



استاد وحید اسدی کیا



فصل اول: مجموعه ها و احتمال

فصل دوم: اعداد حقیقی

فصل سوم: هندسه

فصل چهارم: توان و ریشه

فصل پنجم: جبر

فصل ششم: معادله خطا

فصل هفتم: عبارات های جبری گویا

فصل هشتم: حجم

از ۲۲۰ تا ۲۴۰ شماره‌های زوج را بنویسید.

۲۶۵. در یک سالن n صندلی چیده شده است به طوری که تعداد صندلی‌ها در هر ردیف و هر ستون با هم برابر است. اگر بخواهیم از هر ردیف ۳ صندلی کم کنیم، یک ستون اضافه می‌شود و اگر از هر ردیف ۵ صندلی کم کنیم، دو ستون اضافه می‌شود، n کدام است؟

(آزمون ورودی) ستون

ستون
ردیف
ردیف

۸۰ (۴) ۶۰ (۳) ۵۰ (۲) ۴۰ (۱)

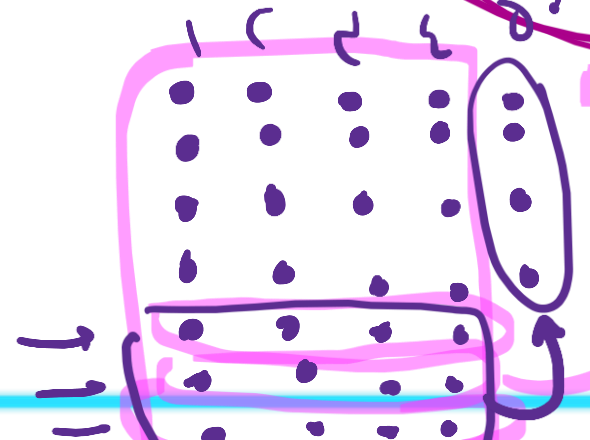
تعداد صندلی‌ها من $n \times y = n$

~~$n \times y + n - 3y - 3 = n \times y$~~
 ~~$n \times y + 2n - 5y - 10 = n \times y$~~

$(n - 3)(y + 1) = n \times y = n$

$(n - 5)(y + 2) = n \times y = n$

$15 \times 6 = 90$



~~$n - 3y = 3 \Rightarrow -2n + 4y = -4$~~
 ~~$2n - 5y = 10 \Rightarrow 2n - 5y = 10$~~

$y = 6$ $n - 12 = 3$ $n = 15$





$$d = v \times t \quad \text{زمان} \times \text{سرعت} = \text{مافت}$$

۲۸۰. رضا می‌خواست از شهر «آ» به شهر «ب» برود. او تصمیم گرفت در مسیر با سرعت ثابتی رانندگی کند. کمی بعد، فهمید

که باید زودتر به «ب» برسد. او حساب کرد که اگر سرعتش $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ بیش‌تر شود ۵ ساعت زودتر می‌رسد و اگر سرعتش

$10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ بیش‌تر شود ۸ ساعت زودتر می‌رسد. او از اول با چه سرعتی می‌خواست براند؟
(مسابقات جهانی ریاضی)

۱ $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۲ $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۳ $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۴ $25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۵ نمی‌توان حساب کرد.

$v = ?$

v سرعت
 t زمان

$$d = v \times t$$

$$d = (v+5)(t-5) = v \times t \Rightarrow v \times t - 5 \times v + 5t - 25 = v \times t$$

$$d = (v+10)(t-8) = v \times t \Rightarrow v \times t - 8 \times v + 10t - 80 = v \times t$$

$$-v + t = +5$$

$$-4v + 5t = 40$$

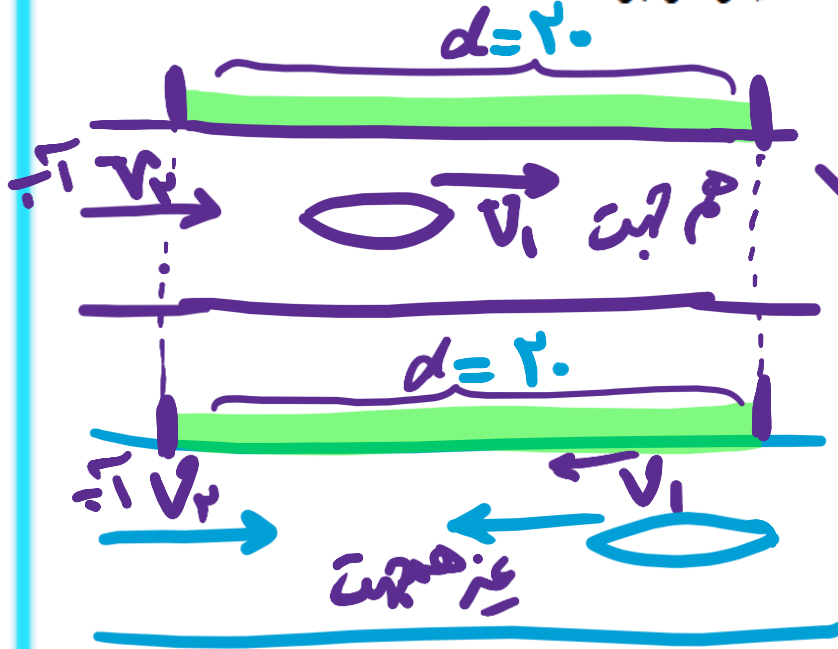
$$v = 15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

زمان $\times$ سرعت = d

۲۸۲. یک قایقران فاصله‌ی بین دو ایستگاه در یک رودخانه را که ۲۰ کیلومتر است در جهت جریان آب در یک ساعت و در

خلاف جهت جریان آب در ۲/۵ ساعت طی می‌کند. سرعت پارو زدن قایقران چند کیلومتر بر ساعت است؟ (اختلاف زمان

رفت و برگشت به دلیل جریان آب است.)



$$v_1 = ?$$

$$d = (v_1 + v_2) \times 1 = 20$$

$$d = (v_1 - v_2) \times 2.5 = 20$$

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 20 \\ v_1 - v_2 = 8 \end{cases}$$

$$2 \times v_1 = 28 \Rightarrow v_1 = 14$$



شرط وجود جواب برای دستگاه معادلاتی

$$\begin{cases} ax+by=c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a'x+b'y=c' \end{cases}$$

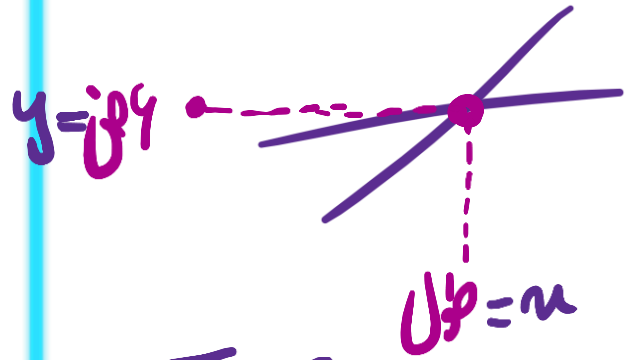
$$\rightarrow -\frac{a}{b}$$

$$\rightarrow -\frac{a'}{b'}$$

حالت اول: دو خط متقاطع هستند یعنی سرتماز برقرار است

$$-\frac{a}{b} \neq -\frac{a'}{b'} \Rightarrow \frac{a}{b} \neq \frac{a'}{b'} \quad \text{یا} \quad \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$

در این صورت دستگاه دارای یک جواب منحصر به فرد است یعنی x و y به دست می آیند.



حالت دوم: دو خط موازی هستند یعنی سرتماز برقرار است:

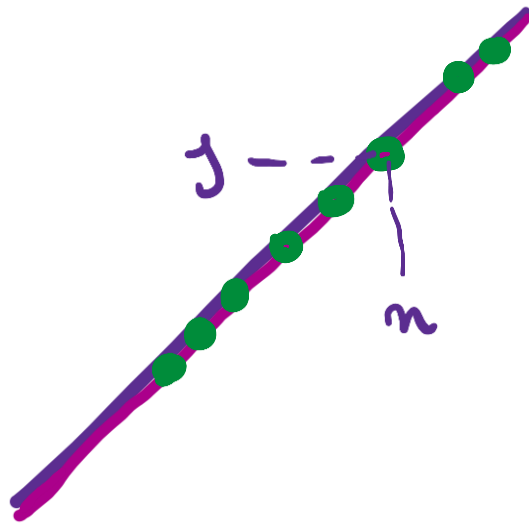
$$-\frac{a}{b} = -\frac{a'}{b'} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \Rightarrow \boxed{\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}}$$

در این صورت دستگاه دارای جواب ندارد.



حالت سوم: اگر دو خط بر هم منتهی شوند، (یعنی یکی از خطها، محور دایر باشد) هر نقطه، یک نقطه ی برخورد است. پس دستگاه بی‌پایه جواب دارد.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



$\begin{cases} am+by+c=0 \\ a'm+b'y+c'=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} am+by=c \\ a'm+b'y=c' \end{cases}$
 به ارای چه مقداری از m دارای جواب نیست؟
 دستگاه معادلات ۳۰۹

$$m = 6$$



$$m = \pm 3$$



$$m = -3$$



$$m = 3$$



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{3}{m} = \frac{2}{4} \neq \frac{7}{10}$$

$$2m \times m = 3 \times 4 \Rightarrow 2m^2 = 12 \Rightarrow m^2 = 6$$

$$\rightarrow m = +\sqrt{6} \\ m = -\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2m} &= -\frac{m}{4} \\ -2m^2 &= -12 \\ m^2 &= 6 \\ m &= +\sqrt{6} \\ m &= -\sqrt{6} \end{aligned}$$



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \text{دستگاه بی نامر جواب دارد.}$$

۳۱۶. کدام دستگاه بی شمار جواب دارد؟

$$\begin{cases} 5 - 2y = 3x \\ 4y + 6x = 10 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{y}{2} + 3x = 5 \\ 2y = 3 - 6x \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 2x - 7 = y \\ 3y - \frac{7}{3} = \frac{2}{3}x \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ -\frac{1}{3}y = -\frac{1}{6}x + \frac{2}{5} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ 4x + 4y &= 10 \end{aligned} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{+2}{+4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$



مختصات نقطه‌ی تقاطع خطوط

۳۱۷ ✉ نقطه برخورد دو خط به معادله‌ی $2y - 3x = 1$ و $3y = 2x + 1$ در کدام ناحیه صفحه مختصات قرار دارد؟

اول ① $[+]$ ناحیه اول $+x$ $+y$

دوم ② $[-]$ ناحیه دوم $-x$ $+y$

سوم ③ $[-]$ ناحیه سوم $-x$ $-y$

چهارم ④ $[+]$ ناحیه چهارم $+x$ $-y$

$$\begin{cases} -3x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 6y = 2 \\ 6x - 9y = -3 \end{cases}$$

نوع اول $+x$ $+y$

نوع دوم $-x$ $+y$

نوع سوم $-x$ $-y$

نوع چهارم $+x$ $-y$

$-8y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{8}$

$2x - 3 \times \frac{1}{8} = -1$

$2x = -\frac{0}{8} + \frac{3}{8} = -\frac{2}{8} \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$

استاد وحید اسدی کیا

تمرین از ۷۶۱ تا ۳۰۱ شماره های زرد رنگ

۳۲۳. معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی تقاطع دو خط $3x - 2y = 5$ و $4x + 3y - 1 = 0$ گذشته و عرض از مبدأ آن -3 باشد، کدام است؟

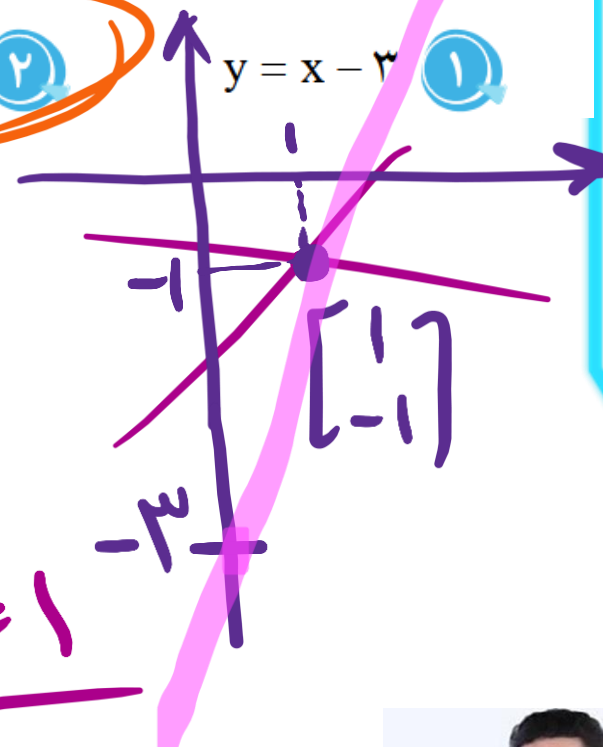
(آزمون ورودی)

$$y = -x - 3 \quad (4)$$

$$y = -2x - 3 \quad (3)$$

$$y = 2x - 3 \quad (2)$$

$$y = x - 3 \quad (1)$$



$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 4y = 15 \\ 8x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$4x + 3y - 1 = 0 \Rightarrow 4x + 3y = 1$$

$$17x = 17 \Rightarrow x = 1$$

$$3y = -3 \Rightarrow y = -1$$

$$y = ax - 3$$

$$-1 = a \cdot 1 - 3 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow y = 2x - 3$$

