

$$(a+b)^n = \underbrace{a^n}_{\text{1}} + \underbrace{n a^{n-1} b}_{\text{1}} + \underbrace{\frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} b^2}_{\text{1}} + \dots + b^n$$

(1, n, n-1, n-2, ..., 1)

$$(a+b)^n = a^n + b^n + n a b (a+b)^{n-1}$$

$$(a-b)^n = a^n - \underbrace{n a^{n-1} b}_{\text{1}} + \underbrace{\frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} b^2}_{\text{1}} - \dots - b^n$$

$$(a-b)^n = a^n - b^n - n a b (a-b)^{n-1}$$

$$(\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$

۱. عبارت  $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$  به ازای  $x = \sqrt{3} + 1$ ، برابر است با:

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 - 3\sqrt{3}$$

$$(x-1)^3 + 1 - 3\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3}+1-1)^3 + 1 - 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3}$$

$$1 + 3\sqrt{3}$$

۱

$$1 + \sqrt{3}$$

۲

۱

۳

$$3\sqrt{3} - 1$$

۴

$$(a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

۲. اگر عبارت  $64x^3 - (7a+b)x^2 + 2ax - 1$  مکعب کامل باشد،  $a+b$  برابر است با:

$$(4x - 1)^3 = 4^3 x^3 - 3 \times 4^2 x (1) + 3 \times 4 x (1)^2 - 1$$

$$= 64x^3 - 48x^2 + 12x - 1$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 $4a+b$                    $4a$

$$4a = 12 \rightarrow a = 3$$

$$4a+b = 48 \rightarrow 12+b = 48 \rightarrow b = 36$$

12

1

7

2

-2

3

-10

4

۳. اگر  $(a + \frac{1}{a})^2 = 6$  و  $a > 0$  باشد، مقدار عبارت  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  برابر است با:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (a + \frac{1}{a})(a^2 - a \times \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2})$$

$$= \sqrt{4} (1 - 1)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(\sqrt{4})^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + 3 \times a \times \frac{1}{a} (a + \frac{1}{a})$$

$$4\sqrt{4} - 3\sqrt{4} = a^3 + \frac{1}{a^3}$$

$$4\sqrt{6}$$

۱

$$3\sqrt{6}$$

۲

$$6$$

۳

$$5\sqrt{6}$$

۴

$$6\sqrt{6}$$

۵

$$(a+b)(a^5 - ab + b^5)$$

۴. فرض کنید عدد مثبت  $a$  به گونه‌ای است که  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 5$ . در این صورت مقدار

$a^3 + \frac{1}{a^3}$  کدام است؟

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 5$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 5 \rightarrow a + \frac{1}{a} = \sqrt{5}$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{a^3} + \underline{3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)}$$

$$\cancel{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3} - \cancel{3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)} = a^3 + \frac{1}{a^3}$$

$$5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

4

۱

7

۲

$\sqrt{7}$

۳

$2\sqrt{7}$

۴

$4\sqrt{7}$

۵

۵. اگر  $(a + \frac{1}{a})^2 = 6$  و  $a > 0$  باشد، مقدار عبارت  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  برابر است با:

۱  $4\sqrt{6}$

۲  $3\sqrt{6}$

۳ 6

۴  $5\sqrt{6}$

۵  $6\sqrt{6}$

۶. عبارت  $(a-2)(a+2)(a^4+4a^2+16)$  با کدام عبارت زیر، برابر است؟

$$a=2$$

$$a=1$$

$$(a-2)(a+2) = a^2 - 4$$

$$(a^2 - 4)(a^4 + 4a^2 + 16)$$

$$(a^2)^2 - (4)^2 = a^4 - 4^2 = (a^2 + 4)(a^2 - 4)$$

$$a^6 + 64$$

$$(a^3 - 8)(a^3 + 8)$$

$$(a^3 - 4)(a^3 + 4)$$

$$a^8 - 64$$

۷. حاصل عبارت  $(x-a)(x+a)(x^2+a^2+ax)(x^2+a^2-ax)$  همواره، برابر است با :

$$(x-a)(x^2+ax+a^2) = x^3 - a^3$$

صفر

۱

$$(x+a)(x^2-ax+a^2) = x^3 + a^3$$

$$x^6 + 3a^2x^2 - a^6$$

۲

$$x^6 + 3a^2x^2 + a^2x - a^6$$

۳

$$(x^3 - a^3)(x^3 + a^3) = x^6 - a^6$$

$$x^6 - a^6$$

۴

۱. اگر  $\frac{x^2}{x^4+1} = \frac{1}{7}$  و  $x > 0$  باشد، مقدار عبارت  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  چه قدر است؟

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^2} = \frac{1}{7} \rightarrow \frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{7}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{1}{7} \rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{7} + 2$$

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x}\right)$$

$$2 \times (2 - 1) = 1$$

۱  
۱۸  
۲

۳  
۲۱

۴  
۲۷