

۱- مجموعه $\{x^y \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 5\}$ برابر است با :

$$A = \{x^y \mid x = 4 \text{ یا } x = 8\} \quad (2)$$

$$A = \{2, 4, 8, 16\} \quad (1)$$

$$\emptyset \quad (4)$$

$$A = \{x \mid x^2 = 64\} \quad (3)$$

۲- اگر A مجموعه عددهای طبیعی فرد و B مجموعه مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۹ باشد، در این صورت :

$$A \cup B = B \quad (4)$$

$$A \cap B = A \quad (3)$$

$$A \subseteq B \quad (2)$$

$$B \subseteq A \quad (1)$$

۳- حاصل $A - (A \cup B)$ با کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند برابر باشد؟

$$B - A \quad (4)$$

$$A \cap B \quad (3)$$

$$B' \quad (2)$$

$$A \quad (1)$$

۴- در یک قرعه‌کشی بین صد عدد، احتمال اینکه ۲، ۳، ۵، ۴ و ۶ بیاید، P ، احتمال اینکه ۱، ۱۳، ۵، ۹ و ۱۷ بیاید، q و احتمال اینکه ۳، ۶، ۲۸، ۳۵ و ۴۹ بیاید، r است. کدام یک از رابطه‌های زیر درباره q, p و r برقرار است؟

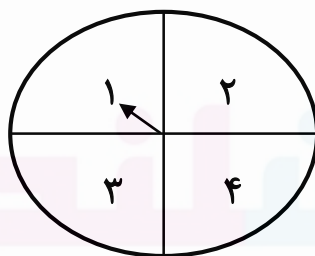
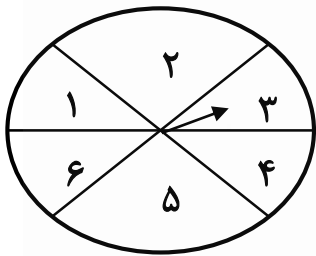
$$p = 0 < q = r \quad (4)$$

$$p < q < r \quad (3)$$

$$p = q < r \quad (2)$$

$$p = q = r \quad (1)$$

۵- چرخنده‌های زیر را با هم می‌چرخانیم؛ در صورتی که در هر چرخنده احتمال توقف عقربه در همه قسمت‌ها مساوی باشد، احتمال آنکه فقط یکی از عقربه‌ها روی قسمت ۱ بایستد، چقدر است؟



$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

۶- بزرگ‌ترین عدد طبیعی n که برای آن، یک عدد طبیعی یکتای k وجود داشته باشد

به‌طوری که در رابطه $\frac{7}{13} < \frac{n}{n+k} < \frac{8}{15}$ صدق کند، کدام است؟

$$112 \quad (4)$$

$$56 \quad (3)$$

$$28 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

۷- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{3}{1} + \frac{3}{1+2} + \frac{3}{1+2+3} + \dots + \frac{3}{1+2+3+\dots+100}$$

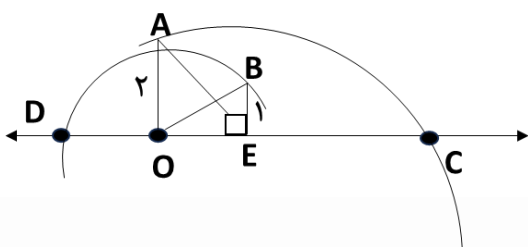
$$\frac{3100}{101} \quad (4)$$

$$\frac{499}{100} \quad (3)$$

$$\frac{95}{101} \quad (2)$$

$$\frac{95}{101} \quad (1)$$

۸- روی محور اعداد ابتدا به مرکز مبدا (O) و به شعاع OB کمانی رسم می کنیم تا محور اعداد را مطابق شکل در نقطه D قطع کند؛ سپس به مرکز E متناظر با عدد ۱ و به شعاع EA کمانی می زنیم تا محور را در نقطه C قطع کند. طول پاره خط CD چقدر است؟



(۱) $1 + \sqrt{5} - \sqrt{2}$

(۲) $1 + \sqrt{5} + \sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

۹- اگر صورت کسرهای زیر، عددی طبیعی و کوچک تر از مخرج باشد، کدام یک از آنها را می توان به صورت اعشاری تحقیقی نوشت؟

(۴) $\frac{d}{37}$

(۳) $\frac{c}{31}$

(۲) $\frac{b}{32}$

(۱) $\frac{a}{33}$

۱۰- اگر a^3 عددی گویا و b^5 عددی گنگ باشد :

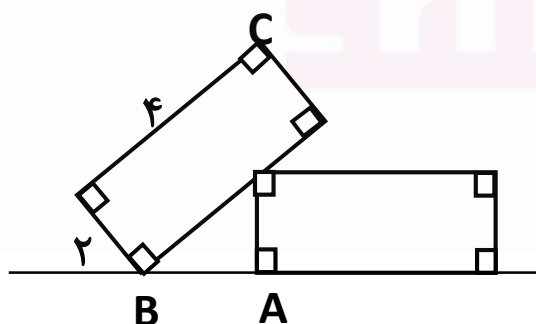
(۲) $a^3 b^5$ گنگ است

(۱) $a^2 + b^{10}$ گویاست

(۴) $\frac{a^6 + 1}{b}$ گنگ است

(۳) $a^3 + b^5$ گویاست

۱۱- در شکل زیر، دو آجر چنان قرار گرفته اند که فاصله A از B، $\frac{1}{5}$ است. با توجه به اندازه های آجرها، فاصله نقطه C از زمین چقدر است؟



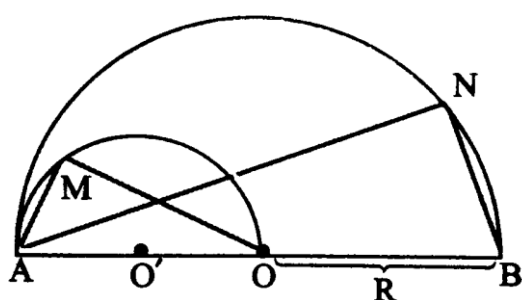
(۱) $\frac{4}{4}$

(۲) $\frac{4}{1}$

(۳) $\frac{4}{0.5}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۱۲- در نیم دایره بزرگ شکل زیر به مرکز O اگر $\overline{BN} = 12$ ، $\overline{AM} = 6$ و $\overline{OM} = 15$ ، طول پاره خط AN کدام است؟



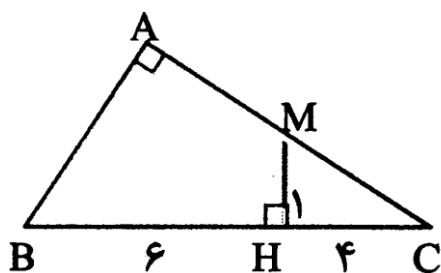
(۱) ۲۴

(۲) ۱۲

(۳) ۳۰

(۴) ۳۶

۱۳- در شکل مقابل اگر M وسط ضلع AC باشد، طول پاره خط AB چقدر است؟



(۱) $\sqrt{20}$

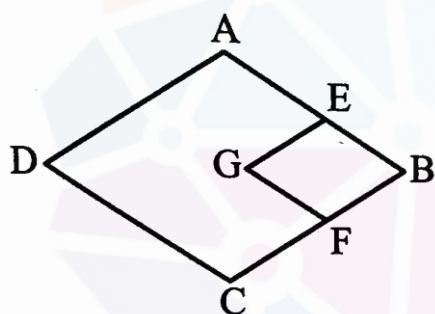
(۲) $\sqrt{10}$

(۳) $2\sqrt{10}$

(۴) $2\sqrt{20}$

۱۴- در شکل زیر، دو لوزی ABCD و GEBF متشابه‌اند. اگر نسبت تشابه آنها ۳ باشد،

حاصل عبارت $1395 \left(\frac{\overline{AD}}{\overline{BF}} + \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} - \frac{13}{3} \right)$ کدام است؟



(۱) $\frac{10}{3}$

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) $-\frac{10}{3}$

۱۵- مثلثی به اضلاع a، b و ۳ با مثلثی به اضلاع ۵، ۴ و ۳ متشابه است؛ ولی این دو مثلث همنهشت نیستند. بیشترین محیط مثلث اول کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) $\frac{36}{7}$

(۲) ۹

(۱) $7/2$

(۱) گزینه ۲

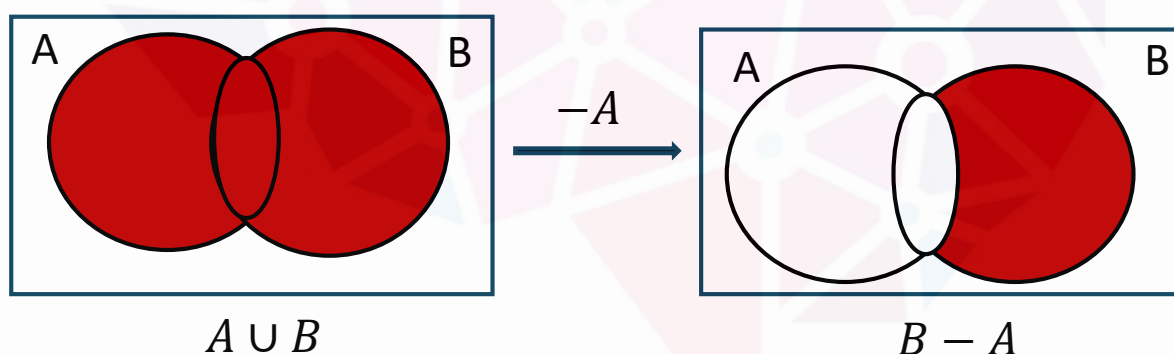
اگر حاصل جمع دو عدد ۵ باشد حاصل ضرب آن دو عدد ۴ یا ۶ است ، بنابراین :

$$\{2^{1 \times 4} \text{ و } 2^{2 \times 3}\} = \{16 \text{ و } 64\}$$

(۲) گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } 9 \text{ و } \dots\} \\ B = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 9\} \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq A$$

(۳) گزینه ۴



(۴) گزینه ۱

$$P = \frac{5}{100} \text{ و } q = \frac{5}{100} \text{ و } r = \frac{5}{100} \Rightarrow p = q = r$$

(۵) گزینه ۱

تعداد همه حالت ها یعنی فضای نمونه $۴ \times ۶ = ۲۴$ است و حالت های خواسته شده عبارت است از :

(۱ و ۴) و (۳ و ۱) و (۲ و ۱) و (۶ و ۱) و (۵ و ۱) و (۴ و ۱) و (۳ و ۱) و (۲ و ۱)

تعداد حالت های خواسته شده ۸ تاست ، پس احتمال برابر است با :

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

(۶) گزینه ۴

$$\frac{13}{7} < \underbrace{\frac{n+k}{n}}_{1+\frac{k}{n}} < \frac{15}{8} \xrightarrow{-1} \frac{6}{7} < \frac{k}{n} < \frac{7}{8} \rightarrow \frac{48}{56} < \frac{k}{n} < \frac{49}{56} \xrightarrow{\times \frac{2}{2}}$$

$$\frac{96}{112} < \frac{k}{n} < \frac{98}{112} \quad n = 112$$

(۷) گزینه ۱

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{3}{1 \times 2}}{2} + \frac{\frac{3}{2 \times 3}}{2} + \frac{\frac{3}{3 \times 4}}{2} + \dots + \frac{\frac{3}{100 \times 101}}{2} \\ &= \frac{6}{1 \times 2} + \frac{6}{2 \times 3} + \frac{6}{3 \times 4} + \dots + \frac{6}{100 \times 101} \\ &= 6 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{100 \times 101} \right) \rightarrow \\ &= 6 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{101} \right) = 6 \times \frac{100}{101} = \frac{600}{101} = \frac{595}{101} \end{aligned}$$

(۸) گزینه ۲

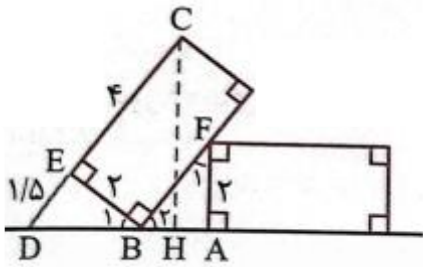
$$\left. \begin{aligned} \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} &\rightarrow D = -\sqrt{2} \\ \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} &\rightarrow C = 1 + \sqrt{5} \end{aligned} \right\} 1 + \sqrt{5} + \sqrt{2} \quad \text{طول پاره خط CD}$$

(۹) گزینه ۲

عدد ۳۲ فقط عامل ۲ یا ۵ دارد؛ بنابراین $\frac{b}{32}$ را می توان به صورت عدد اعشاری تحقیقی نوشت

(۱۰) گزینه ۴

(۱۱) گزینه ۱



$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{B}_2 \\ \hat{E} = \hat{A} = 90 \\ \overline{AF} = \overline{BE} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(زض ز)}} \triangle BDE \cong \triangle ABF$$

$$\Rightarrow \overline{DE} = \overline{AB} = 1/5$$

$$\overline{BF} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AF}^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = \sqrt{6,25} = 2,5$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{B}_2 \\ \hat{H} = \hat{A} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز)}} \triangle DCH \sim \triangle ABF \Rightarrow \frac{\overline{CD}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{AF}} \Rightarrow \frac{5,5}{2,5} = \frac{\overline{CH}}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{CH} = 4,4$$

(۱۲) گزینه ۳

$$\hat{M} = \hat{N} = 90$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\overline{AM}}{\overline{BN}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AM}}{\overline{BN}} \Rightarrow \triangle OAM \sim \triangle ANB \Rightarrow \frac{\overline{OM}}{\overline{AN}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{15}{\overline{AN}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{AN} = 30$$

(۱۳) گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{H}_1 = \hat{A}_1 = 90 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز)}} \triangle ABC \sim \triangle MHC \Rightarrow \frac{\overline{MC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{AC}} \Rightarrow$$

$$\frac{\overline{MC}}{10} = \frac{4}{2\overline{MC}} \Rightarrow 2\overline{MC}^2 = 40 \Rightarrow \overline{MC}^2 = 20 \Rightarrow \overline{MC} = \sqrt{20}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 10^2 - (2\sqrt{20})^2 = 20 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{20}$$

(۱۴) گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} \frac{\overline{AD}}{\overline{BF}} + \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} &= 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \\ \frac{\overline{AD}}{\overline{BF}} + \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} - \frac{13}{3} &= \frac{10}{3} - \frac{13}{3} = -1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left(\frac{\overline{AD}}{\overline{BF}} + \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} - \frac{13}{3} \right)^{1395} = (-1)^{1395} = -1$$

(۱۵) گزینه ۲

در دو مثلث متشابه ، نسبت اضلاع با نسبت محیط ها برابر است اگر در مثلث اول ، کوچکترین ضلع را a در نظر بگیریم چون نمیدانیم b، ضلع متناظر با ۴ است یا ۵ ، حالت را بررسی می کنیم

$$\text{محیط مثلث اول} = ۵ + ۴ + ۳$$

$$\text{حالت اول: } \frac{3}{a} = \frac{4}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{نسبت تشابه: } \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{12}{\text{محیط مثلث اول}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{محیط مثلث اول} = ۹$$

$$\text{حالت دوم} = \frac{3}{a} = \frac{4}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow \text{نسبت تشابه: } \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{12}{\text{محیط مثلث اول}} = \frac{5}{3}$$

$$\text{محیط مثلث اول: } \frac{36}{5} = ۷ \frac{۲}{۵}$$

بنابراین بیشترین محیط برای مثلث اول ۹ است. توجه کنید اگر کوچک ترین ضلع از مثلث اول b نظر بگیریم باز هم همین نتیجه به دست می آید.