



مسابقات
ریاضی نهم
بانک سوال



تیزهوشان



وحید اسدی کیا

با بیش از ۲۰۰۰ تست چهار گزینه‌ای
نکته‌های کلیدی درسی ریاضی کلاس نهم
طبقه‌بندی شده بر اساس فصل‌های کتاب درسی ریاضی
وزیر دانش آموزان مدارس ممتاز و تیزهوشان
پایه نهمی کلیدی

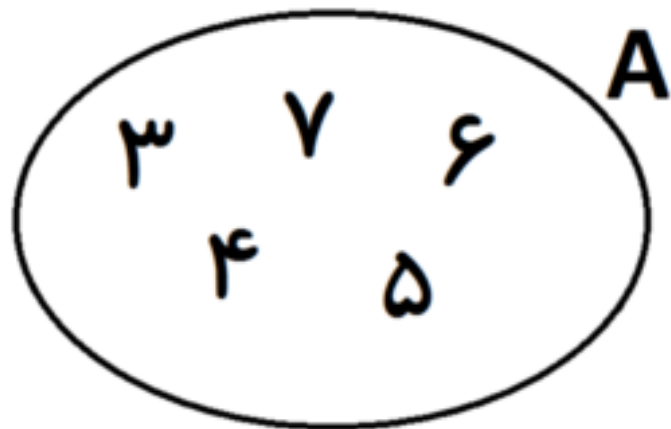


وحید اسدی کیا

استاد وحید اسدی کیا



← نوشتن اعضا $A = \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷\}$



← نمودار ون

← نماد ریاضی $A = \{x | x \in \mathbb{N}, ۲ < x < ۸\}$



اگر $A_1 = \{1\}$ ، $A_2 = \{2, 3\}$ ، $A_3 = \{4, 5, 6\}$ و $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ باشد، در این صورت مجموعه‌ی A_1 با چه عددی شروع می‌شود؟

۵۶ (۴)

۵۵ (۳)

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

$$A_9 = \{ \dots, \star \} = 1 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

$$A_{10} = \{ \dots, ? \}$$

۴۶



کدام مجموعه‌ی زیر، نمایش ریاضی مجموعه‌ی $A = \{V, VV, VVV, VVVV, \dots\}$ است؟

$$\left\{ V \times \frac{10^x + 1}{9} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$$



$$\left\{ V \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{Z} \right\}$$



$$\left\{ V \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{W} \right\}$$



$$\left\{ V \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$$



۱، ۲، ۳، ...

$$V \times \frac{10^1 - 1}{9} = V \times 1 = V$$

$$V \times \frac{10^2 - 1}{9} = V \times \frac{100 - 1}{9} = V \times 11 = VV$$



نمایش ریاضی مجموعه‌ی $A = \{-26, -13, -2, -1, +1, +2, +13, +26\}$ کدام است؟

۱ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -26 \leq x \leq +26\}$

۲ $A = \{x \in \mathbb{W} \mid -26 \leq x \leq +26\}$

۳ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{26}{x} \in \mathbb{Z}\}$

۴ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x}{26} \in \mathbb{Z}\}$

تعدادهای صحیح عدد ۲۶

$$\begin{array}{r} 26 \overline{) 26} \\ \underline{-26} \\ 0 \end{array}$$

$\frac{26}{-13} = -2$

$\frac{26}{+2} = +13$

$\frac{26}{-1} = -26$

$\left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{26}{x} \in \mathbb{Z} \right\}$



نمایش ریاضی مجموعه‌ی $A = \{-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots\}$ در کدام گزینه به درستی نوشته شده است؟

$$-(-1)^n \quad (-1)^{n+1}$$

$$(-1)^1 = -1$$

$$(-1)^2 = +1$$

$$(-1)^3 = -1$$

$$(-1)^4 = +1$$

$$(-1)^n$$

$$(-1)^n \times n$$

$$(-1)^1 \times 1 = -1$$

$$(-1)^2 \times 2 = +2$$

$$(-1)^3 \times 3 = -3$$

$$(-1)^4 \times 4 = +4$$

یکی درستی نیست و منی

$$A = \{(-1) \times n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \{(-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \{(-n)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \{(-1)^n \times n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

۱

۲

۳

۴



نمایش ریاضی مجموعه‌ی $\{-1, -4, +9, +16, -25, -36, \dots\}$ برابر است با:

$$\{(-1)^x \times x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۱

$$\{(-x)^x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۲

$$\frac{x \times (x-1)}{2}$$

$$\{(-1)^{\frac{x \times (x-1)}{2}} \times x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۳

$$\frac{x \times (x+1)}{2}$$

$$\{(-1)^{\frac{x \times (x+1)}{2}} \times x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۴

همه رد شود

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad \frac{n(n+1)}{2} \quad \frac{n(n-1)}{2} + 1$$

$$-(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \dots$$

$$(-1)^{\frac{1 \times (1-1)}{2}} \times 1 = (-1)^0 \times 1 = 1 \times 1 = +1$$



چند مجموعه مانند A می توان نوشت که رابطه ی $\{1, 2, 3, \dots, 10\} \supseteq A \supseteq \{2, 4, 6, 8\}$ برای آن برقرار باشد؟

اولی مهندسی:

$$\{2, 4, 6, 8\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

۱ ۶
۲ ۱۰۰۸
۳ ۶۴
۴ ۱۲۸

۲ × ۱ × ۲ × ۱ × ۲ × ۱ × ۲ × ۱ × ۲ × ۲ = ۶۴

اولی دوم

$$2^{10-4} = 2^6 = 64$$



نکته: هر عضو در کل زیر مجموعه های هر مجموعه n عضو

۱-۲ بار نگذار

۸ تا ۸ تا

۱۶ = ۲

زیر مجموعه های A

زیر مجموعه های تک عضوی A

زیر مجموعه های دو عضوی A

زیر مجموعه های سه عضوی A

زیر مجموعه های یک عضوی A

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$\{1\}$

$\{1, 2\}$ $\{1, 3\}$ $\{1, 4\}$ $\{2, 3\}$ $\{2, 4\}$ $\{3, 4\}$

$\{1, 2, 3\}$ $\{1, 2, 4\}$ $\{1, 3, 4\}$ $\{2, 3, 4\}$

$\{1, 2, 3, 4\}$

۸ بار عدد ۱ نوشته شد

۸ بار عدد ۲ نوشته شد

$2 = 2 = 2 = 8$

$8 \times (1 + 2 + 3 + 4) = 8 \times 10 = 80$



A یک مجموعه‌ی ۶ عضوی است که جمع عضوهای آن، ۴۰ است. مجموع همه‌ی عضوهای

زیرمجموعه‌های A چه قدر است؟ (تیزهوشان)

$$A = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$P = 4.$$

$$2^{n-1} \times \text{مجموع کلها}$$

$$2^{4-1} \times 40 = 2^3 \times 40 = 32 \times 40$$

۱۳۲۰ (۱)

۱۲۸۰ (۲)

۱۰۲۰ (۳)

۹۸۰ (۴)



تعداد زیرمجموعه‌های فرد عضوی یک مجموعه ۹ عضوی، کدام است؟

$$2^{9-1} = 2^8 = 256$$

۳۱۰ ۱

۲۴۶ ۲

۲۵۶ ۳

۲۱۰ ۴

نکته: هر مجموعه n عضو دارای 2^{n-1} زیرمجموعه زوج و 2^{n-1} زیرمجموعه فرد است.



$$1! = 1 \quad 2! = 2 \times 1 \quad 3! = 3 \times 2 \times 1 \quad 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

نکته: تعداد زیر مجموعه‌های K عضو از یک مجموعه n

عضو هم از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$$

ترکیب k از n
انتخاب k چیز از n چیز



اصل مستقیم

چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ حداقل ۳ عضو دارند؟

۱۰۲۴



۹۶۹



۹۶۸



۹۲۴



اصل مستقیم



استاد رخبد اسد کی



جواب = $[{}^2\text{عقور} + {}^1\text{عقور} + {}^0\text{عقور}] - \text{کل زیرمجموعه ها}$

$$= \frac{-1024}{86} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$\binom{10}{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

در چند زیرمجموعه از $A = \{10, 11, \dots, 19\}$ ، مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو ۲۷ خواهد بود؟

$$\{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\} \rightarrow 2^4 = 16$$

۱
۲
۲
۲
۲
۲
۲
۱

$$\{11, 12, 13, 14, 15, 16\} \rightarrow 2^4 = 16$$

۲
۲
۲
۲
۲
۱

$$\{12, 13, 14, 15\} \rightarrow 2^2 = 4$$

۲
۲

$$\{13, 14\} \rightarrow 1$$

$$144 \quad 1$$

$$159 \quad 2$$

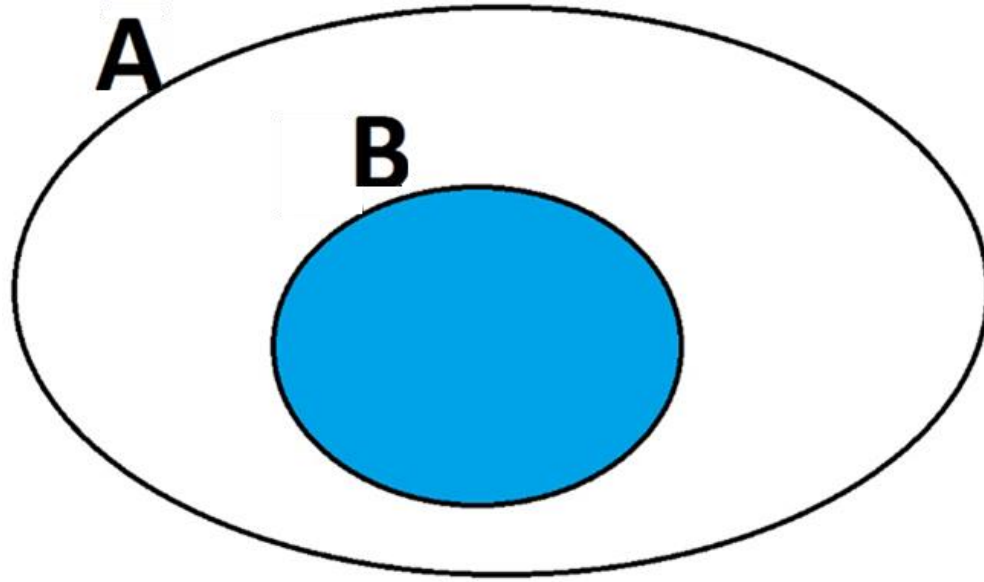
$$256 \quad 3$$

$$85 \quad 4$$

۸۵



$$B \subseteq A$$



$$A \cup B = A$$

$$A \cap B = B$$



{-1}

اگر $A_i = \{x \mid -i \leq x \leq 5 - i\}$ باشد، مجموعه‌ی $\bigcap_{i=1}^5 A_i$ کدام است؟

$\{x \mid -5 \leq x \leq 4\}$

۴

ϕ

۳

$\{x \mid -1 < x < 0\}$

۲

$\{x \mid -1 \leq x \leq 0\}$

۱

$\bigcap_{i=1}^5 A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5$

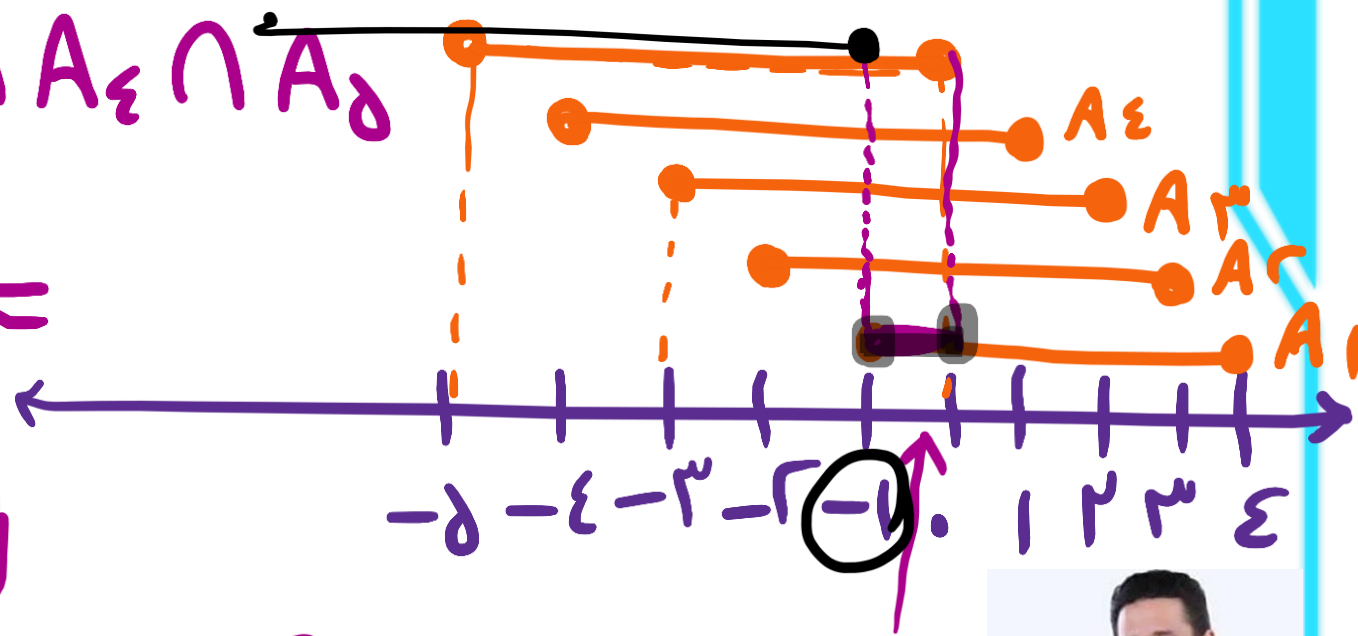
$A_1 = \{x \mid -1 \leq x \leq 5 - 1\} =$

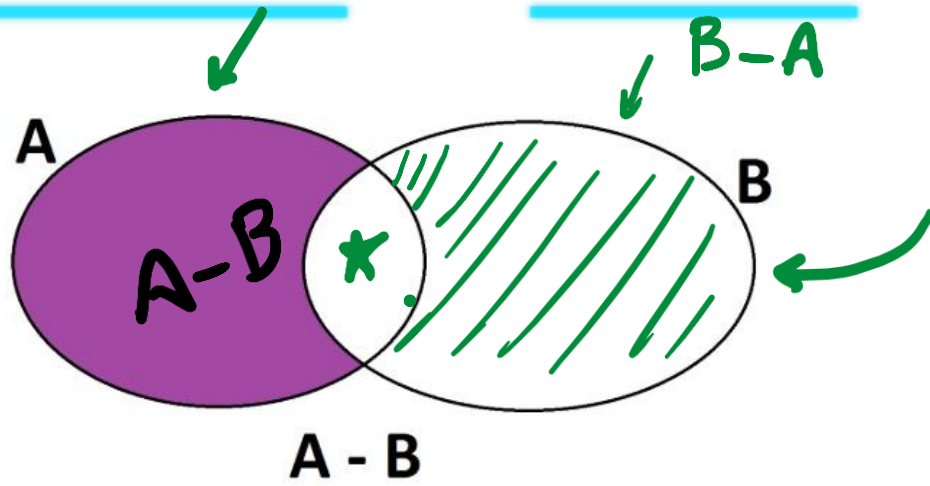
$A_2 = \{x \mid -2 \leq x \leq 5 - 2\}$

$A_3 = \{x \mid -3 \leq x \leq 5 - 3\}$

$A_4 = \{x \mid -4 \leq x \leq 5 - 4\}$

$A_5 = \{x \mid -5 \leq x \leq 5 - 5\}$





تفاضل مجموعه ها

$$۱) A - B \neq B - A$$

$$۲) A - B = A - (A \cap B)$$

$$۳) A - A = \phi$$

$$۴) A - \phi = A$$

$$۵) \phi - A = \phi$$

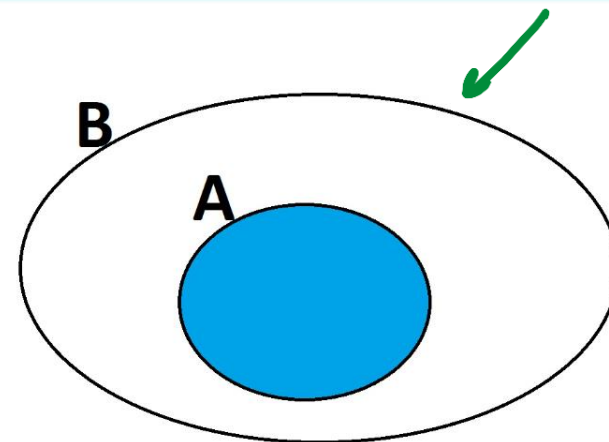
$$۶) \underline{A - B = B - A} \Rightarrow \underline{A = B}$$



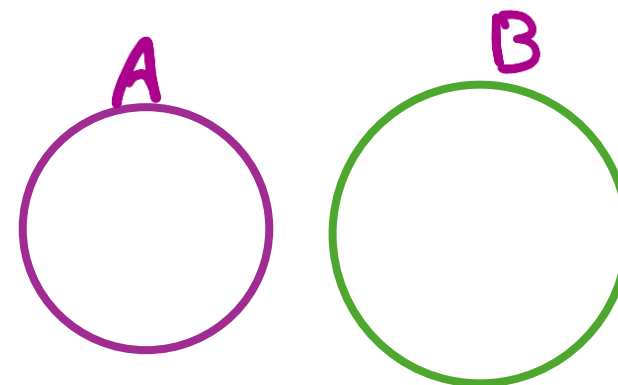
استاد وحید اسدی کیا



$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \phi$$



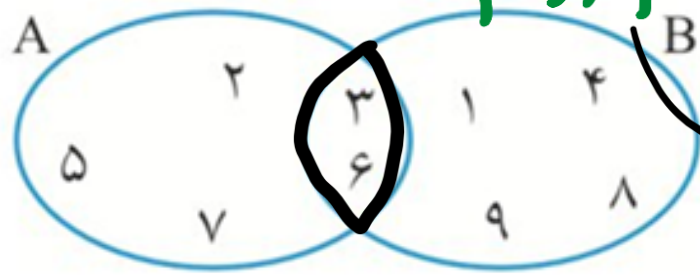
$$A \cap B = \phi \Rightarrow \begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$$



دو مجموعه جدا از هم
یا مستقل یا ناسازگار

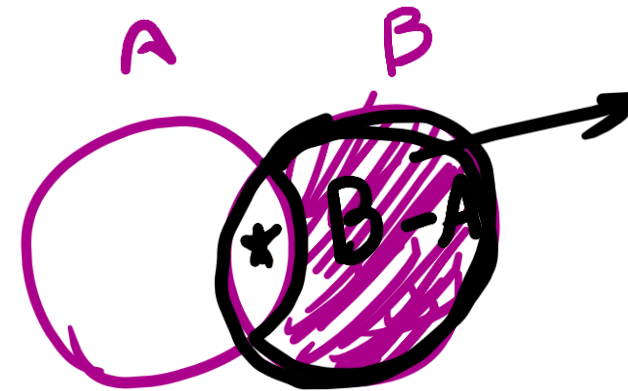
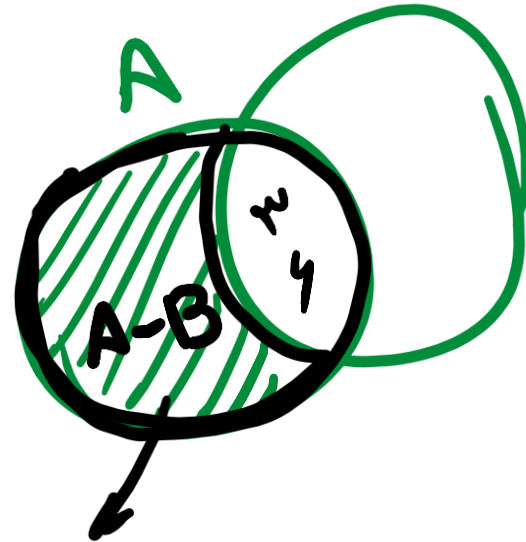


با توجه به شکل زیر، اجتماع دو مجموعه‌ی $A - (A - B)$ و $B - (B - A)$ چند عضو دارند؟



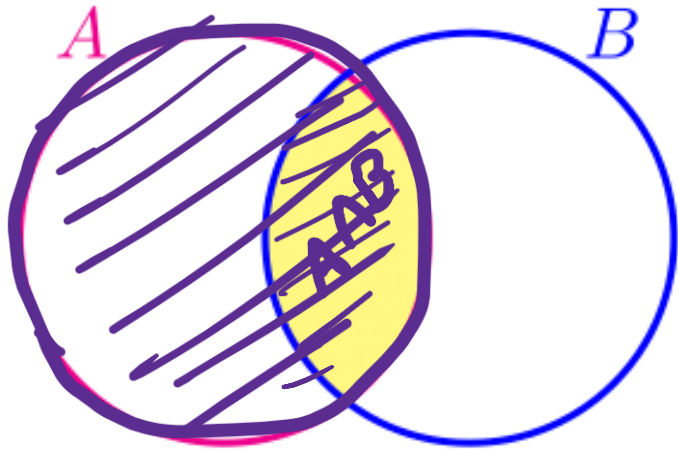
$\{3, 6\}$

$$\{3, 6\} \cup \{3, 6\} = \{3, 6\}$$

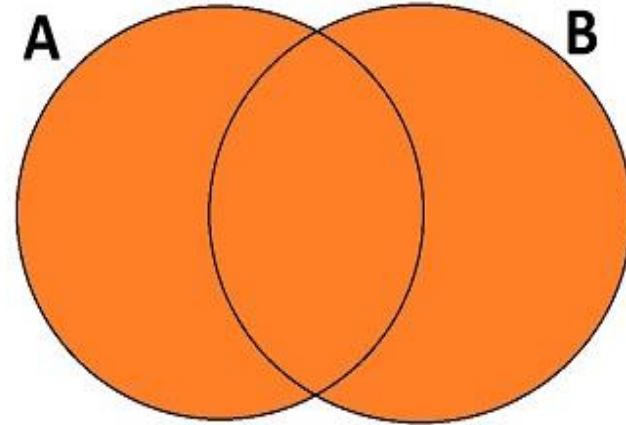


$$M \cap (P \cup M) = M$$

«قانون‌های جذب»



$$A \cup (A \cap B) = A$$

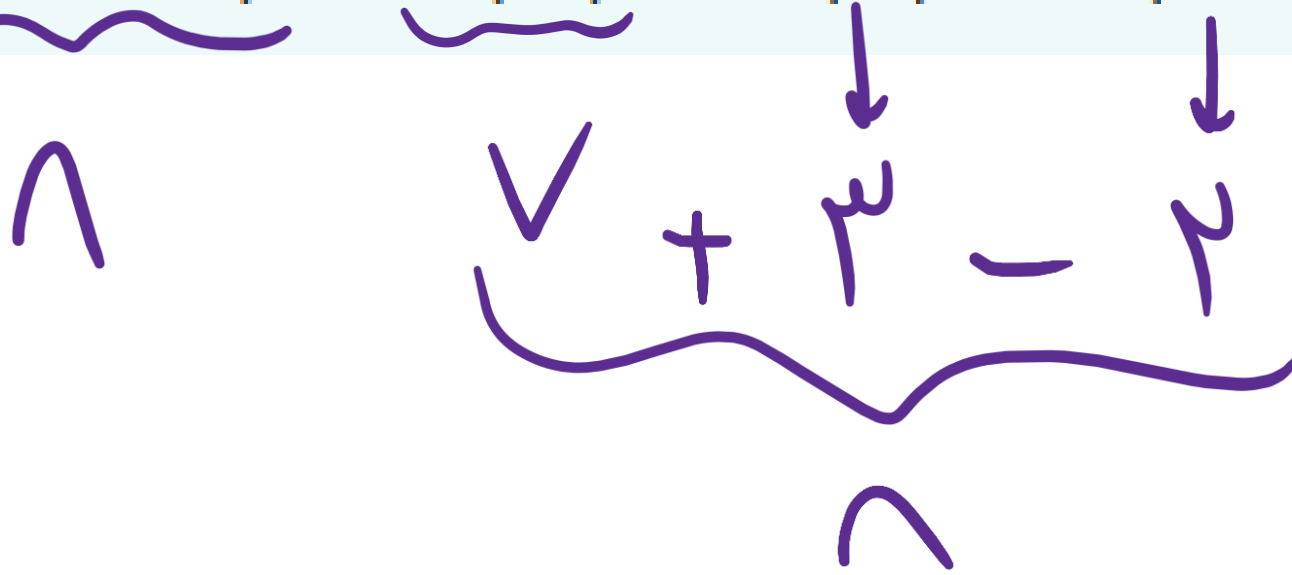
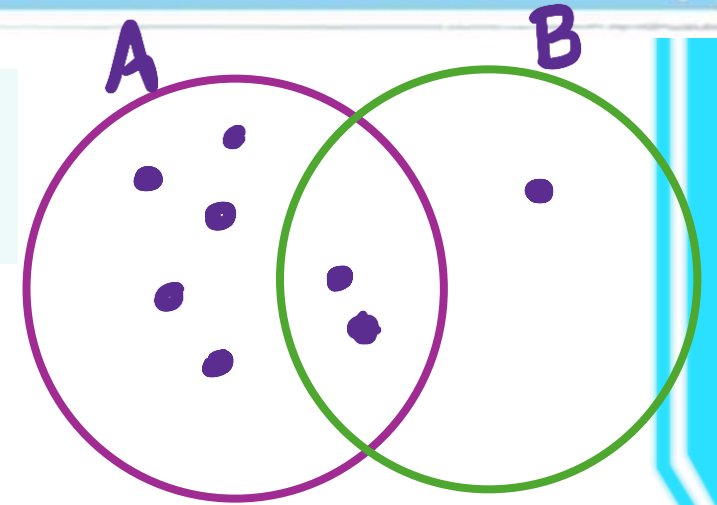


$$A \cap (A \cup B) = A$$

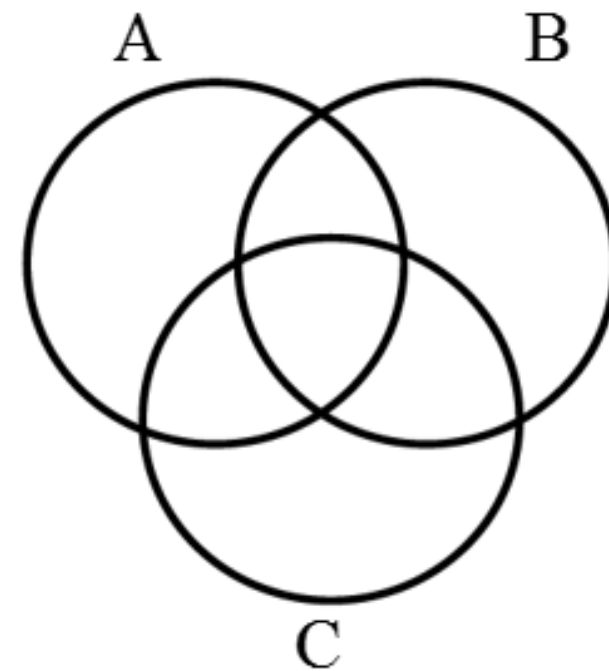
$$E \cup (F \cap E) = E$$



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



در میان اعداد ۱ تا ۲۱۰، چند عدد یافت می‌شوند که بر ۲ یا ۳ یا ۵ بخش پذیر باشند؟

۱۵۲ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۴۷ (۲)

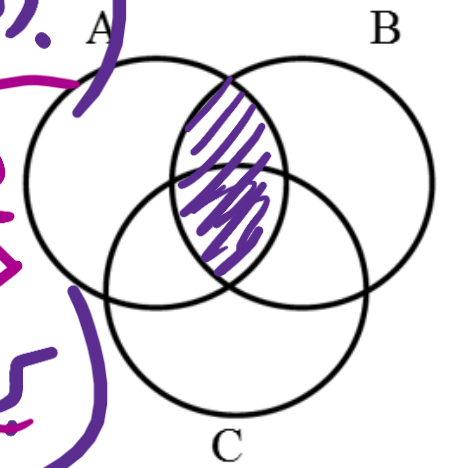
۱۴۸ (۱)

$$n(\text{بره یا بر۳ یا بر۲}) = n(\text{بر۲}) + n(\text{بر۳}) + n(\text{بره})$$

۲۱۰
۱۲
→ اعداد طبیعی

۲۱۰
۱۳
□

۲۱۰
۱۵
◇



$$- n(\text{بره و بر۳}) - n(\text{بره و بر۲}) - n(\text{بر۳ و بر۲})$$

۶
۲۱۰
۱۶

۱۱۰
۲۱۰
✓

۱۱۵
۲۱۰

$$+ n(\text{بره و بر۳ و بر۲})$$

۳۰
۲۱۰





۱۲ زیج = فرد + فرد
۱۲ زیج = زیج + زیج

قسمت دوم: احتمال

در پرتاب دو تاس احتمال اینکه جمع اعداد رو شده یا ضرب اعداد رو شده اول باشد، چه قدر است؟

$$\frac{15}{36} (4)$$

$$\frac{17}{36} (3)$$

$$\frac{21}{36} (2)$$

$$\frac{19}{36} (1)$$

$$\frac{19}{36}$$

$S =$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)



در ظرفی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه و ۱ مهره سبز موجود است. در ظرف دیگر ۶ مهره سفید و ۲ مهره سبز قرار دارد. به تصادف از هر ظرف ۱ مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال رنگ این مهره ها متفاوت است؟

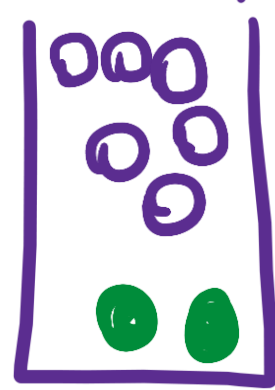
با کدام احتمال مهره ها هم رنگ هستند؟

۱ $\frac{19}{40}$

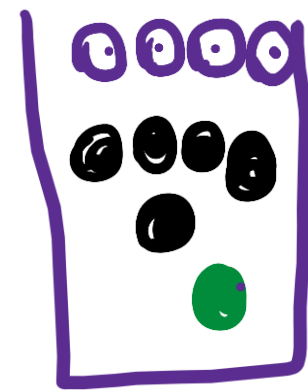
۲ $\frac{21}{40}$

۳ $\frac{23}{40}$

۴ $\frac{27}{40}$



ظرف ۲



ظرف ۱

دومی سبز و اولی سبز یا دومی سفید و اولی سفید

$$\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{2}{6} \right)$$

هم رنگ

$$\frac{13}{40} = \frac{1}{40} + \frac{12}{40}$$

$$\frac{13}{40} - \frac{1}{40} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

هم رنگ بودن



متفاوت بودن



یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک پرتاب، احتمال وقوع عدد بزرگ‌تر از ۳ کدام است؟

$$P(\text{زوج}) = 3 \times P(\text{فرد})$$

$$P(\text{زوج}) = n$$

$$P(\text{فرد}) = 3n$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$n + 3n + n + 3n + n + 3n = 1$$

$$12n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{12}$$

$$P(\text{زوج}) = 3 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$



امیر، علی و رضا سه دوست هستند. کدام احتمال زیر از بقیه بیش تر است؟

هر سه دوست، در روز جمعه به دنیا آمده باشند.

هر سه دوست در روزهای مختلف هفته به دنیا آمده باشند.

هر سه دوست در یک روز هفته به دنیا آمده باشند.

احتمال هر سه مورد ذکر شده برابر است.

جمع ۱ - - - - - ۱
یا نه یا نه یا نه یا نه یا نه

$\frac{1}{49} + \frac{1}{49} + \frac{1}{49} + \dots + \frac{1}{49}$

رضا و علی و امیر جمع
 $\frac{1}{49} \times \frac{1}{49} \times \frac{1}{49} = \frac{1}{49^3}$

$\frac{7}{49} \times \frac{6}{49} \times \frac{5}{49} = \frac{30}{49^3}$

$\frac{1}{49} \times \frac{7}{49} = \frac{7}{49^2}$

هفتاد و نه

$\frac{7}{49} \times \frac{6}{49} = \frac{42}{49^2}$



$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

تفاضل مستقیمان A و B : نکلے

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$\frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$p(A - B) = p(A) - p(A \cap B)$$

۲۲. ۳۲.

۲۲. ۳۳.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$



$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

احتمال (زمان، محیط و مساحت)

نقطه‌ای به تصادف داخل مربعی به ضلع ۴ واحد انتخاب می‌کنیم. احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از نزدیک‌ترین رأس مربع، کوچک‌تر از ۲ باشد، چه قدر است؟



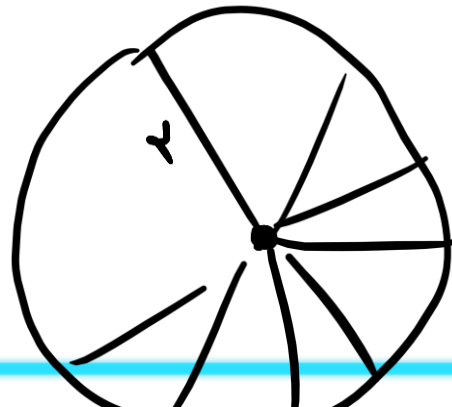
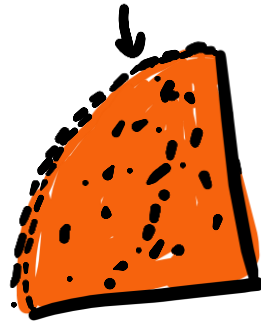
$$\frac{\pi}{6} \text{ (4)}$$

$$\frac{\pi}{5} \text{ (3)}$$

$$\frac{\pi}{4} \text{ (2)}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{ (1)}$$

$$P(A) = \frac{\text{مساحت ۴ ربع دایره}}{\text{مساحت مربع}}$$



$$= \frac{\text{مساحت ۴ ربع دایره}}{\text{مساحت مربع}} = \frac{4 \times \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2}{4 \times 4} = \frac{\pi}{4}$$



استاد وحید اسدی کیا





استاد وحید اسدی کیا



کدام گزینه مجموعه‌ی اعداد گویا را نشان می‌دهد؟

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a \neq 0\}$ ۲

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}, a \neq 0\}$ ۱

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ ۴

$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0\}$ ۳

گویا: $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$
 $2 \in \mathbb{Z}$
 $-3 \in \mathbb{Z}$
 گویا: $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 1}{3 \times 1} = \frac{2}{3}$
 گویا: $\frac{2}{3}$



با توجه به دو عبارت $A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\dots}}}}$ و $B = 1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{1 + \frac{2}{\dots}}}$ کدام عبارت زیر درست است؟

IMO

$$B = 1 + \frac{2}{B}$$

$$B = 2 \Rightarrow 2 = 1 + \frac{2}{2} = 2 \Rightarrow B = 2 \in \mathbb{Q}$$

$$B^2 = B + 2 \Rightarrow B^2 - B - 2 = 0 \Rightarrow (B - 2)(B + 1) = 0$$

$$A = 1 + \frac{1}{1 + A} \Rightarrow \frac{A - 1}{1} = \frac{1}{1 + A} \Rightarrow A^2 - 1 = 1 \Rightarrow A^2 = 2 \Rightarrow A = \pm \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

$$A = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\dots}}}}$$

- 1 ☒ A عددی گویا و B عددی غیر گویا است.
- 2 ☒ A عددی غیر گویا و B عددی گویا است.
- 3 ☒ A و B، اعدادی غیر گویا هستند.
- 4 ☒ A و B، گویا هستند.



اگر a, b, c, d دو عدد d مثبت باشند -

اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو عدد گویا باشند و $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ آن گاه کدام یک از گزینه های زیر همواره درست است؟ $b, d \neq 0$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a}{b} + \frac{c}{d} < \frac{c}{d} \quad (2)$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (1)$$

$$\frac{a}{b} < \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{2} < \frac{c}{d} \quad (4)$$

$$\frac{a-c}{b-d} < \frac{a+c}{b+d} \quad (3)$$

$$* < \frac{*+\square}{2} < \square$$

$$\frac{2}{3} < \frac{2+5}{3+7} < \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{2+5}{3+7} < \frac{5}{7}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c \leftarrow$$

نکته:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

ترکیب در صورت

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

ترکیب در مخرج

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

تفضیل در صورت

تفاضل

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$$

تفضیل در مخرج

$$\frac{3}{5} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{3+5}{5} = \frac{4+10}{10}$$



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

نکۃ :

$$\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{e}{f}\right) = \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a-c-e}{b-d-f}$$

$$= \frac{a+c-e}{b+d-f} = \dots$$

$$\left(\frac{x}{y}\right) = \left(\frac{yz}{\Delta}\right) = \left(\frac{vy}{9 \times w}\right) = \frac{x+yz+vy}{y+\Delta+9w}$$



اگر $A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ باشد، آن گاه:

فدربست $x = -\frac{1}{2}$

روشی اول:

$$2A = 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots$$

$$+ A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$$

$$3A = 2 \Rightarrow A = \frac{2}{3}$$

۱) $\frac{1}{2} < A < 1$

۲) $0 < A < \frac{1}{2}$

۳) $1 < A < \frac{3}{2}$

۴) $-\frac{1}{2} < A < 0$

روشی دوم: فرمول حد مجموع

$1 < \text{فدربست} < 1$

اولین عدد

$$\text{مجموع} = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} = A$$



$$\sqrt{4} = 2 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} + \sqrt{9} = 5$$

$$\sqrt{4} = 2 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9} = 3 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{16} = 4 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{25} = 5 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{36} = 6 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{49} = 7 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{64} = 8 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{81} = 9 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{100} = 10 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{121} = 11 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{144} = 12 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{169} = 13 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{196} = 14 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{225} = 15 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{256} = 16 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{289} = 17 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{324} = 18 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{361} = 19 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{400} = 20 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{441} = 21 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{484} = 22 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{529} = 23 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{576} = 24 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{625} = 25 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{676} = 26 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{729} = 27 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{784} = 28 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{841} = 29 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{900} = 30 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{961} = 31 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1024} = 32 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1089} = 33 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1156} = 34 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1225} = 35 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1296} = 36 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1369} = 37 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1444} = 38 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1521} = 39 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1600} = 40 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1681} = 41 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1764} = 42 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1849} = 43 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{1936} = 44 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2025} = 45 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2116} = 46 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2209} = 47 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2304} = 48 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2401} = 49 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2500} = 50 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2601} = 51 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2704} = 52 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2809} = 53 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{2916} = 54 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3025} = 55 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3136} = 56 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3249} = 57 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3364} = 58 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3481} = 59 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3600} = 60 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3721} = 61 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3844} = 62 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{3969} = 63 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4096} = 64 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4225} = 65 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4356} = 66 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4489} = 67 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4624} = 68 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4761} = 69 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{4900} = 70 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5041} = 71 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5184} = 72 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5329} = 73 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5476} = 74 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5625} = 75 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5776} = 76 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{5929} = 77 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{6084} = 78 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{6241} = 79 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{6400} = 80 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{6561} = 81 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{6724} = 82 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{6889} = 83 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{7056} = 84 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{7225} = 85 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{7396} = 86 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{7569} = 87 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{7744} = 88 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{7921} = 89 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{8100} = 90 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{8281} = 91 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{8464} = 92 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{8649} = 93 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{8836} = 94 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9025} = 95 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9216} = 96 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9409} = 97 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9604} = 98 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{9801} = 99 = \text{گویا}$$

$$\sqrt{10000} = 100 = \text{گویا}$$

اگر a و b گویا باشند و داشته باشیم: $\sqrt{3(a+b-9)} = a+b-9$ در این صورت مجموع a و b چه قدر است؟

$$a+b = ?$$

$$0 \cdot x = \frac{0}{1} \in \mathbb{Q}$$

$$a+b-9=0$$

$$a+b=9$$

$$-2,5 = -\frac{5}{2}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a, b \in \mathbb{Z}$$



اعداد گویای اعشاری

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6} = 0.1\bar{6}$$

$$\frac{1}{3} = 0.\bar{3} = 0.3333...$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{3 \times 5} = 0.0\bar{6} = 0.06666...$$



۱- خارج را بجزیره می کشیم : فقط عامل های ۲ و ۵
مختوم یا تحصیل می ماند $\frac{1}{6} = 0.1\bar{6}$

۲- در بجزیره خارج عامل های اول غیر از ۲ و ۵ باشد
مانند $\frac{1}{3} = 0.3333...$ اعداد اعشاری متناوب ساده

۳- در بجزیره خارج عامل های ۲ و ۵
و هم عامل های اول دیگر وجود دارد
مانند: متناوب مرکب

۸ و ۹

کسر $\frac{72}{25 \times 3^a \times 5^2}$ به ازای چه تعداد عدد طبیعی a ، متناوب نیست؟

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3^2 \\ \hline 2^5 \times 3^a \times 5^2 \end{array}$$

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3^1}$

~~$a \neq 0$~~ , $a=1, a=2$

$3^0 = 1$

~~$3^2 = 9$~~

~~$3^3 = 27$~~



معنا منقول
حقیقی است
نفاذ در این قواعد ملایم است
دارند باین

عدد اعشاری متناوب مرکب
 با عدد $0.\overline{583}$ برابر باشد؟
 a چند باشد تا کسر تحویل ناپذیر

$$\frac{3a+4}{5a+7}$$

$$\frac{3a+4}{5a+7} \neq \frac{1}{12} \Rightarrow 12 \times (3a+4) = 5a+7$$

- 1
- 2
- 3
- 4

اولی کسری
 $0.\overline{583}$
 $9 \cdot 0.\overline{583} = 5.83\overline{}$

$A = 0.583333\ldots$

$a=1$

$$\begin{array}{r} 1000A = 583.333\ldots \\ - 1000A = 58.333\ldots \\ \hline \end{array}$$

$$900A = 583 - 58 \Rightarrow A = \frac{525}{900} = \frac{7}{12}$$

$$A = \frac{525}{900} = \frac{7}{12}$$



کدام یک از کسرهای به ازای هیچ مقدار طبیعی a برابر یک عدد اعشاری مختوم نیست؟

$$\frac{1}{7a+1} \quad (4)$$

$$\frac{1}{10a+1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2a+1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5a+1} \quad (1)$$

$\frac{1}{7a+1} = \frac{1}{7}$ (مختوم)
 باز باقی می ماند
 حاصل ۵ باقی می ماند

$\frac{1}{2a+1} = \frac{1}{5}$ (مختوم)
 باز باقی می ماند

$\frac{1}{5a+1} = \frac{1}{14} = \frac{1}{2^2 \times 7}$ (مختوم)
 باز باقی می ماند



طول دوره گردشی ۲ ← ۱, ۷۳۵ ۳ ۱۲۸ / — طول دور گردشی ۴

اگر طول دوره‌ی گردش در نمایش اعشاری عدد a و b به ترتیب برابر ۲ و ۳ باشد،
طول دوره‌ی گردش در نمایش اعشاری عدد $a+b$ کدام است؟

$$a = 0.\overline{1212121212} \dots$$

$$b = 0.\overline{3737373737} \dots$$

$$a+b = 0.\overline{158249158249} \dots$$

۱

۲

۳

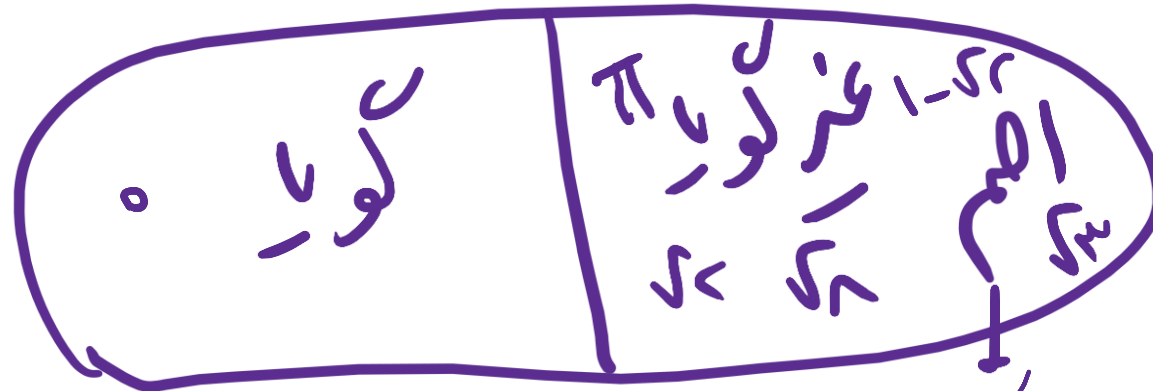
۴



اعداد $\mathbb{C}$ مضبوط $\rightarrow$ دانشگاه $\mathbb{C} \in \mathbb{R}$

قسمت دوم: مجموعه‌ی اعداد حقیقی

$\mathbb{R}$



غیرکوتا = اتم یا کندر

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$



کدام نسبت همواره گنگ (اصم) است؟

۱- نسبت قطر مربع به ضلع آن

۲- نسبت ضلع مثلث متساوی الاضلاع به ارتفاع آن

۳- نسبت مساحت مربع به محیط آن

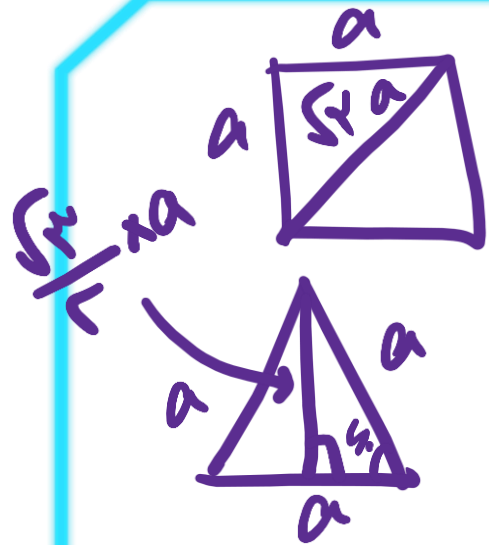
۴- گزینه‌های (۱) و (۲)

(تیزهوشان) $\frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2}$

$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\frac{a \times a}{4a} = \frac{a}{4}$

$a^2 \rightarrow 4a$



اگر a^3 عددی گویا و b^5 عددی گنگ باشد، کدام گزینه درست است؟

۱ $a^2 + b^{10}$ گویاست. ☒

۳ $a^3 + b^5$ گویاست. ☒

گنگ + گویا = گنگ

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{b^5} \\ & \sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{b^5} \\ & \sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{b^5} \\ & \sqrt[5]{a^3} \sqrt[5]{b^5} \end{aligned}$$



استاد وحید اسدزکیا



۲ $a^3 b^5$ گنگ است. ☒

۴ $\frac{a^6 + 1}{b}$ گنگ است. ☒

ل گویا است.

الگنگ $a = \sqrt[5]{a^5}$

- برای هر عدد طبیعی n مجموعه M_n را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:
- $$M_n = \{x \in \mathbb{R} \mid -n \leq x \leq n\}$$
- $M_a \subseteq M_b$
 - $M_a \cup M_b = M_a$
 - فرض کنید $a > b > c$. چه تعداد از عبارتهای مقابل همواره درست هستند؟
 $(M_c - M_b) \subseteq (M_c - M_a)$
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر



$$۱) |x| = |-x|$$

نکته: $|۵| = |-۵|$ →

$$۲) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

$$\left| \frac{-۳}{۵} \right| = \frac{|-۳|}{|۵|}$$

$$|-۷| = +۷$$

$$۳) |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$



$$|-۳ \times ۵| = |-۳| \times |۵|$$

$$|-۲| = +۲$$

$$|۰| = ۰$$

$$|+۶| = +۶$$



$$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$$

ساده شده‌ی عبارت $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$ برابر است با:

۲√۲ (۴)

-۲√۳ (۳)

صفر (۲)

یک (۱)

زوج (۵) = (-۵)
زوج (۵) = (-۵)

$$\underbrace{\sqrt{2}-\sqrt{3}}_{\text{مثبت}} - \underbrace{\sqrt{3}-\sqrt{2}}_{\text{منفی}}$$

$$(\sqrt{2}-\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-\sqrt{2})$$

$$= \cancel{\sqrt{2}} + \cancel{\sqrt{3}} - \sqrt{3} - \cancel{\sqrt{2}} = 0$$



تعداد جواب‌های معادله‌ی $1 + |x + 2| = 7$ برابر است با:

۴ جواب ندارد.

۳

۲

۱

$$|1 + |x + 2|| = 7$$

عقبات $1 + |x + 2| = -7$

$1 + |x + 2| = 7$

$$|x + 2| = 6 \Rightarrow x + 2 = 6 \Rightarrow x = 4$$
$$|x + 2| = 6 \Rightarrow x + 2 = -6 \Rightarrow x = -8$$



کدام گزینه جواب معادله $|2x - 3| = |7 - 3x|$ است؟

$$x = -4$$

۴

$$x = 2$$

۳

$$x = -4 \text{ یا } x = 2$$

۲

$$x = 2 \text{ یا } x = 4$$

۱

$$|a| = |a|$$
$$|a| = |-a|$$

$$2x - 3 = 7 - 3x \rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$$
$$2x - 3 = -(7 - 3x)$$
$$2x - 3 = -7 + 3x$$
$$-x = -4 \Rightarrow x = 4$$



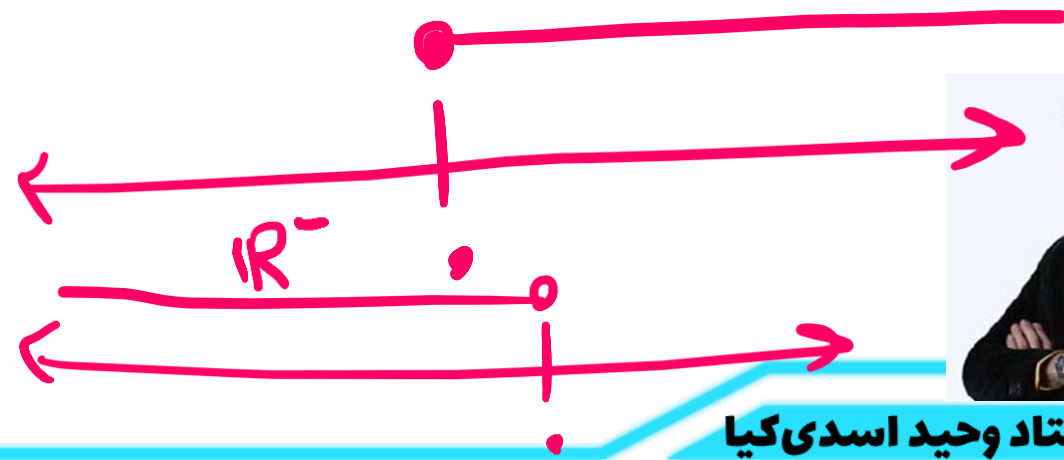
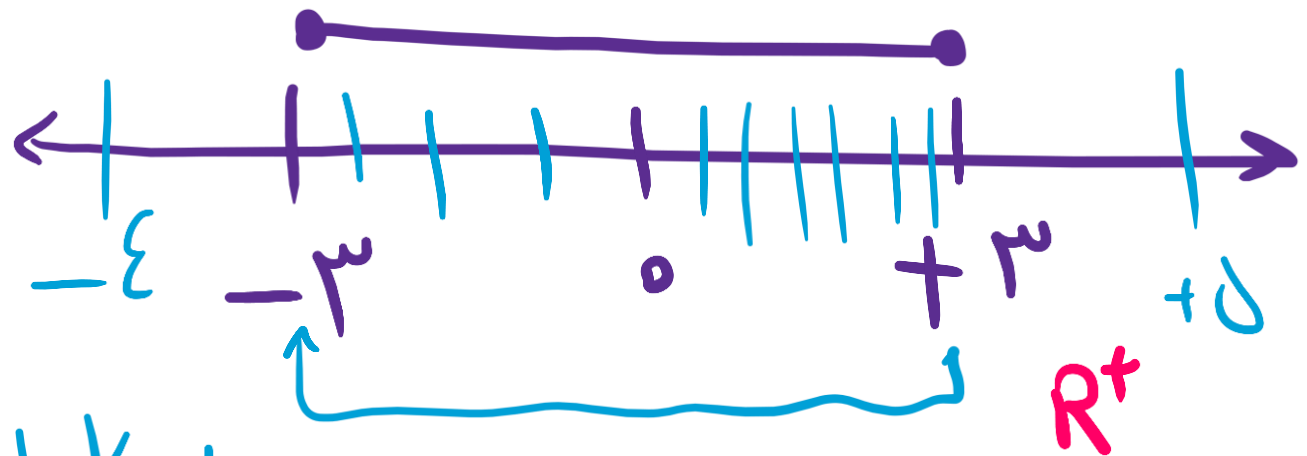
نکته: اگر $a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ باشد همواره داریم: $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$

مثال: $|x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$

$|x| \leq 3 \Rightarrow$

$\underbrace{|-4|}_{+4} \not\leq 3$

$|+5| \not\leq 3$

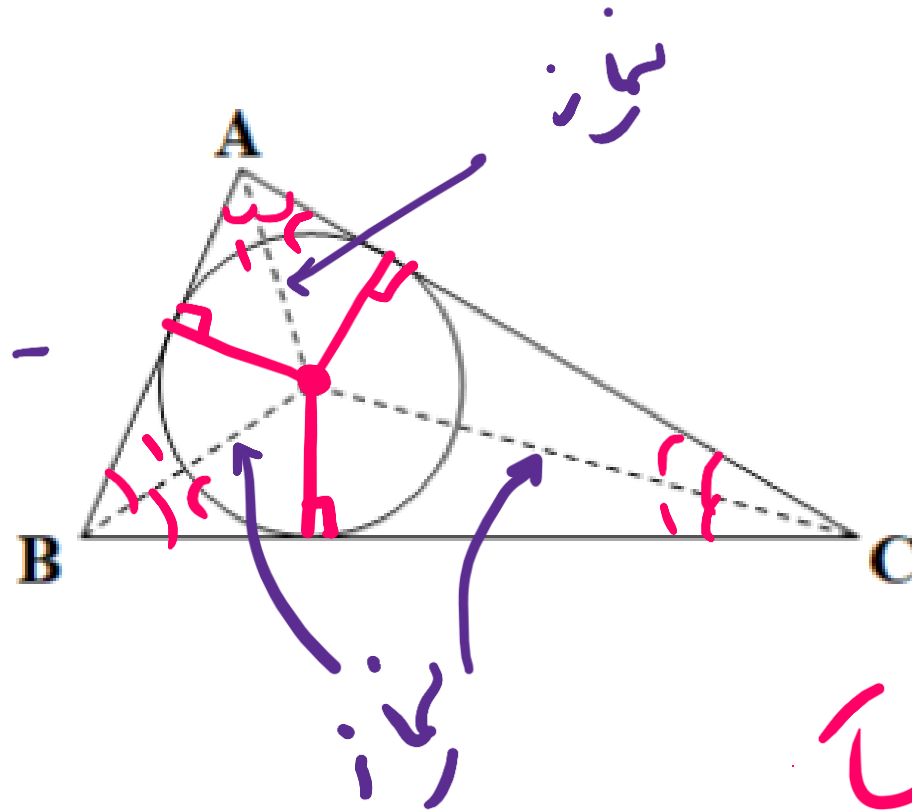


فصل ۳

استدلال و اثبات در هندسه



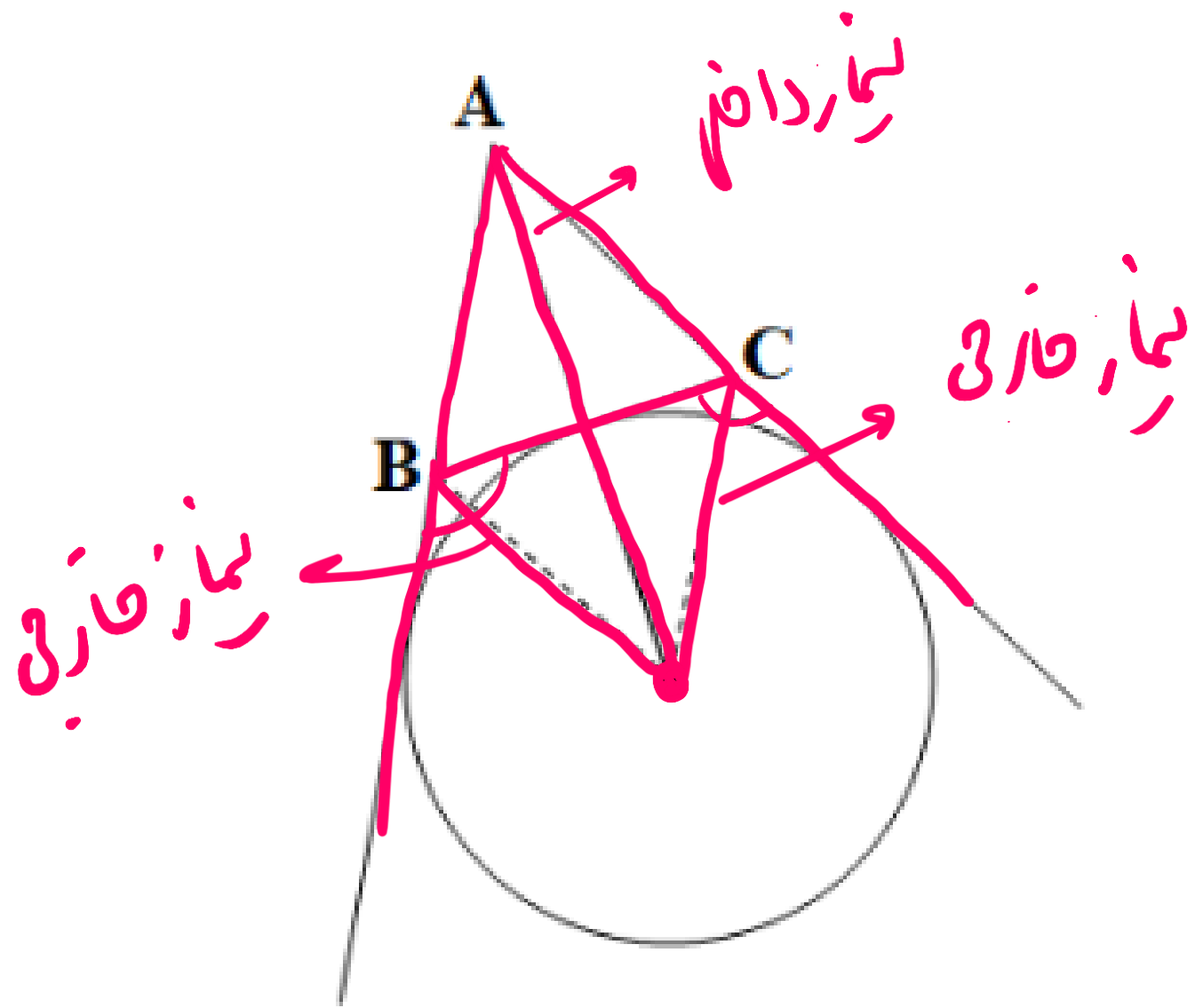
همرسي و نقطه‌ي تلاقي



نکته: نقطه برخورد سه نیم‌خط‌های
داخلی و مسدود مرکز
دایره‌ی محاطی آن است



نکته :



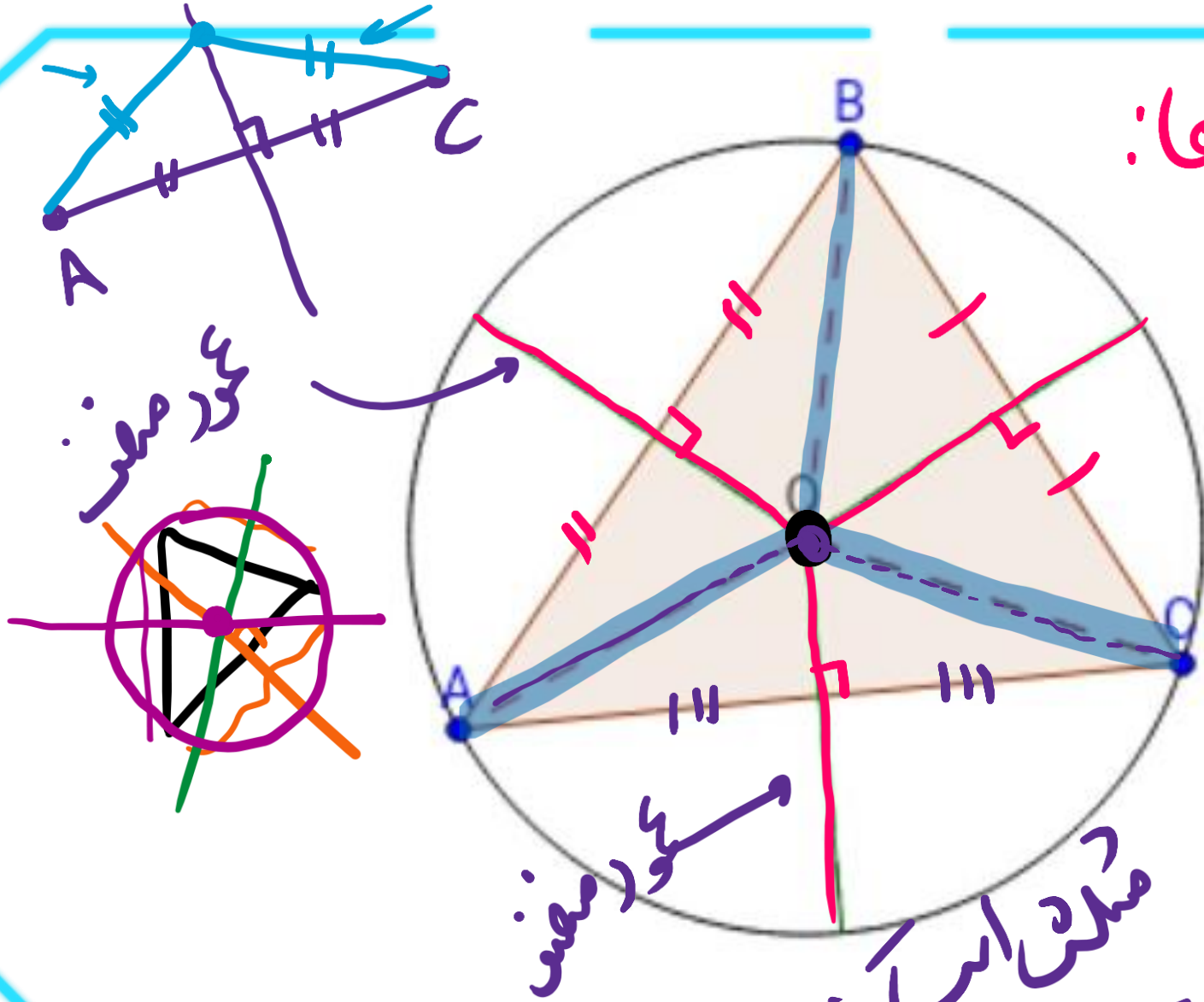
نقطه‌ای بر کورد عبور می‌دهیم:

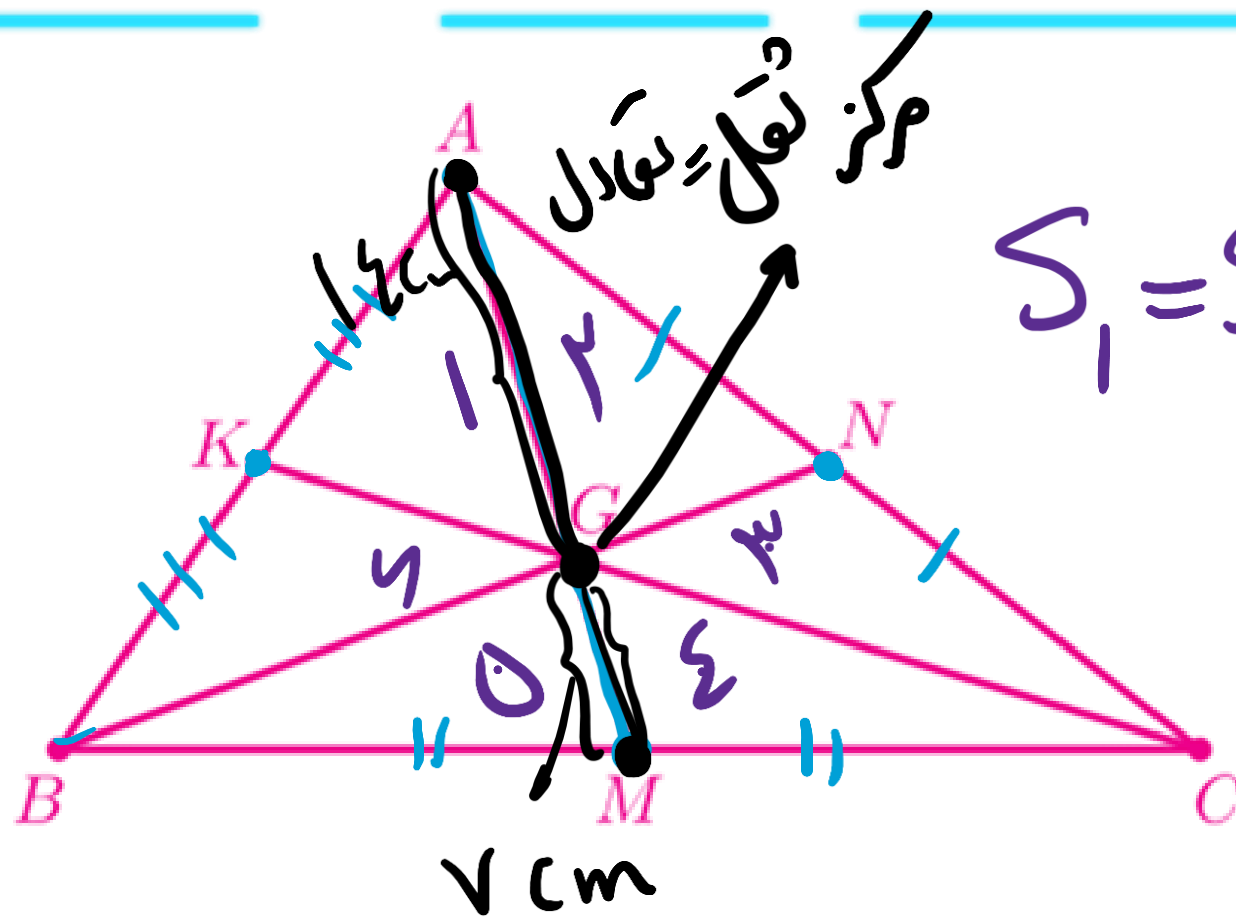
نکته: نقطه‌ای بر کورد

عبور می‌دهیم و می‌بینیم

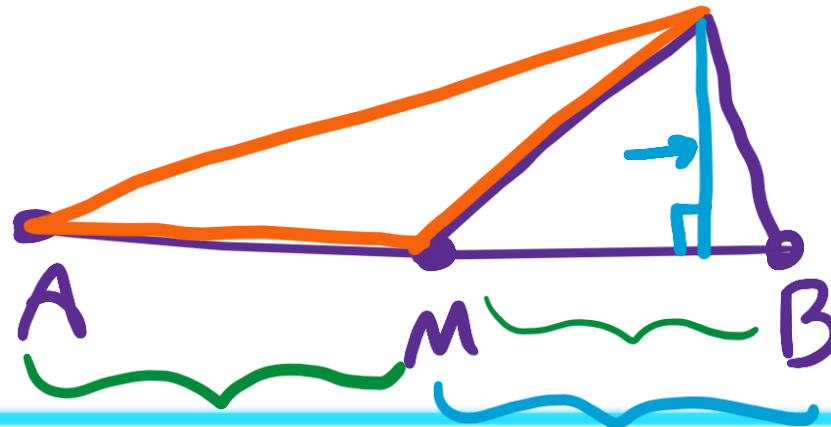
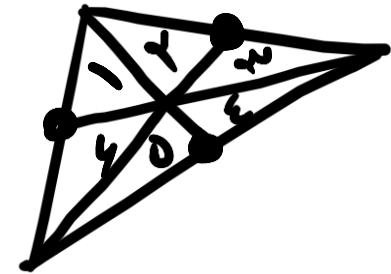
مستقیم، مرکز دایره‌ای خطی

خطی دایره‌ای که از سر آن می‌گذرد.



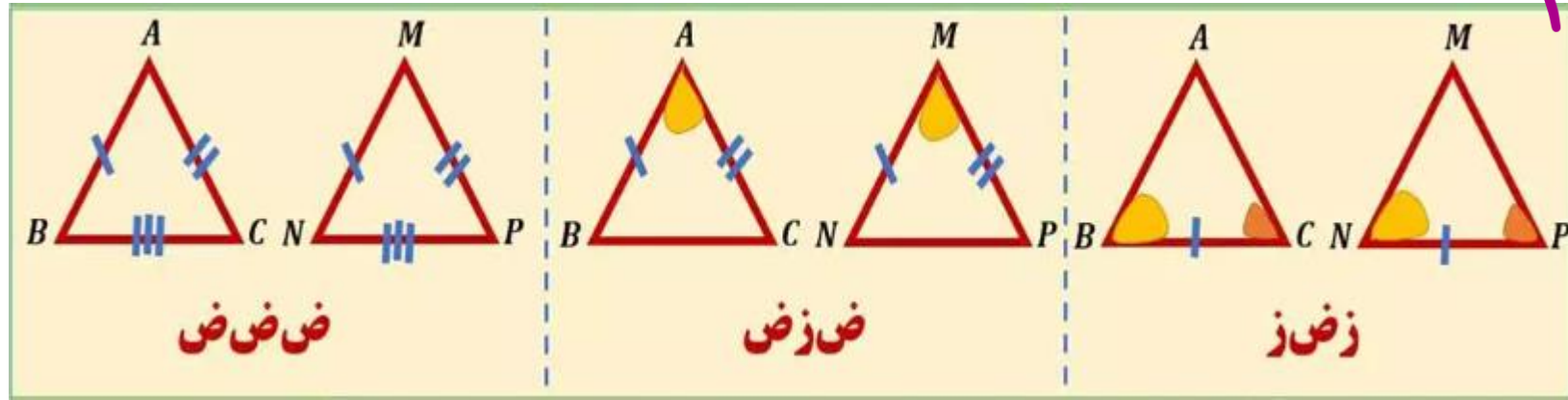


$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

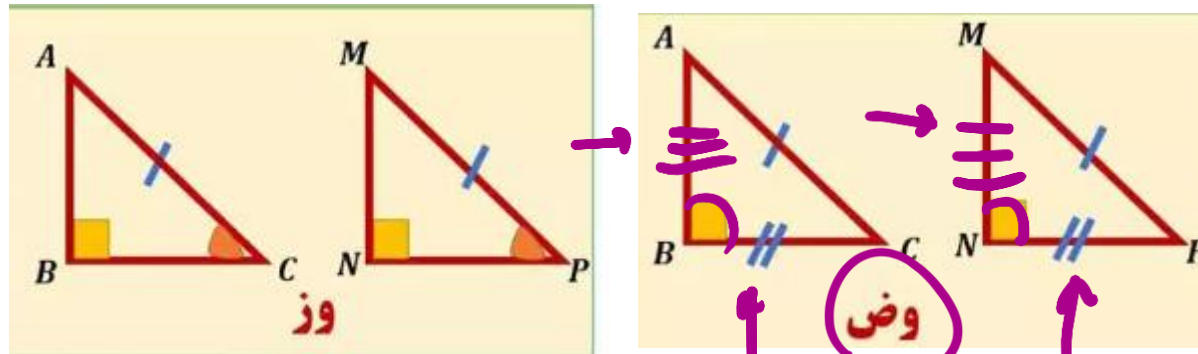


مستند دم قائم الزاویه

همنہشتی



صفا کار قائم الزاویه



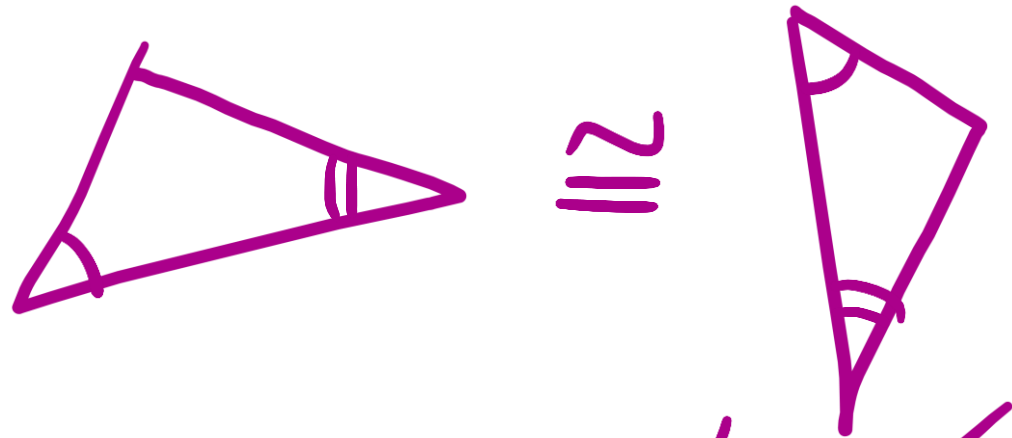
صفا کار قائم الزاویه

استاد وحید اسدی کیا



نکته :

اگر محیط و دو زاویه از مثلثی با محیط و دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، دو مثلث همنهشت اند.



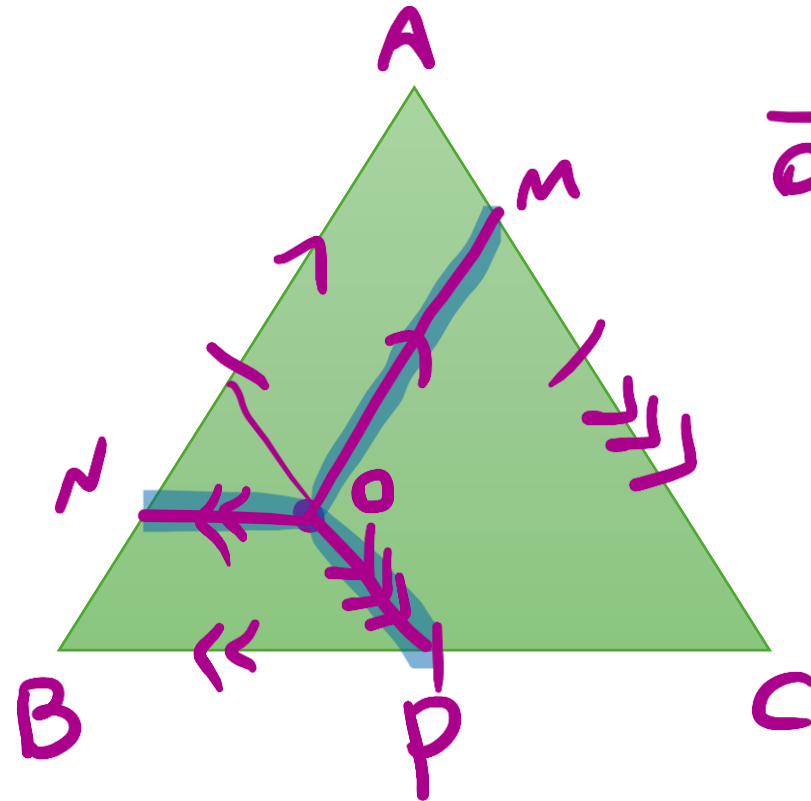
نکته : اگر محیط دو مثلث با هم برابر و یک زاویه از آن‌ها نیز با هم برابر باشد، باید دو مثلث بالکلیلاً همنهشت بنالند.



۵۱. از نقطه‌ی O واقع در درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، خطوطی به موازات اضلاع AB و AC و BC رسم می‌کنیم تا اضلاع BC ، AB و AC به ترتیب در نقاط M ، N و P قطع شوند. در این صورت اندازه‌ی $\overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OP}$ برابر است با:

(کنکور + آزمون پیشرفت تحصیلی تیزهوشان)

۱) $\overline{AB}$ ۲) $2\overline{AB}$ ۳) محیط مثلث ABC ۴) نصف محیط مثلث ABC

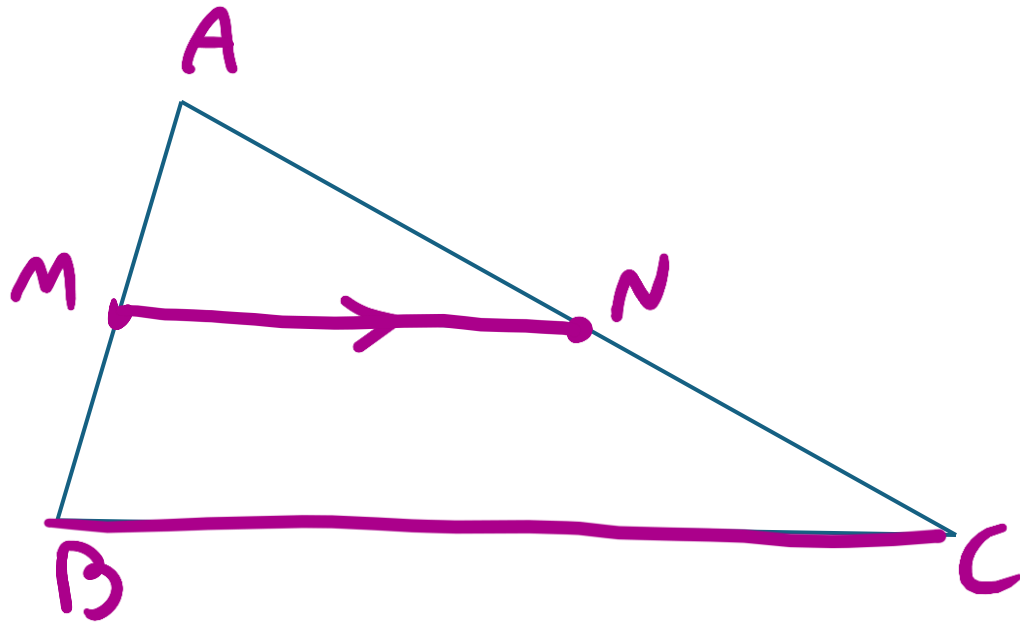


$$\overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OP} = \text{یک ضلع}$$



نکته: پاره‌خطی که وسط دو ضلع از مثلثی را به هم وصل می‌کند، موازی و نصفِ ضلع سوم مثلث است.

توجه: به این نکته، قضیه‌ی میان خط در مثلث می‌گویند.

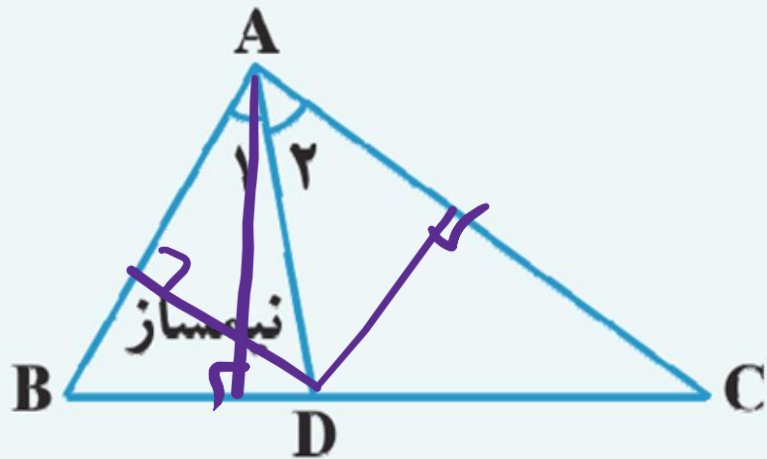


$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

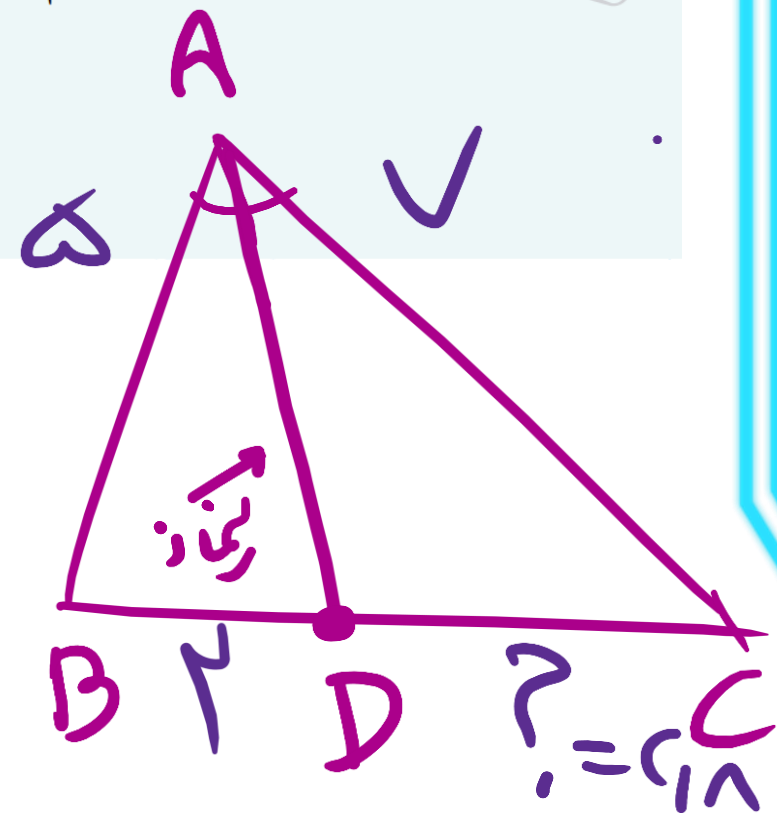


نکته

: در هر مثلث با رسم یکی از نیمسازها داریم:



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}$$



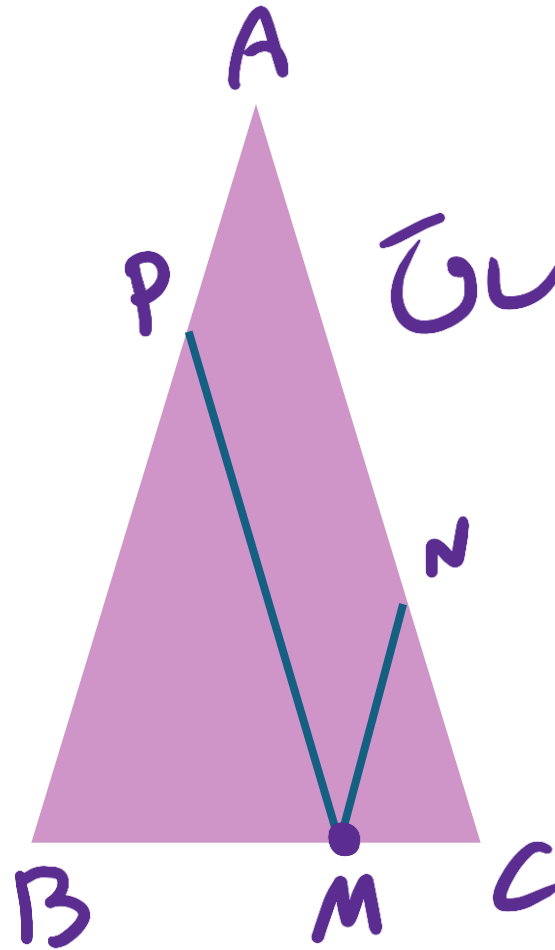
$$\frac{5}{7} = \frac{2}{?} = \frac{14}{8} = 1.75$$



استاد وحید اسدی کیا

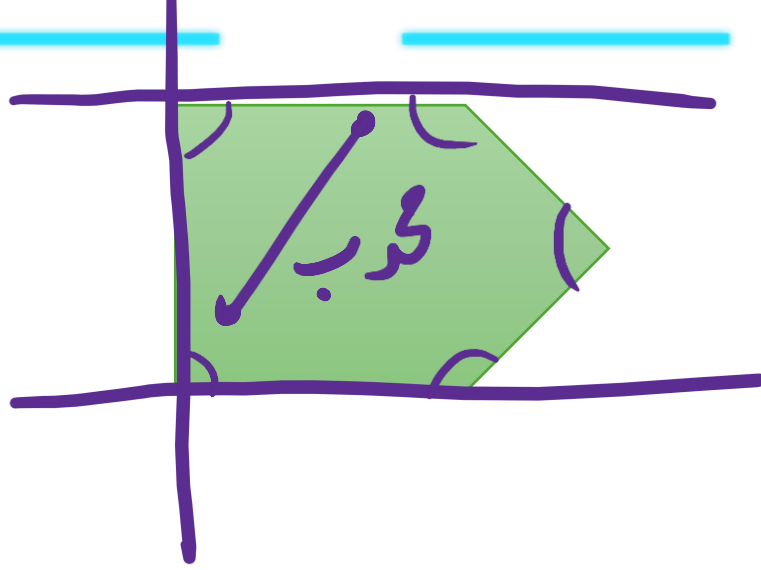


اگر از هر نقطه بر قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین، دو خط موازی با دو ساقِ آن رسم کنیم، متوازی‌الاضلاعی به وجود می‌آید که محیط آن با مجموع دو ساقِ مثلث برابر است.



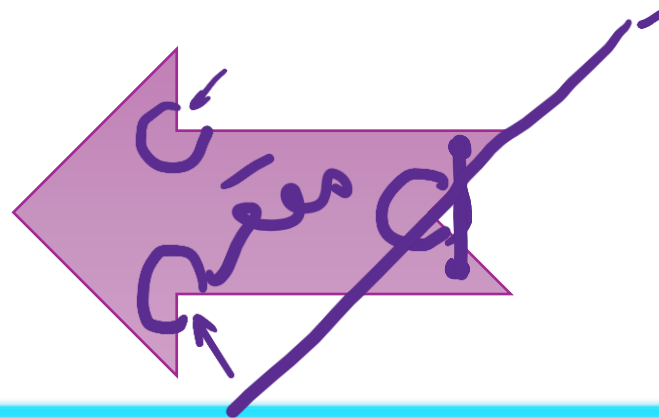
محیط $APMN =$ مجموع دو ساق





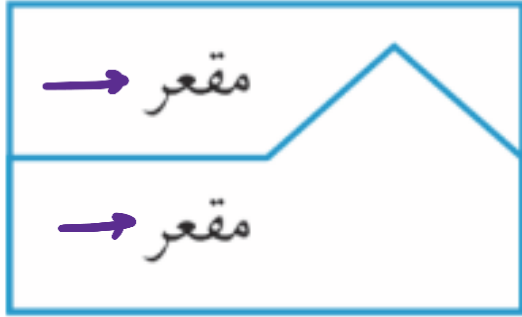
چند ضلعی محدب

یراکمرد.



استاد وحید اسدی کیا





محدب



مقعر

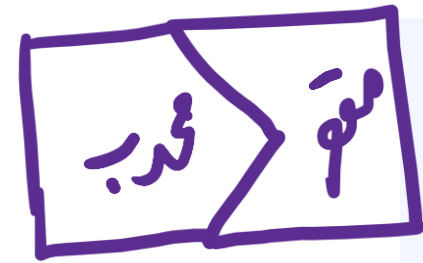


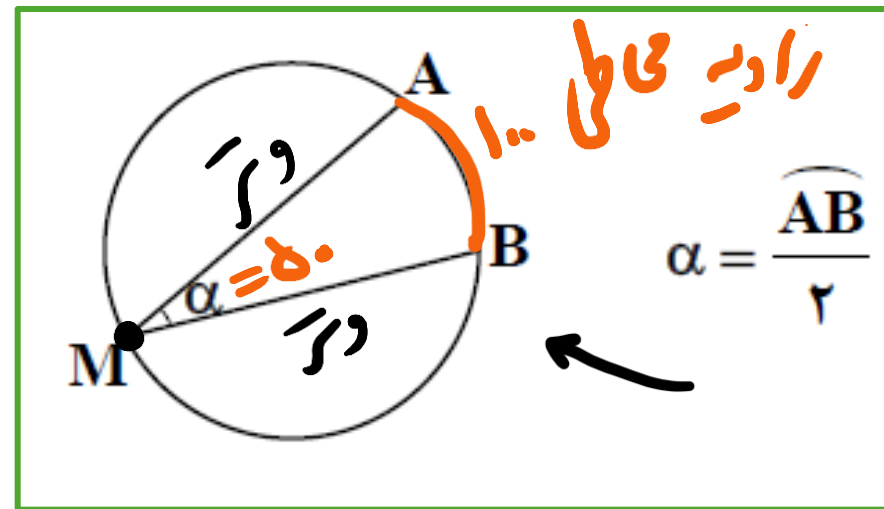
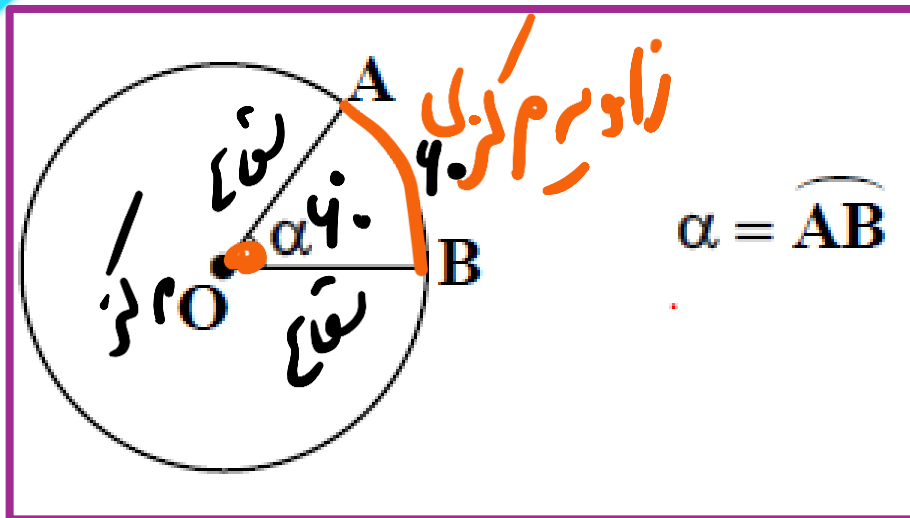
مقعر

محدب + مقعر = مقعر

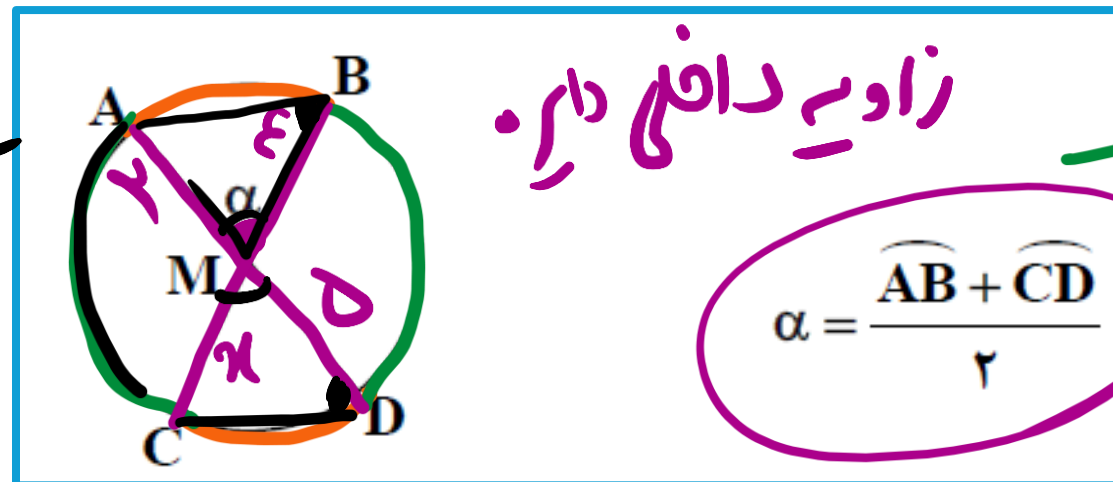
محدب + محدب = محدب

محدب + محدب = محدب





$$\overline{MA} \times \overline{MD} = \overline{MB} \times \overline{MC}$$



نکته

$$2 \times 5 = 2 \times 3$$

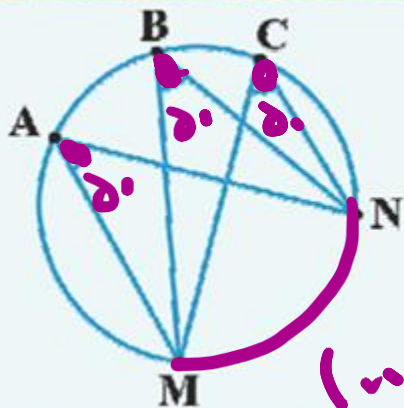
$$\alpha = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$



نکته

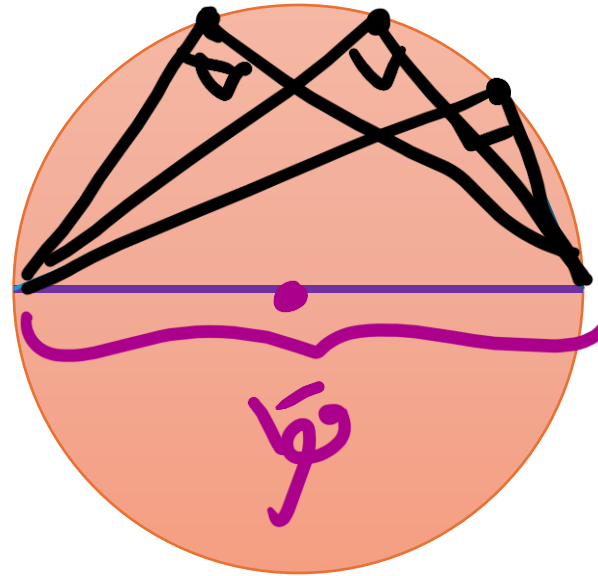
! زاویه‌های محاطی رو به یک کمان در دایره، با هم برابرند:

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \frac{\widehat{MN}}{2}$$

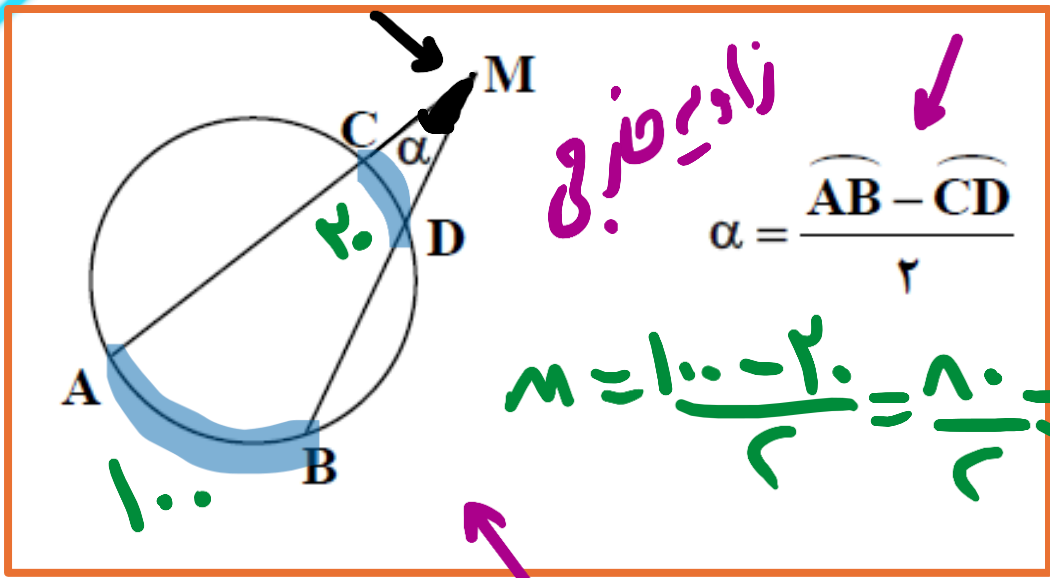


نکته

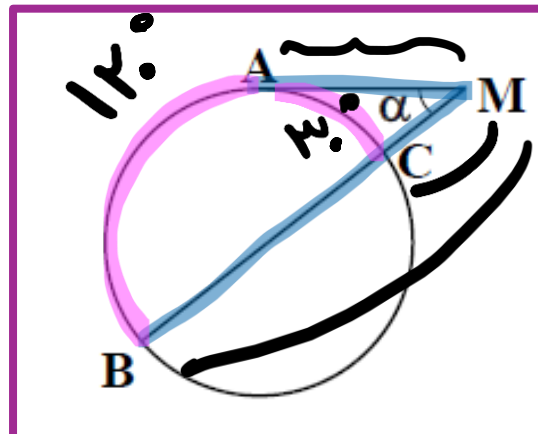
! اندازه‌ی هر زاویه‌ی محاطی روبه‌رو به قطر، 90° درجه است. پس می‌توان نتیجه گرفت مرکز دایره‌ی محیطی هر مثلث قائم‌الزاویه، وسط وترش است.



زاویہ خارجی با یک میوه کاس



$$m = \frac{100 - 20}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

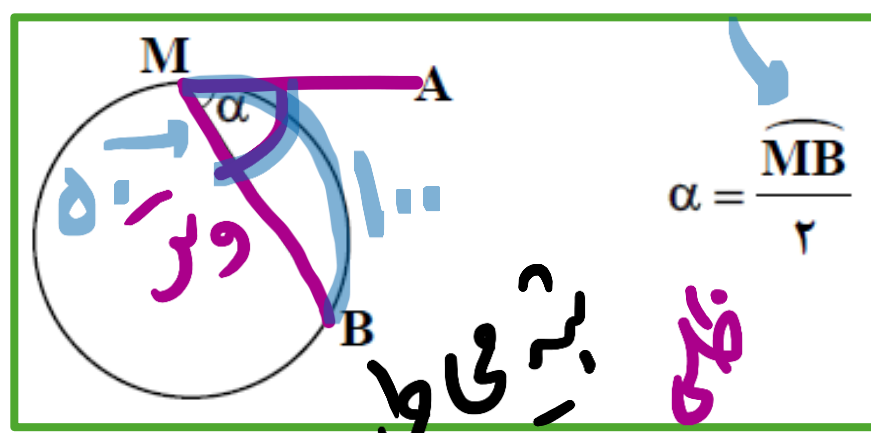


$$\overline{MA}^2 = \overline{MC} \times \overline{MB}$$

$$\alpha = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AC}}{2}$$

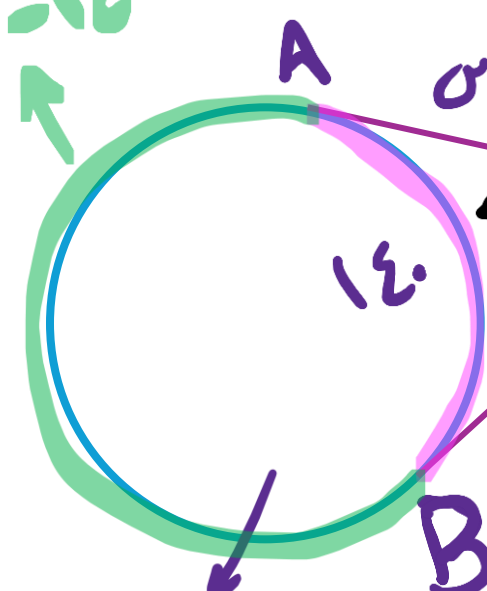
$$\frac{120 - 20}{2} = 50$$

$$\overline{MC} \times \overline{MA} = \overline{MD} \times \overline{MB}$$



نظریه بی بی بی

۱۴۰ - ۲۴۰



زاویہ خارجی
بارد و فنی کاس



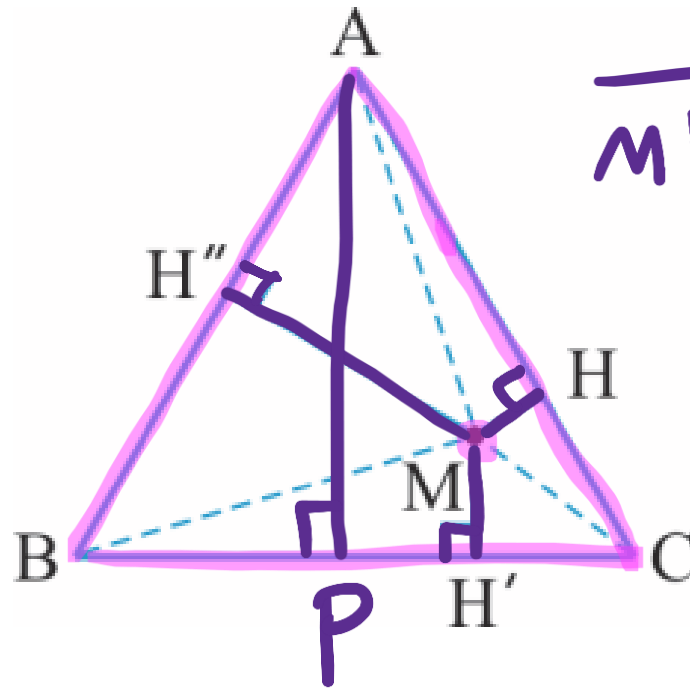
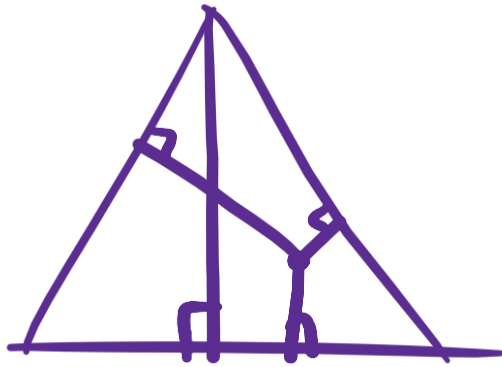
$$\widehat{M} + \widehat{AB} = 180$$

استاد وحید اسدی کیا





نکته: در هر مثلث متساوی الاضلاع، مجموع فاصله‌های هر نقطه (داخل مثلث) از سه ضلع مثلث، همواره با ارتفاع مثلث برابر است.



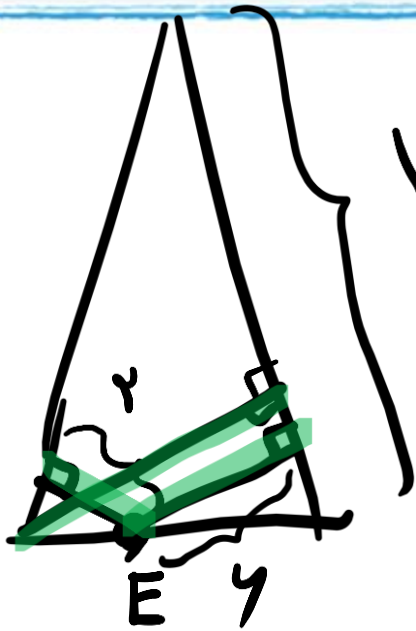
$$\overline{MH} + \overline{MH'} + \overline{MH''} = \overline{AP}$$

ارتفاع مثلث





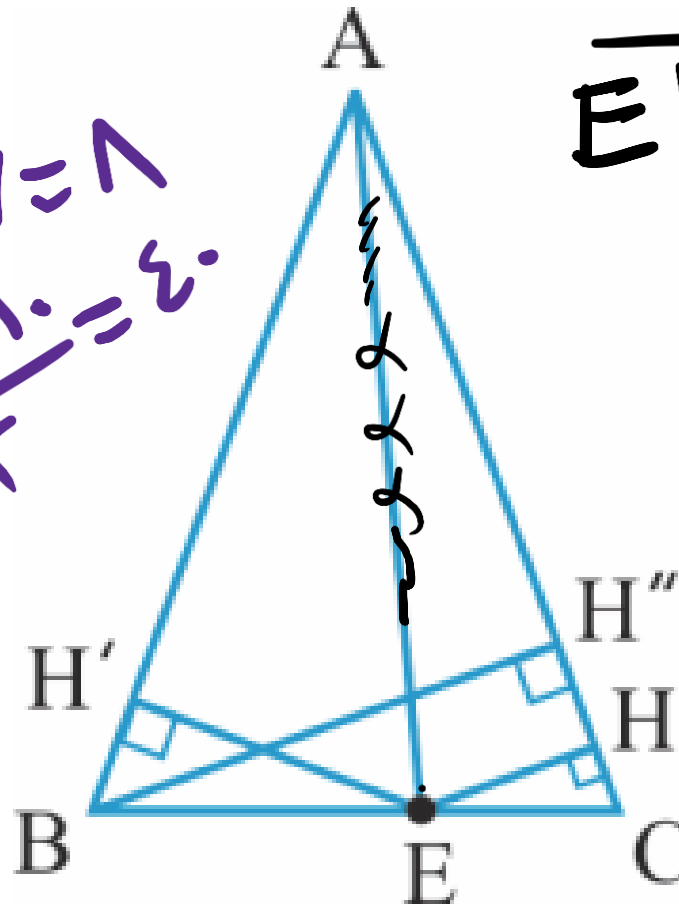
در هر مثلث متساوی الساقین، مجموع فاصله‌های هر نقطه واقع بر قاعده از دو ساق آن، با ارتفاع وارد بر ساق در این مثلث، برابر است.



۱.۵

$$۲+۴=۶$$

$$\frac{۶ \times ۱.۵}{۲}$$



$$\overline{EH} + \overline{EH'} = \overline{BH''}$$

اینجا هم با ما
هم با هم هستیم



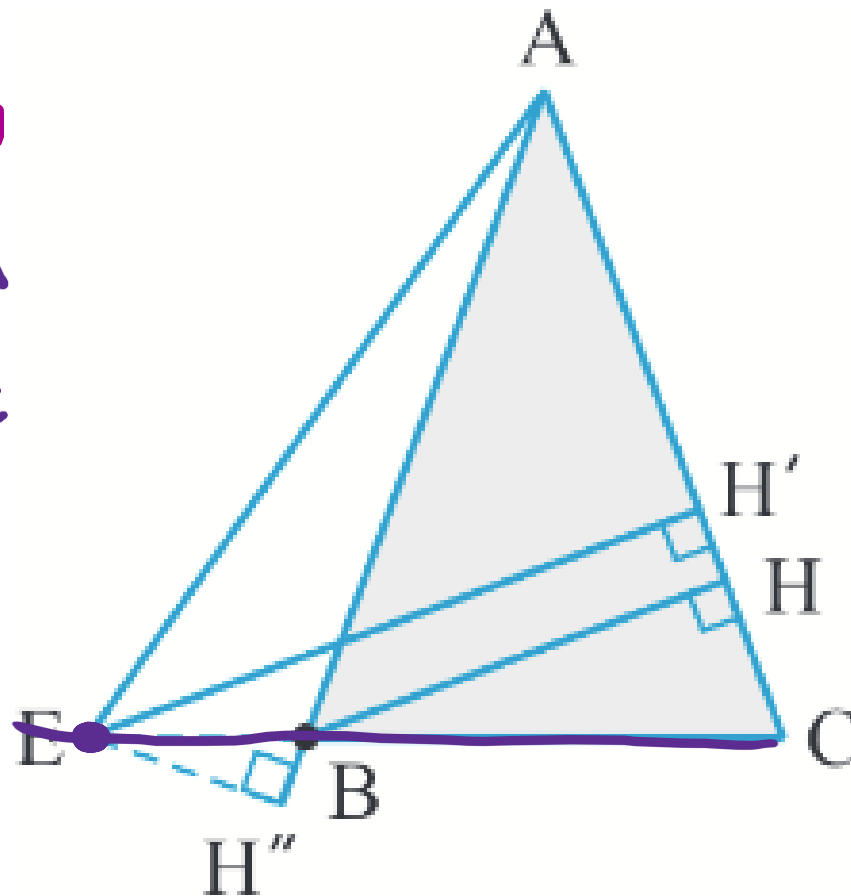
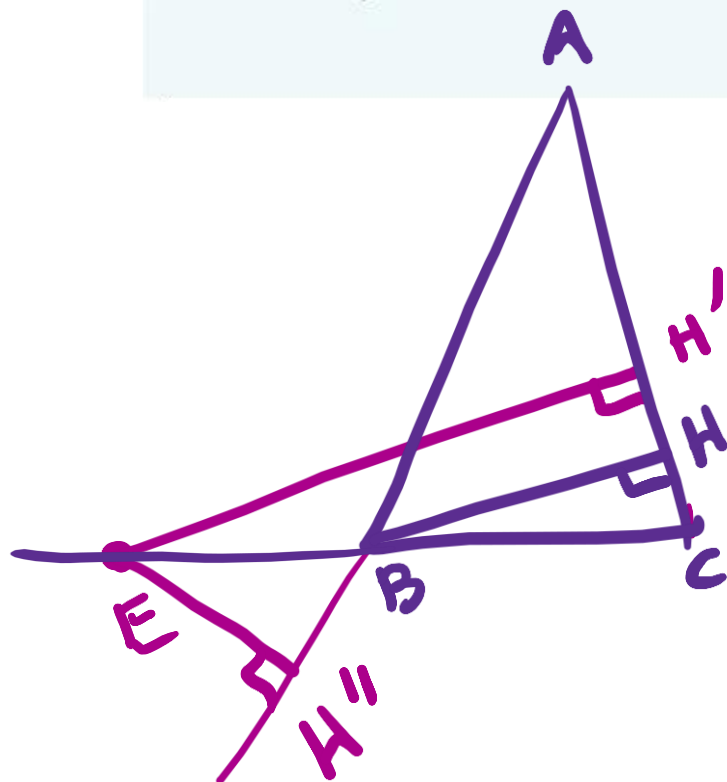
نکته

در هر مثلث متساوی الساقین، تفاضل فاصله‌های هر نقطه بر امتداد قاعده‌ی آن تا دو ساقِ مثلث، با ارتفاع وارد بر ساقِ مثلث برابر است.

$$\overline{EH'} - \overline{EH''} = \overline{BH}$$

اثبات: صاف

اثبات: مسطح



لصفوف $P =$ نصف $2P =$

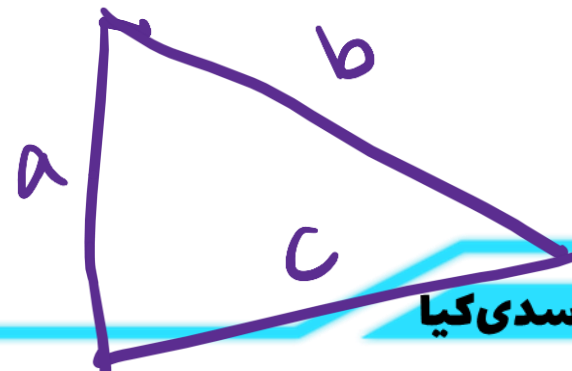
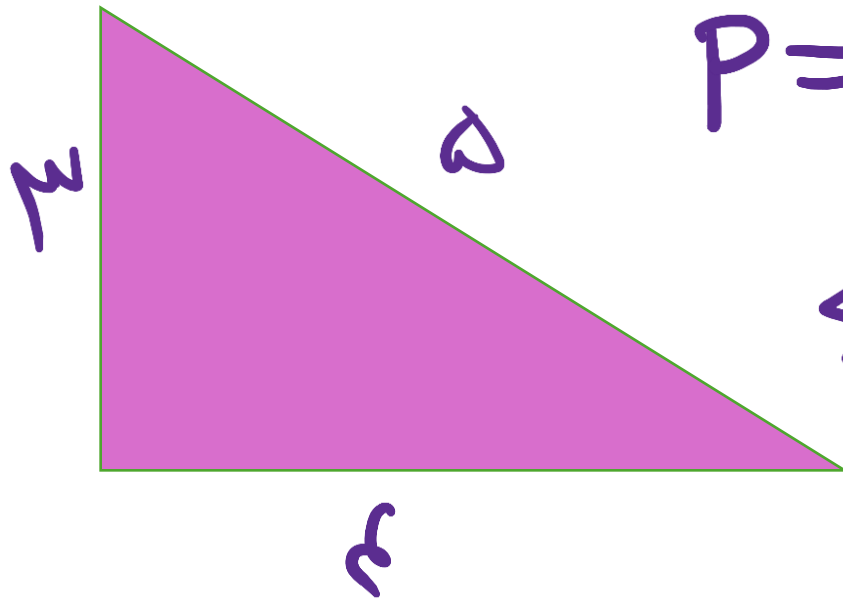
نکته

رابطه‌ی هرون: مساحت هر مثلث به اضلاع a ، b و c از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$P = \frac{3+5+6}{2} = 4$$

$$S = \sqrt{4 \times (4-3) \times (4-5) \times (4-6)}$$



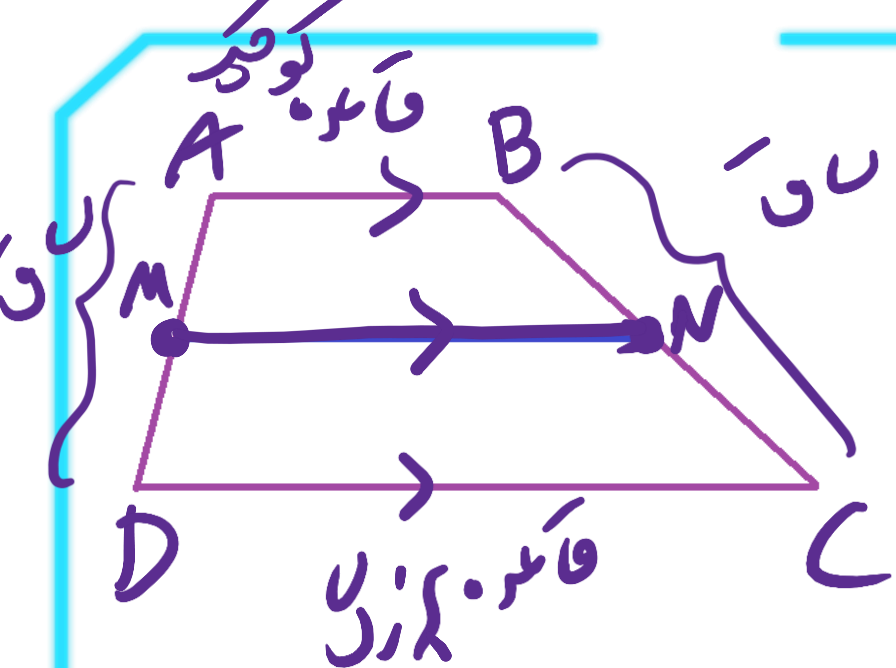
استاد وحید اسدی کیا





نکته : قضیه‌ی میانخط در ذوزنقه:

در هر ذوزنقه پاره‌خطی که وسط دو ساق را به هم وصل می‌کند، موازی و نصف مجموع اندازه‌های دو قاعده‌ی آن است:



$$\overline{MN} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2}$$

میانخط در ذوزنقه



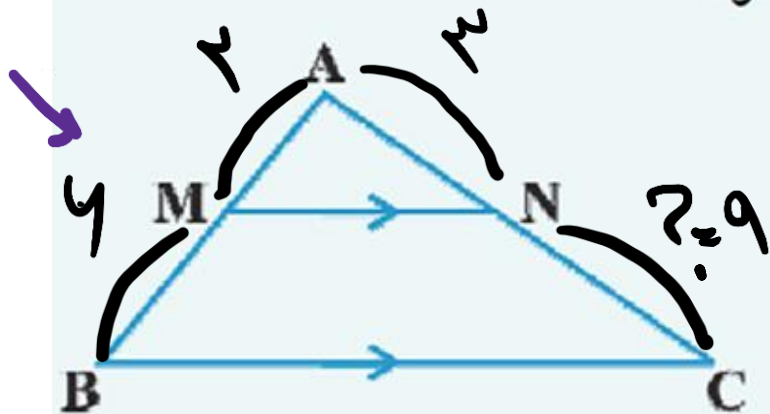
$$\frac{10 + 14}{2} = 13$$





قضیه تالس: هرگاه در یک مثلث، خطی به موازات یکی از ضلع‌های مثلث رسم شود به طوری که

دو ضلع دیگر مثلث را قطع کند، روی آن‌ها پاره‌خط‌های متناسب ایجاد می‌شود:



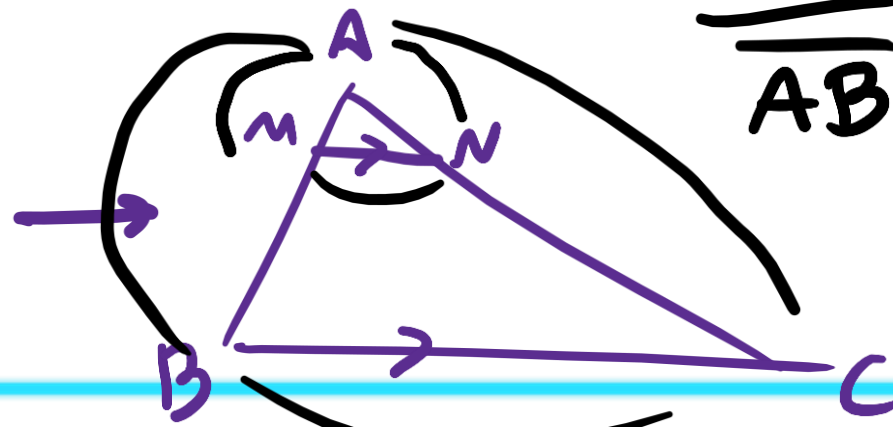
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

دایره‌ها؟

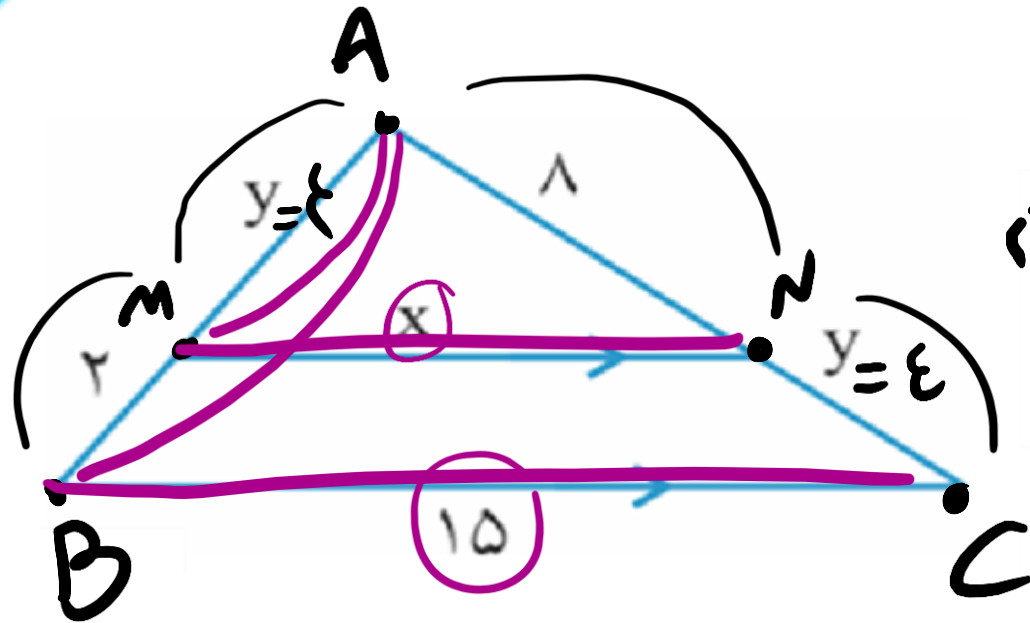
$$\frac{2}{4} = \frac{2}{4} = 1$$

نسبت؟

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



در شکل زیر مقدار x چه قدر است؟ (تیزهوشان)



تیزهوشان

- | | | | |
|----|---|----|---|
| 10 | 2 | 12 | 1 |
| 9 | 4 | 11 | 3 |

$$\frac{y}{x} = \frac{8}{4} \Rightarrow y = 16 \Rightarrow y = 4$$

تیزهوشان

$$\frac{4}{4+2} = \frac{x}{15} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 10$$



تشابه

نکته

: دو چندضلعی را متشابه گویند هرگاه

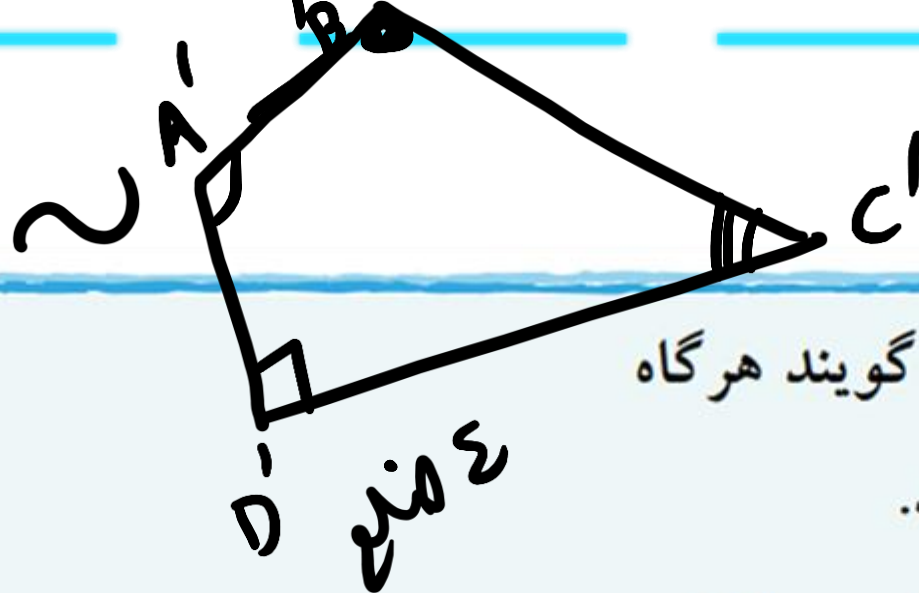
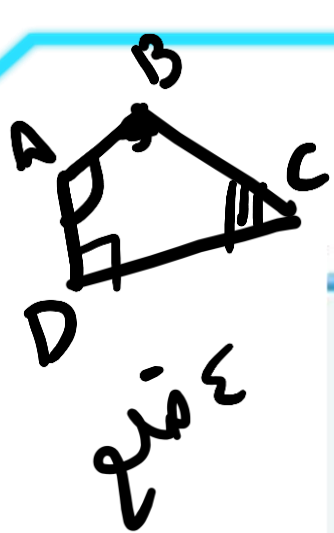
۱- تعداد ضلع‌هایشان با هم برابر باشد.

۲- ضلع‌هایشان نظیر به نظیر با هم متناسب باشند.

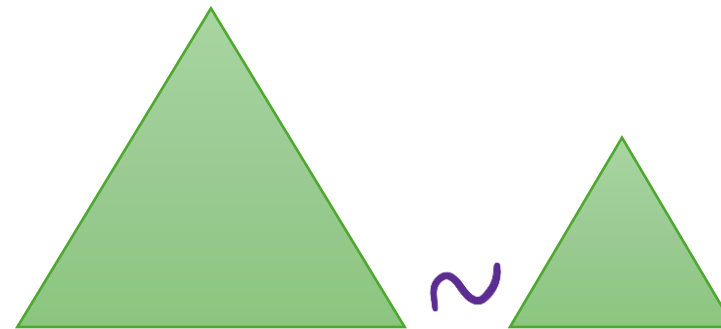
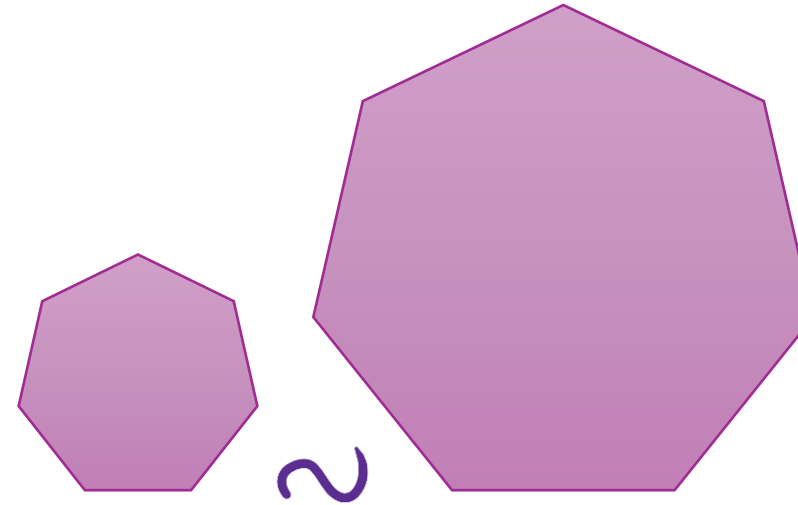
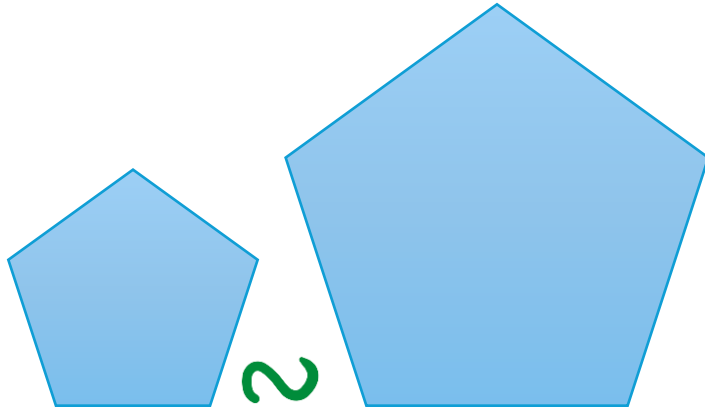
۳- زاویه‌هایشان نظیر به نظیر با هم برابر باشند.

علامت تشابه، « $\sim$ » است. به نسبت دو ضلع متناظر، نسبت تشابه می‌گوییم.

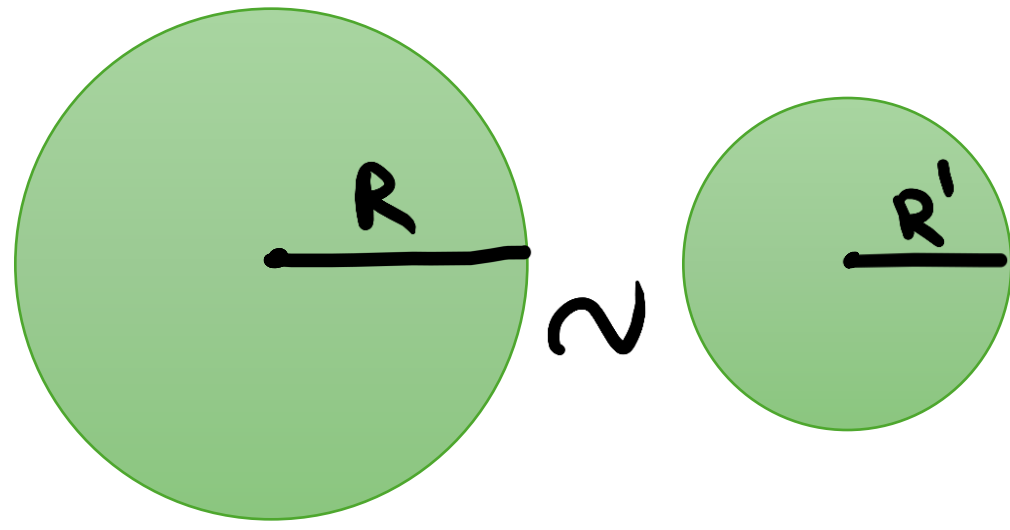
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{D'C'}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{A'D}}$$



نکته: هر دو n ضلعی منتظم با هم متشابه هستند.



نکته: هر دو دایره باهم متشابه هستند و نسبت تشابه آنها، نسبت شعاع‌ها یا قطر‌ها یا محیط‌های آنها است.


$$\frac{R}{R'} = \frac{\text{نسبت شعاع}}{\text{نسبت قطر}} = \frac{\text{نسبت محیط}}{\text{نسبت محیط}}$$

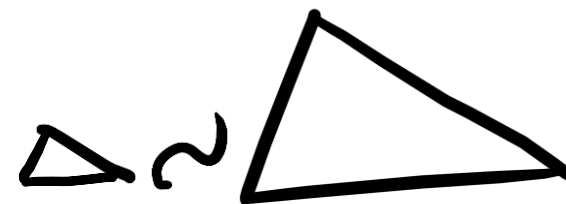
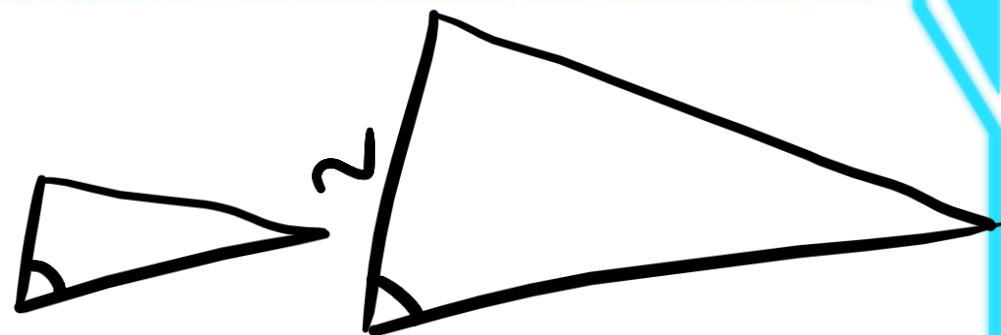


نکته : دو مثلث در سه حالت با یکدیگر متشابهند: حالت اول: برابری دو زاویه‌ی متناظر (ز ز)
حالت دوم: متناسب بودن دو ضلع و مساوی بودن زاویه‌ی بین آن دو ضلع
حالت سوم: متناسب بودن سه ضلع



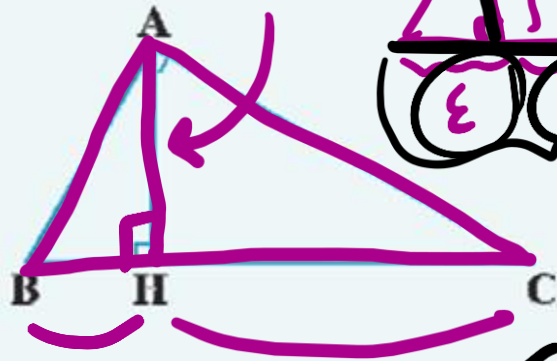
ز ز

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$



نکته

در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر داریم:



$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$$

$$\overline{AH}^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow \overline{AH} = 6$$

یعنی ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه، واسطه‌ی هندسی بین دو پاره خط

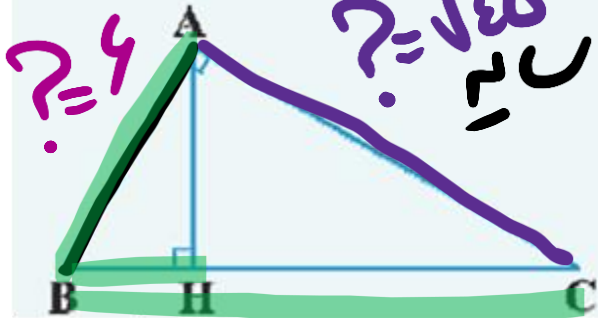
ایجاد شده روی وتر است.

$$\overline{BC} = \frac{4 \times (4+9)}{6} = 39$$



نکته

در هر مثلث قائم الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر داریم:



$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{BC}$$

$$\overline{AB}^2 = 4 \times (4+8) = 4 \times 12 = 48 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{48}$$

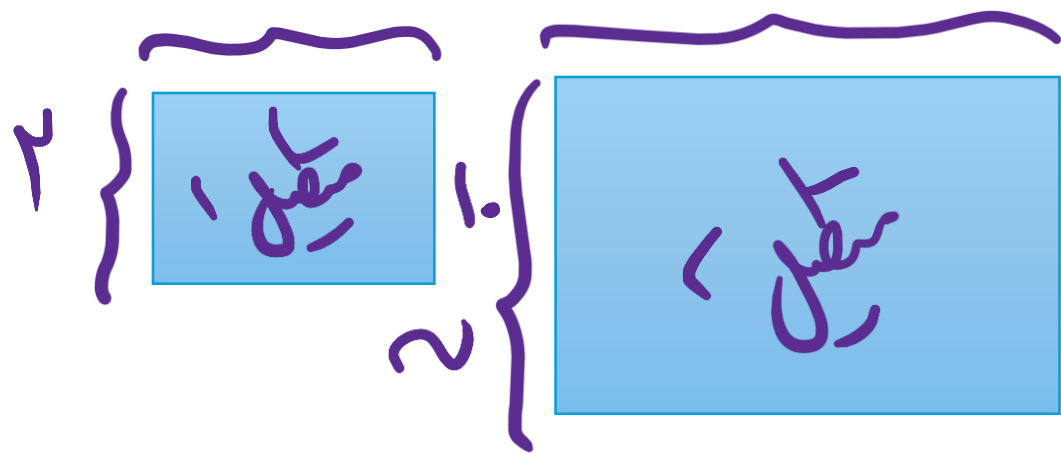
$$\overline{AC}^2 = 8 \times 9 = 72$$

$$\overline{AC} = \sqrt{72}$$



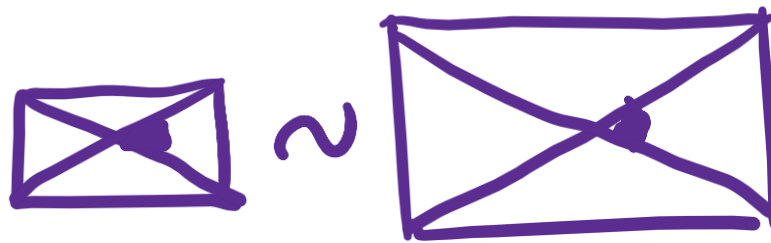
استاد وحید اسدی کیا





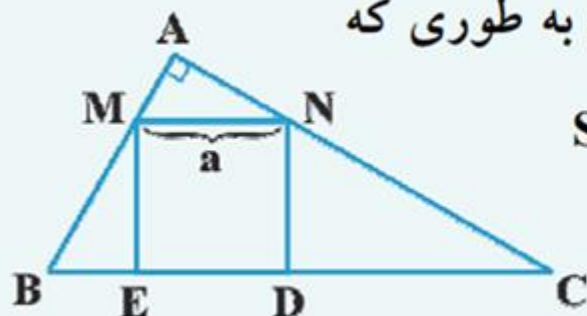
$$\frac{\text{طول ۱}}{\text{طول ۲}} = \frac{\text{عرض ۱}}{\text{عرض ۲}}$$

$$\frac{۲}{۱.۰} = \text{بزرگنمایی}$$



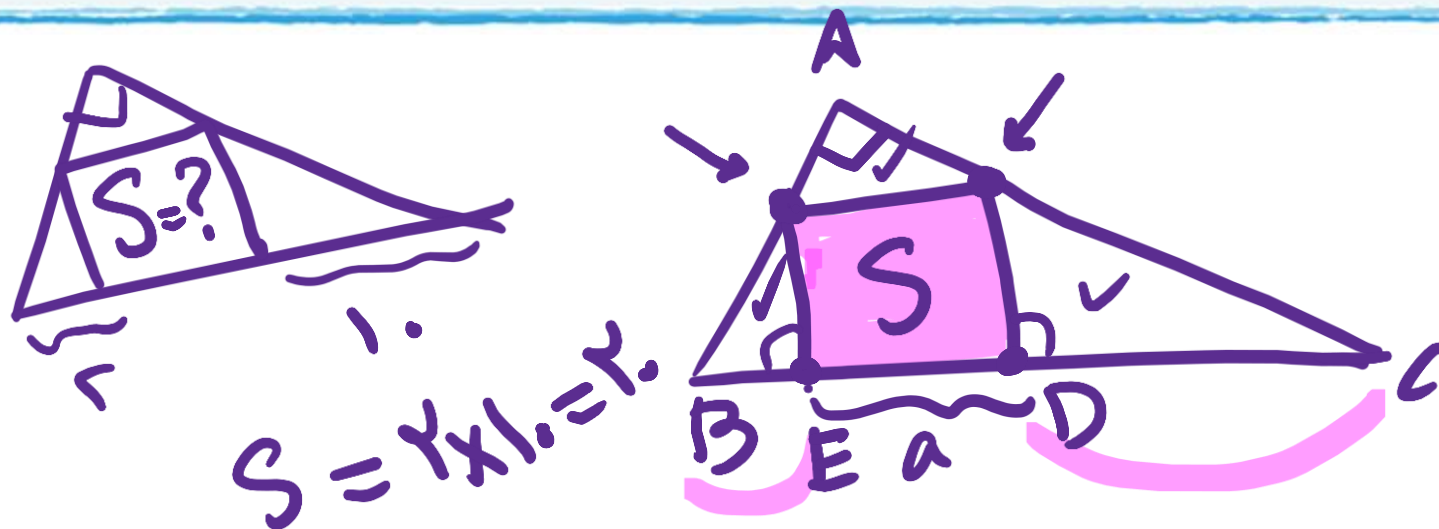
نکته

: هرگاه یکی از ضلع‌های مربعی روی وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار گیرد به طوری که



دو رأس آن روی دو ضلع قائم مثلث باشد، همواره داریم: $S_{\text{مربع}} = a^2 = \overline{BE} \times \overline{DC}$

اثبات $\triangle MBE \sim \triangle DNC$ است.



$$S = \overline{BE} \times \overline{DC}$$



نکته: نسبت مساحت دو چندضلعی متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است.

اگر دو چندضلعی با هم متشابه باشند، نسبت محیط آنها با
نسبت راس به راس
ولی نسبت مساحت آنها =
(نسبت تشابه)^۲ =
نسبت محیط =
نسبت تشابه



نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک تر ۲۱ سانتی متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگ تر چند سانتی متر است؟

ص ۱ ص ۲

$21\sqrt{3}$ ۲

$24\sqrt{3}$ ۴

$21\sqrt{2}$ ۱

$24\sqrt{2}$ ۳

$$\frac{\text{ص ۱}}{\text{ص ۲}} = \frac{49}{128} \Rightarrow \text{نسبت} = \sqrt{\frac{49}{128}}$$

$$\text{نسبت} = \frac{7}{8\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{8\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{16}$$

$$\text{نسبت} = \frac{7\sqrt{2}}{16}$$

$\sqrt{44 \times 2}$

