

۱- حاصل $2 \times 9^{18} + 2 \times 7^{12}$ کدام است؟

- (۱) 36^{15} (۲) 6^{36} (۳) 2×7^{13} (۴) 3×7^{37}

۲- کدام ترتیب برای اعداد 125^{24} ، 2^{12} و 2×7^{32} درست است؟

- (۱) $2 \times 7^{32} < 2^{12} < 125^{24}$ (۲) $2^{12} < 2 \times 7^{32} < 125^{24}$
(۳) $2^{12} < 125^{24} < 2 \times 7^{32}$ (۴) $2 \times 7^{32} < 125^{24} < 2^{12}$

۳- نصف 2^{100} کدام است؟

- (۱) $2^{50} \times 5^{50}$ (۲) $(2^{32})^{11}$ (۳) $\sqrt{2^{100}}$ (۴) $(2^{72})^2$

۴- حاصل $(2^{25} + 4(5^{25} + 5^{26} + 5^{27} + \dots + 5^{50}))$ کدام است؟

- (۱) 5^{75} (۲) 4×5^{51} (۳) 4×5^{75} (۴) 5^{51}

۵- کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند مجذور کامل باشد؟

- (۱) $\overline{ab9}$ (۲) $\overline{ab4}$ (۳) $\overline{abc1}$ (۴) $\overline{bcd2}$

۶- اگر $8^x = 32$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۷- حاصل عبارت $2^{72} - 8^{16}$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 2^{-20} (۳) $\frac{-1}{2^{20}}$ (۴) 16^{12}

۸- حاصل $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{1394}}$ کدام است؟

(۴) $\frac{2^{1394} - 1}{2^{1394}}$

(۳) $1 - \frac{1}{2^{1394}}$

(۲) $\frac{1394}{2^{1394}}$

(۱) ۱

۹- اگر $27^b = 3^a + 3^a + 3^a$ ، چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است؟

(۴) $a - 6b = -1$

(۳) $a - 1 = 6b$

(۲) $a = 6b$

(۱) $a = 2b$

۱۰- اگر $5^x = 3$ و $xy = 1$ ، حاصل $27^y - 3$ کدام است؟

(۴) ۱۲۲

(۳) ۲۴۰

(۲) ۲۴

(۱) ۲۲

هوش‌سلند

سرزمین تیزهوشان ایران

۱- گزینه (۴)

$$2 \times 9^{18} + 2 \times 1^2 = 2 \times (3^2)^{18} + (3^2)^{12} = 2 \times 3^{36} + 3^{24} = 3^{24}(2 \times 3^{12} + 1) = 3 \times 3^{24} = 3^{25}$$

۲- گزینه (۲)

$$\left. \begin{aligned} 2 \times 3^{22} &= (3^3)^{22} = 3^{66} = (3^4)^{16} = 81^{16} \\ 1^2 &= 1^{21} = 2 \times 1^{20} = 2 \times (2^5)^{24} = 2 \times 32^{24} \\ 125^{24} \end{aligned} \right\} \rightarrow 1^2 < 2 \times 3^{22} < 125^{24}$$

۳- گزینه (۲)

$$1^{100} \div 2 = 2^{99} = (2^9)^{11} = (2^{12})^{11}$$

۴- گزینه (۴)

$$\begin{aligned} 5^{25} + 4(5^{25} + 5^{26} + 5^{27} + \dots + 5^{50}) &= \underbrace{5^{25} + 4 \times 5^{25}}_{5 \times 5^{25} = 5^{26}} + 4 \times 5^{26} + 4 \times 5^{27} + \dots + 4 \times 5^{50} \\ &= \underbrace{5 \times 5^{26}}_{5^{27}} + 4 \times 5^{27} + \dots + 4 \times 5^{50} = 5 \times 5^{50} = 5^{51} \\ &\underbrace{\underbrace{5 \times 5^{27}}_{5^{28}} \dots}_{5^{50}} \end{aligned}$$

۵- گزینه (۵)

یکان هیچیک از اعداد وقتی به توان ۲ برسند، برابر با ۲ نمی‌شود؛ بنابراین عدد $2bcd$ نمی‌تواند مجذور کامل باشد.

۶- گزینه (۴)

$$8^x = 32 \rightarrow (2^3)^x = 2^5 \rightarrow 2^{3x} = 2^5 \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

۷- گزینه (۴)

$$2^{22} - 8^{16} = 2^{49} - (2^3)^{16} = 2^{49} - 2^{48} = 2^{48}(2 - 1) = 2^{48} = (2^4)^{12} = 16^{12}$$

۸ - گزینه (۴)

$$\begin{aligned} A &= 2A - A = \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \dots + \frac{2}{2^{1394}} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{1394}} \right) \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{1393}} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{1394}} \right) \\ &= \left(1 + A - \frac{1}{2^{1394}} \right) - A = 1 - \frac{1}{2^{1394}} = \frac{2^{1394} - 1}{2^{1394}} \end{aligned}$$

۹ - گزینه (۴)

$$3^a + 3^a + 3^a = 2 \cdot 3^b \rightarrow 3 \times 3^a = (3^3)^b \rightarrow 3^{a+1} = 3^{3b} \rightarrow a+1 = 3b \rightarrow a-3b = -1$$

۱۰ - گزینه (۴)

$$\begin{aligned} xy = 1 &\rightarrow \omega^1 = \omega^{xy} = (\omega^x)^y = 3^y \rightarrow 3^y = \omega \\ 2 \cdot 3^y - 3 &= (3^3)^y - 3 = (3^y)^3 - 3 = \omega^3 - 3 = 1 \cdot \omega - 3 = 1 \cdot \omega - 3 = 1 \cdot \omega - 3 \end{aligned}$$

هوش‌سلند

سرزمین تیزهوشان ایران