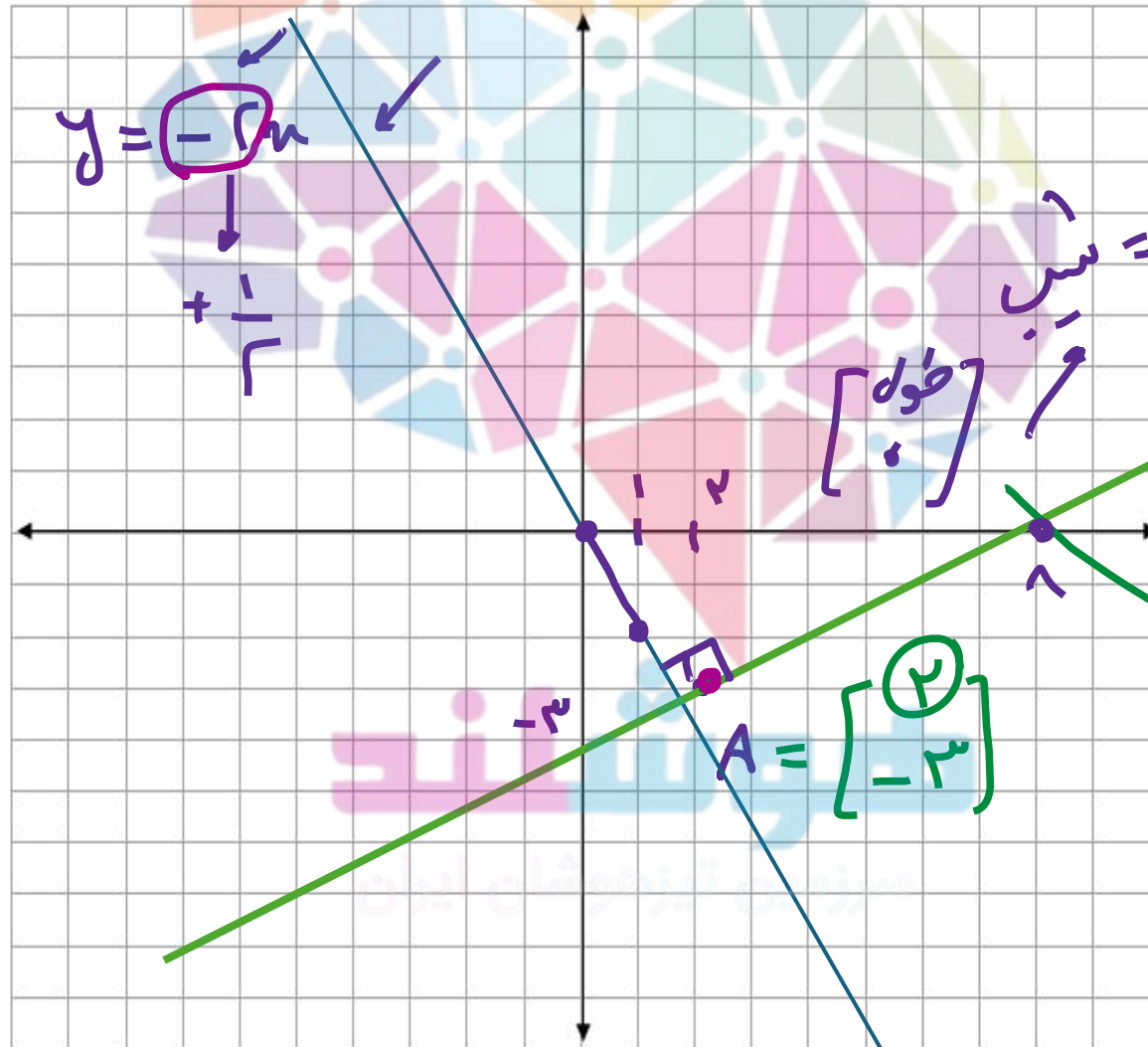


۱۹۸. خط گذرنده از نقطه‌ی $(2, -3)$ و عمود بر خط به معادله‌ی $y + 2x = 0$ محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{array}$$

۱ -۲ ۲ ۴ ۳ ۶ ۴ ۸ ۵ ۱۰

$$y = -2x$$



$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$-3 = \frac{1}{2} \times 2 + b$$

$$b = -6$$

$$y = \frac{1}{2}x - 6$$

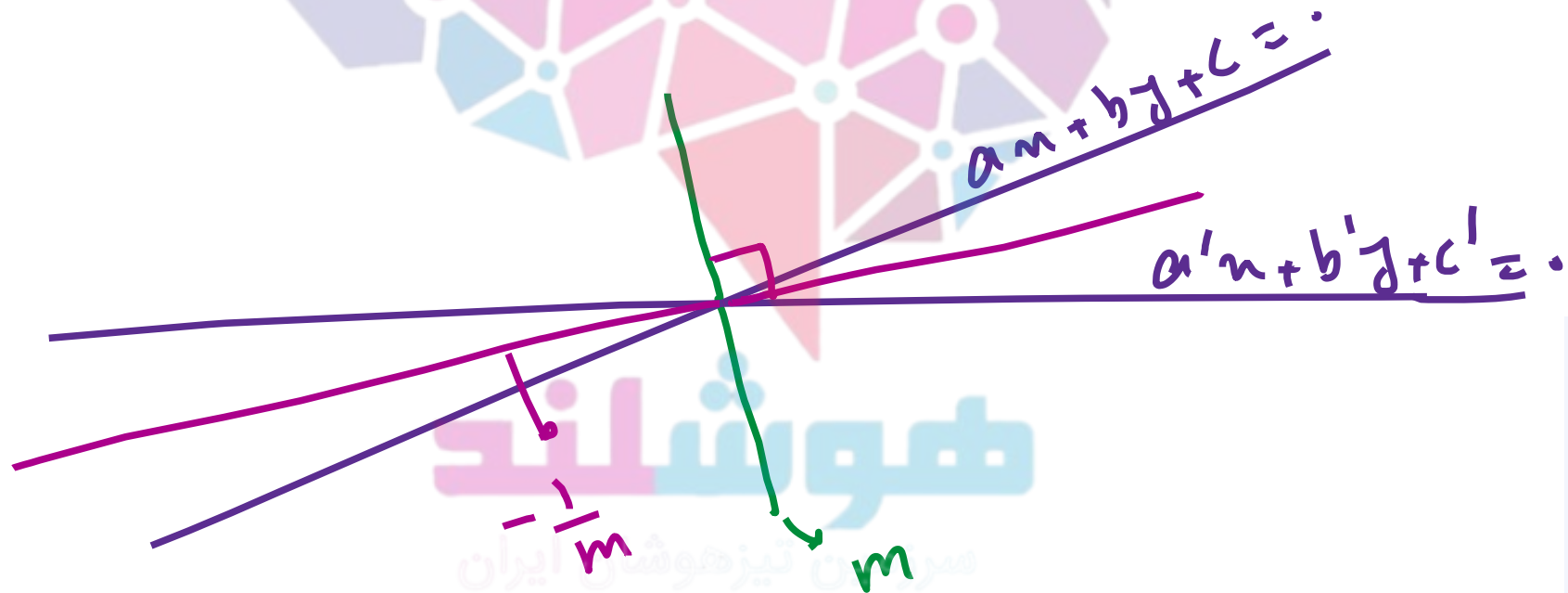
$$0 = \frac{1}{2}x - 6 \Rightarrow x = 12$$



نکته: معادله خطوط متمایزهای زاویه‌های بین دو خط $ax+by+c=0$ و

$a'x+b'y+c'=0$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2+b^2}} = \pm \frac{a'x+b'y+c'}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$



$$3x = -4y + 1 \Rightarrow -3x - 4y + 1 = 0$$

$$5x - 12y + 1 = 0$$

تمرین: از ۱۹۹ تا ۲۱۱

۲۱۱. معادله‌ی نیم‌ساز زاویه‌ی بین دو خط $12y = 5x + 1$ و $x = \frac{-4y + 1}{3}$ کدام است؟

۴) $y = -x + 1$

۳) $y = -12x + 1$

۲) $y = x + 1$

۱) $y = 12x - 1$

تفاوت زاویه

نکته:

$$\frac{5x - 12y + 1}{\sqrt{5^2 + (-12)^2} = 13} = \pm \frac{-3x - 4y + 1}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}} \Rightarrow \frac{5x - 12y + 1}{13} = \pm \frac{-3x - 4y + 1}{5}$$

مکمل از نیم‌رها $\rightarrow 5(5x - 12y + 1) = 13(-3x - 4y + 1) \Rightarrow$

مکمل دیگر از نیم‌رها $\rightarrow 5(5x - 12y + 1) = 13(3x + 4y - 1) \Rightarrow$

