

انک، ۲، ۱، ۱، ۲، ۱

$$(a+b)^n = \underbrace{a^n} + \underbrace{n a^{n-1} b} + \underbrace{\frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} b^2} + \dots$$

$$(a+b)^n = a^n + b^n + n a b (a+b)$$

$$(a-b)^n = a^n - \underbrace{n a^{n-1} b} + \underbrace{\frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} b^2} - b^n$$

$$(a-b)^n = a^n - b^n - n a b (a-b)$$

$$(\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$

۱. عبارت $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$ به ازای $x = \sqrt{3} + 1$ ، برابر است با:

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3} \\
 & (\sqrt{3} + 1)^3 - 3(\sqrt{3} + 1)^2 + 3(\sqrt{3} + 1) - 3\sqrt{3} \\
 & (\sqrt{3} + 1)^3 - 3(\sqrt{3} + 1)^2 + 3\sqrt{3} + 3 - 3\sqrt{3} \\
 & (\sqrt{3} + 1)^3 - 3(\sqrt{3} + 1)^2 + 3 - 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

1 $1 + 3\sqrt{3}$

2 $1 + \sqrt{3}$

3 1

4 $3\sqrt{3} - 1$

$$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

۲. اگر عبارت $64x^3 - (7a+b)x^2 + 2ax - 1$ مکعب کامل باشد، $a+b$ برابر است با:

$$(4x - 1)^3 = 4^3 x^3 - 3 \times 4^2 x (1) + 3 \times 4 x (1)^2 - 1^3$$

$$= 64x^3 - 48x + 12x - 1$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $4a+b$ $3a$

$$3a = 12 \rightarrow a = 4$$

$$4a+b = 12 \rightarrow 16+b = 12 \rightarrow b = -4$$

12

۱

7

۲

-2

۳

-10

۴

$$a + \frac{1}{a} = \sqrt{4}$$

۳. اگر $(a + \frac{1}{a})^2 = 6$ و $a > 0$ باشد، مقدار عبارت $a^3 + \frac{1}{a^3}$ برابر است با:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (a + \frac{1}{a})(a^2 - a \times \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2})$$

$$= \sqrt{4} (a^2 - 1 + \frac{1}{a^2})$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab(a+b)$$

$$(\sqrt{4})^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \times a \times \frac{1}{a} (a + \frac{1}{a})$$

$$4\sqrt{4} - 2\sqrt{4} = a^2 + \frac{1}{a^2}$$

$$4\sqrt{6}$$

۱

$$3\sqrt{6}$$

۲

$$6$$

۳

$$5\sqrt{6}$$

۴

$$6\sqrt{6}$$

۵

$$(a+b)(a^5 - ab + b^5)$$

۴. فرض کنید عدد مثبت a به گونه‌ای است که $a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$. در این صورت مقدار

$a^3 + \frac{1}{a^3}$ کدام است؟

$$(a + \frac{1}{a})^2 = 5$$

$$(a + \frac{1}{a})^2 = 5 \rightarrow a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$$

$$(a + \frac{1}{a})^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3a \cdot \frac{1}{a} (a + \frac{1}{a})$$

$$\cancel{(a + \frac{1}{a})^3} - 3 \cancel{a \cdot \frac{1}{a} (a + \frac{1}{a})} = a^3 + \frac{1}{a^3}$$

$$5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

4

۱

7

۲

$\sqrt{7}$

۳

$2\sqrt{7}$

۴

$4\sqrt{7}$

۵

۵. اگر $(a + \frac{1}{a})^2 = 6$ و $a > 0$ باشد، مقدار عبارت $a^3 + \frac{1}{a^3}$ برابر است با:

۱ $4\sqrt{6}$

۲ $3\sqrt{6}$

۳ 6

۴ $5\sqrt{6}$

۵ $6\sqrt{6}$

۶. عبارت $(a-2)(a+2)(a^4+4a^2+16)$ با کدام عبارت زیر، برابر است؟

$a=2$

$a=1$

$$(a-2)(a+2) = a^2 - 4$$

$$(a^2 - 4)(a^4 + 4a^2 + 16)$$

$$(a^2)^2 - (2)^2 = a^4 - 4 = (a^2 + 2)(a^2 - 2)$$

$$a^6 + 64$$

$$(a^3 - 8)(a^3 + 8)$$

$$(a^3 - 4)(a^3 + 4)$$

$$a^8 - 64$$

۷. حاصل عبارت $(x-a)(x+a)(x^2+a^2+ax)(x^2+a^2-ax)$ همواره، برابر است با :

$$(x-a)(x^2+ax+a^2) = x^3 - a^3$$

۱ صفر

۱

$$(x+a)(x^2-ax+a^2) = x^3 + a^3$$

$$x^6 + 3a^2x^2 - a^6$$

۲

$$x^6 + 3a^2x^2 + a^2x - a^6$$

۳

$$(x^3 - a^3)(x^3 + a^3) = x^6 - a^6$$

$$x^6 - a^6$$

۴

۸. اگر $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$ و $x > 0$ باشد، مقدار عبارت $x^3 + \frac{1}{x^3}$ چه قدر است؟

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3} + 3$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^2} = \frac{1}{7} \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{7}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$$

$$\rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = \sqrt{2} + 3$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \sqrt{2} \times (\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$

۱
۱۲

۲
۱۸

۳
۲۱

۴
۲۷