



استاد وحید اسدی کیا



مسابقات ریاضی نهم بانک سوال



وحید اسدی کیا

با بیش از ۳۰۰۰ تست چهار گزینه‌ای
نکته‌های کلیدی درس ریاضی کلاس نهم
طبقه‌بندی شده بر اساس فصل‌های کتاب درسی ریاضی
ویژه‌ی دانش‌آموزان مدارس ممتاز و تیزهوشان
با پاسخ نامه‌ی کلیدی

فصل ۱: مجموعه ها و احتمال

فصل ۲: اعداد حقیقی

فصل ۳: هندسه

فصل ۴: توان و ریشه

فصل ۵: جبر و اتحادهای جبری

فصل ۶: معادله خط

فصل ۷: عبارتهای گویای جبری

فصل ۸: حجم

تمرین: از ۷۱ تا ۱۱۳ شماره‌های فرد من شود

$$(2x + 3y) = 4x + 9y + 12y$$

$$(2 + 3) = 25$$

$$4 + 9 + 12 = 25$$

$$(14.3x - 14.2y) = 14.3x - 14.2y$$

$$(14.3x - 14.2y) = 14.3x - 14.2y$$

سرزمین تیزهوشان ایران



فصل ۷

عبارت های گویا

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا



۱۲۰. اگر خارج قسمت تقسیم $3x^3 + 5x^2 + 3x + 1$ بر $x + 1$ عبارت $ax^2 + bx + c$ باشد، حاصل عبارت $a + b + c$ برابر است با:

$$3 + 2 + 1 = 6$$

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

-1

3	5	3	1
3	$+2$	$+1$	0

$$-3 + 5 = 2$$

$$-2 + 3 = 1$$

$$-1 + 1 = 0$$

- ۱
- ۲
- ۳
- ۴

$$3x^3 + 5x^2 + 3x + 1 \div x + 1$$

$$3x^2 + 2x + 1$$

$$ax^2 + bx + c = 3x^2 + 2x + 1$$

$$\frac{3x^3 + 5x^2 + 3x + 1}{x + 1} = 3x^2 + 2x + 1$$



۱۰۹. در تقسیم $x^2 - x + m$ بر $x - m$ ، خارج قسمت $x + 2$ و باقی مانده $3m$ شده است، مقدار m چه قدر است؟

$$\begin{aligned} & \overset{3}{\textcircled{1}} \quad \overset{-2}{\textcircled{2}} \quad \overset{1}{\textcircled{3}} \quad \overset{-4}{\textcircled{4}} \\ & \underbrace{x^2 - x + m}_{3m} \cdot \underbrace{(x - m)}_{(x + 2)} \Rightarrow (x + 2)(x - m) + 3m = x^2 - x + m \\ & x^2 - mx + 2x - 2m + 3m = x^2 - 1x + m \\ & = \cancel{x^2} + (-m + 2)x + m = \cancel{x^2} - 1x + m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -m + 2 &= -1 \\ -m &= -1 - 2 \\ -m &= -3 \\ \boxed{m} &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ -15 \\ \hline 2 \end{array}$$

۱۵
۳



۱۲۲. خارج قسمت تقسیم $x^4 - y^4$ بر $x + y$ کدام است؟ بر حسب x

$$\begin{array}{r}
 x^4 - y^4 \\
 \underline{-(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)} \\
 -x^3 + x^2y - xy^2 + y^3 \\
 \underline{+(x^3 + x^2y - xy^2 + y^3)} \\
 2x^2y - 2xy^2 \\
 \underline{-(2x^2y - 2xy^2)} \\
 0
 \end{array}$$

Handwritten notes and corrections:

- $x^4 - y^4$ is crossed out with a red line.
- $x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ is crossed out with a red line.
- $-x^3 + x^2y - xy^2 + y^3$ is crossed out with a green line.
- $2x^2y - 2xy^2$ is crossed out with a green line.
- $-(2x^2y - 2xy^2)$ is crossed out with a green line.
- 0 is the final result.

$$\begin{aligned}
 & x^3 - y^3 \\
 & \frac{x^3 - y^3}{x} = x^2 - y^2 \\
 & x^3 - 2x^2y - y^3 \\
 & \frac{-2x^2y - y^3}{x} = -2xy - \frac{y^3}{x} \\
 & x^3 + x^2y - xy^2 + y^3 \\
 & x^3 - x^2y + xy^2 - y^3
 \end{aligned}$$



استاد وحید اسدی کیا



۱۲۲. خارج قسمت تقسیم $x^4 - y^4$ بر $x + y$ کدام است؟

$$\frac{x^4 - y^4}{x + y} = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}{(x + y)}$$

۱ $x^3 - y^3$

۲ $x^3 - 2x^2y - y^3$

۴ $x^3 + x^2y - xy^2 + y^3$

۳ $x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$

$$= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(x + y)}$$

$$= (x - y)(x^2 + y^2) = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$$



۱۲۲. خارج قسمت تقسیم $x^4 - y^4$ بر $x + y$ کدام است؟

$n + y = 0 \Rightarrow n = -y$

$x^3 - y^3$

$x^3 - 2x^2y - y^3$

$x^3 + x^2y - xy^2 + y^3$

$x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$

$1x^3 - yx^2 + y^2x - y^3$

$\frac{1x^3}{x} = 1x^2$



استاد وحید اسدی کیا



مفوشانند

سرزمین تیزهوشان ایران

۱۳۱. باقی مانده ی تقسیم عبارت $x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$ بر $x+1$ برابر ۴ است. a کدام است؟

۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

$$x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1 \quad | \quad x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\hline x \quad (-1)^4 - a(-1)^3 + (-1)^2 + 2a(-1) + 1$$

$$= 1 + a + 1 - 2a + 1 = 3 - a$$

$$= 3 - a = 4 \Rightarrow a = -1$$



$a \times b$

۱۳۹. اگر باقی مانده ی عبارت $2x^4 + ax^2 + b$ بر $x+1$ برابر -3 و بر $x-2$ برابر 3 باشد، حاصل ab برابر است با:

۱) -24

۲) 18

۳) -18

۴) 24

$$2x^4 + ax^2 + b \div x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$2(-1)^4 + a(-1)^2 + b = -3$$
$$\Rightarrow 2 + a + b = -3 \Rightarrow a + b = -5$$

$$2x^4 + ax^2 + b \div x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$2 \times 2^4 + a \times 2^2 + b = 3$$

$$32 + 4a + b = 3 \Rightarrow 4a + b = -29$$

$$a \times b = -8 \times 3 = -24$$

$$\begin{cases} a + b = -5 \\ 4a + b = -29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a - b = 5 \\ 4a + b = -29 \end{cases}$$

$$3a = -24$$
$$a = -8$$



$$(n-1) \times (n-1) \times (n-2) = \leftarrow n=1$$

۱۴۵. در تجزیه‌ی چند جمله‌ای $5x - 4x^2 + x^3 - 2$ کدام عامل وجود دارد؟

$$x+1 \quad (4)$$

$$2x-1 \quad (3)$$

$$3x+1 \quad (2)$$

$$x-2 \quad (1)$$

اگر به صورت حدس و آزمون به جای n ، عددی قرار دهیم؛

که $5 = 1^3 - 4 \times 1^2 + 5 \times 1 - 2$

در عبارت $5x - 4x^2 + x^3 - 2$ به جای n ، $n-1$ بگذاریم.

$$\rightarrow (n-1) = 0 \Rightarrow n=1$$

$$(n^3 - 4n^2 + 5n - 2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ & 0 & -3 & 2 & 0 \end{array}$$

①

$$(x^2 - 3x + 2)$$

$$(x-2)(x-1)$$



۱۵۳. a چند باشد تا باقی مانده ی تقسیم عبارت $x^3 + ax^2 + x - 2$ بر $x^2 + 1$ برابر -3 گردد؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) ۱

$$x^3 + ax^2 + x - 2 \div x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$x^3 + ax^2 + x - 2$$

$$-x^2$$

$$x \times x^2 + a x^2 + x - 2$$

$$-x - a + x - 2 = -2$$

$$-a - 2 = -2 \Rightarrow a = 1$$



نکته : مکعب مجموع سه جمله :

$$(a + b + c)^3 = \underline{a^3} + \underline{b^3} + \underline{c^3} + 3 \times \underline{(a + b)} \underline{(a + c)} \underline{(b + c)}$$

$$\rightarrow (a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b + c)(ab + ac + bc) - 3abc$$

مغوشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



موجهوی

استاد وحید اسدی کیا



۱۵۷. باقی مانده‌ی عبارت $a^3 - b^3 - c^3 - (a+b+c)^3$ بر $a+b$ چه قدر است؟

۴

۳

۲

۱

رونی اول:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b)(a+c)(b+c) - a^3 - b^3 - c^3$$

رونی دوم:

$$(-b+c)^3 - (b+c)^3 - c^3 = c^3 - c^3 = 0$$

باقی مانده ۰

سرزمین تیزهوشان ایران



۱۵۹. کدام عبارت زیر نادرست است؟

درسته

۱

$x^{10} - y^{10}$ بر $x - y$ بخش پذیر است.

درسته

۲

$x^{17} - y^{17}$ بر $x - y$ بخش پذیر است.

درسته

۳

$x^9 + y^9$ بر $x + y$ بخش پذیر است.

نادرسته

۴

$x^{10} + y^{10}$ بر $x + y$ بخش پذیر است.



۱۶۰. چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

$$x^n - a^n \mid x - a = 0 \Rightarrow n = a$$

$$a^n - a^n = 0$$

$$x^n - a^n \mid x + a = 0 \Rightarrow n = -a$$

$$(-a)^n - a^n$$

(a) $x^n - a^n$ بر $x - a$ همواره بخش پذیر است.

(b) $x^n - a^n$ بر $x + a$ همواره بخش پذیر است.

(c) $x^n + a^n$ بر $x + a$ وقتی بخش پذیر است که n فرد باشد.

(d) $x^n + a^n$ بر $x - a$ وقتی بخش پذیر است که n زوج باشد.

$$x^n + a^n \mid x + a = 0 \Rightarrow n = -a$$

$$(-a)^n + a^n = -a^n + a^n = 0$$

$$x^n + a^n \mid x - a = 0 \Rightarrow n = a$$

$$a + a = 2a$$



تمرین کار سوال ۱۵۴ تا ۱۶۶

مقرر عليه $2x^2 - 4x + 2$

۱۶۶. اگر باقی مانده‌ی تقسیم چند جمله‌ای A بر $x-1$ برابر با ۲ و باقی مانده‌ی تقسیم آن بر $2x-4$ برابر ۳ باشد، باقی مانده‌ی تقسیم A بر $(x-1)(2x-4)$ کدام است؟

از $n=1$

$$A \mid x-1 = 0$$

۲

۴ $x+2$

$$A \mid 2x-4 = 0$$

۳ $x+1$

$n=2$

۲ $x+1$

$$A \mid (x-1)(2x-4)$$

۱ x

$2x^2 - 4x - 2x + 4$

$a'x + b \Rightarrow a+b=2$

$ax+2+b=3$

$1x+1 = x+1$

جواب

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 2a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a-b=-2 \\ 2a+b=3 \end{cases}$$

$a=1 \Rightarrow b=1$

