

معرفی عبارت های گویا

به طور کلی هر عبارت گویا، کسری است که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشد. به کسرهایی که صورت و مخرج آن ها، چند جمله ای باشند، عبارت های گویا می گوییم.

مثلاً $1 + \frac{2}{x}$ و $\frac{-2y^2}{\sqrt{10}}$ ، $\frac{x^2}{y}$ ، $\frac{5x^2 + 2x - 1}{1}$ ، $\frac{2x^2 - 7x}{5x^4 - 2}$ ، $\frac{2xy}{x + y}$ عبارت های گویا هستند ولی عبارت های $\frac{1}{\sqrt{x} - 2}$ و $\frac{|x - y|}{5 + y}$ ، $\sqrt{x}$ ، $\frac{\sqrt{xy}}{x - 1}$ گویا نیستند.

$$\frac{\frac{x-1}{x+1}}{\frac{x}{x} + \frac{2}{x}}$$

تذکره: اگر کسری داشته باشیم که صورت و مخرج آن عبارت گویا باشد، خود آن کسر هم عبارت گویا خواهد بود، مثل

محدوده تعریف (دامنه)

همه مقاداری که به ازای آنها، یک عبارت گویا تعریف می شود، محدوده تعریف یا دامنه می گوییم. مثلاً در عبارت $\frac{7x^2 + 1}{(x-1)(x+2)}$ به جای x ، هر عدد حقیقی غیر از $\{-2, 1\}$ می توان قرار داد، چون به ازای این دو مقدار، مخرج صفر می شود. (عبارت بی معنی و تعریف نشده خواهد بود).

همان سادرس که در تویتن به شما معرفی کردیم

$$x = 1$$

$$x = -2$$

$$\begin{cases} 14 + 4a + b = 0 \\ 9 - 4a + b = 0 \end{cases}$$

تست: اگر دامنه تعریف $\frac{(x-3)(x+4)}{x^2+ax+b}$ برابر $\mathbb{R} - \{4, -3\}$ باشد، حاصل $b - 4a$ کدام است؟

$$-12(4)$$

$$-6(3)$$

$$-4(2)$$

$$-8(1)$$

یعنی -3 ، 4 ، خارج از مخرج می‌باشد

$$(x-3)(x+4) = x^2 - x - 12$$

$$a = -1$$

$$b = -12$$

$$-12 - 4 \times (-1) = -12 + 4 = -8$$



تست: اگر عبارت گویای $\frac{x^2 + 2}{x^2 + ax + b}$ فقط به ازای $x = 1$ تعریف نشود، حاصل $a + 2b$ چند است؟

(۱) صفر

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$a = -2$$

$$b = +1$$

$$-2 + 2x(+1) = 0$$



محاسبات عبارت‌های گویا

با استفاده از تجزیه چند جمله‌ای‌ها که در فصل ۵ یاد گرفتیم، می‌شود برخی از عبارت‌های گویا را ساده کرد. مثلاً:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 6x + 8} = \frac{(x+2) \cancel{(x-2)}}{(x-4) \cancel{(x-2)}} = \frac{x+2}{x-4}$$

مطلب جدیدی وجود ندارد. فقط حواستان به تذکر زیر باشد:

تذکر: برای محاسبه دامنه، نباید عبارت‌ها را ساده کرد، چون امکان دارد بعضی از ریشه‌های مخرج (Xهایی که مخرج را صفر می‌کنند) از بین بروند.

مثلاً عبارت‌های $A = \frac{(x+2)(x-2)}{(x-4)(x-2)}$ و $B = \frac{x+2}{x-4}$ دامنه یکسانی ندارند:

$$A \text{ دامنه} = \mathbb{R} - \{4, 2\}, \quad B \text{ دامنه} = \mathbb{R} - \{4\}$$

نکته: برای تعیین دامنه عبارت اول نگاه کن (قبل از عمل)

۱) ضرب و تقسیم عبارت‌های گویا

قواعد محاسبات این قسمت و قسمت بعد، شبیه محاسبات در اعداد گویا است. مثال را ببینید:

مثال: ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام می‌دهیم:

$$\textcircled{1} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 9} \times \frac{4x^2 - 24x + 36}{x^2 + 10x + 25}$$

$$\frac{\cancel{(x+5)} \times (x-4)}{\cancel{(x+3)} \times \cancel{(x-3)}} \times \frac{2\cancel{(x-4)} \times (2x-4)}{\cancel{(x+3)} \times (x+5)} = \frac{(x-4) \times 2 \times (2x-4)}{(x+3)(x+5)}$$



۲) جمع و تفریق عبارت‌های گویا

برای جمع و تفریق باید مخارج مشترک بگیریم ولی منظورمان لزوماً حاصل ضرب مخارجها نیست. بلکه باید مثل محاسبه ک.م.م (کوچک‌ترین مضرب مشترک) عمل کنیم.

مثال: برای انجام جمع و تفریق‌های زیر، اول مخارج‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$\textcircled{1} \frac{-x+5}{x^2-9x+14} + \frac{x^2-1}{x^2-6x-7} = \frac{(-x+5)}{(x-7)(x-2)} + \frac{(x^2-1)}{(x-7)(x+1)} = \frac{(-x+5)(x+1) + (x^2-1)(x-2)}{(x-7) \times (x-2) \times (x+1)}$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 3$$

تست: به ازای چه مقداری از m ، ساده شده عبارت $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x + m}{x + 2}$ برابر $\frac{x - 4}{x - 2}$ است؟

۴ (۴)

-۳ (۳)

$$-(x^2 + (m-2)x - 2m)$$

-۱ (۱)

$$\frac{x^2 - 16}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{x + m}{(x + 2)} =$$

$$\frac{x^2 - 16 - (x + m)(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)}$$

$$= \frac{x^2 - 16 - x^2 + (2 - m)x + 2m}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{(2 - m)x + 2m - 16}{(x - 2)(x + 2)}$$

مثال: تقسیم زیر را انجام می دهیم و خارج قسمت و باقی مانده را حساب می کنیم:

شبه تقسیم اعداد، رفتار می کنیم:

$$\begin{array}{r}
 \boxed{2x^2 + x^2 - 2x - 1} \leftarrow \text{مقسوم} \\
 - (2x^2 - 2x) \\
 \hline
 x^2 - 1 \\
 - (x^2 - 1) \\
 \hline
 \boxed{0} \rightarrow \text{باقی مانده}
 \end{array}$$

$\boxed{x^2 - 1} \rightarrow$ مقسوم علیه
 $\boxed{2x + 1} \rightarrow$ خارج قسمت

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 21} \\
 \underline{10} \\
 11 \\
 \underline{10} \\
 1
 \end{array}$$

تست: به ازای چند مقدار طبیعی n ، حاصل عبارت گویای $\frac{n^2 - 5n + 16}{n - 3}$ ، برابر یک عدد صحیح است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

$$\frac{(n-3)(n-2)+10}{n-3} = \frac{(n-3)(n-2)}{n-3} + \frac{10}{n-3}$$

$$n-3=1 \rightarrow n=4$$

$$n-3=2 \rightarrow n=5$$

$$n-3=5 \rightarrow n=8$$

$$n-3=10 \rightarrow n=13$$

