

فصل ۱: مجموعه ها و احتمال

فصل ۲: اعداد حقیقی

فصل ۳: هندسه

فصل ۴: توان و ریشه

فصل ۵: جبر و اتحادهای جبری

فصل ۶: معادله خط

فصل ۷: عبارتهای گویای جبری

فصل ۸: حجم





مسابقات
ریاضی نهم
بانک سوال



تیزهوشان



وحید اسدی کیا

با پیش از ۲۰۰۰ تست چهار گزینه‌ای
تک‌مکانی تهیه‌ی دروس ریاضی کلاس نهم
چهارم‌زدی شده‌ی برکنش فصل‌های کتاب درسی ریاضی
در روی دانش آموزان مدارس ممتاز و تیزهوشان
را پاسخ‌دهی کنید

فصل عبارت‌های گویا



استاد وحید اسدی کیا



۲۱۸. حاصل عبارت $1 + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{8}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} + \sqrt{9999}}$ کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$ (۱)
 $\frac{1}{\sqrt{50,5} + 4,5\sqrt{2}}$ (۳)
 $\frac{1}{10 + 10\sqrt{2}}$ (۲)
 $\frac{1}{\sqrt{100,5} + 10\sqrt{2}}$ (۴)

$C = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

$\sqrt{A + \sqrt{B}} =$

$\sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$

$C = \sqrt{A - B}$

$C = \sqrt{2 - 1} = 1$

$\sqrt{2 + 1} = \sqrt{\frac{2+1}{2}} + \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3+1}}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

$\sqrt{\frac{101}{2}} + \sqrt{\frac{99}{2}}$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{101} + \sqrt{99}}$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$



$$1 + \frac{(\sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{1})} + \frac{(\sqrt{2})}{(\sqrt{4} + \sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2} \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})} + \dots + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1.1} + \sqrt{99}}$$

$$1 + \sqrt{2} \left(\frac{1 \times \sqrt{3} - \sqrt{1}}{(\sqrt{3} + \sqrt{1})} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{2}}{(\sqrt{4} + \sqrt{2})} + \frac{1 \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1.1} + \sqrt{99}} \right)$$

$\underbrace{1 \times \sqrt{3} - \sqrt{1}}_{\substack{3-1 \\ \sqrt{2}}} \quad \underbrace{\sqrt{4} - \sqrt{2}}_{\substack{4-2 \\ \sqrt{2}}} \quad \underbrace{1 \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})}_{\substack{5-4 \\ \sqrt{2}}}$

هوشتاد
سرزمین تیزهوشان ایران



نکۃ :

$$\sqrt{n + \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$$

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{2+1} - \sqrt{2-1}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{3} - \sqrt{1})$$

$$\sqrt{3 + \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{3+1} - \sqrt{3-1}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{4} - \sqrt{2})$$

$$\sqrt{100 + \sqrt{9999}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{100+1} - \sqrt{100-1}) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{101} - \sqrt{99})$$



$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{2}}{2} \left((\sqrt{1+1} - \sqrt{1-1}) + (\sqrt{2+1} - \sqrt{2-1}) + (\sqrt{3+1} - \sqrt{3-1}) \right. \\
 & \quad \left. + (\sqrt{4+1} - \sqrt{4-1}) + \dots + (\sqrt{100+1} - \sqrt{100-1}) \right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cancel{\sqrt{2}} - 0 + \cancel{\sqrt{2}} - 1 + \cancel{\sqrt{4}} - \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{6}} - \sqrt{4} + \dots \right. \\
 & \quad \left. + \sqrt{101} - \sqrt{99} \right) \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{101} + \sqrt{100} - 1 \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{101} + 9) \\
 &= \sqrt{\frac{2 \times 2020}{4}} + 218\sqrt{2} = \sqrt{5050} + 218\sqrt{2}
 \end{aligned}$$



فصل ۱: مجموعه ها و احتمال

فصل ۲: اعداد حقیقی

فصل ۳: هندسه

فصل ۴: توان و ریشه

فصل ۵: جبر و اتحادهای جبری

فصل ۶: معادله خط

فصل ۷: عبارتهای گویای جبری

فصل ۸: حجم





مسابقات ریاضی نهم بانک سوال



تیزهوشان

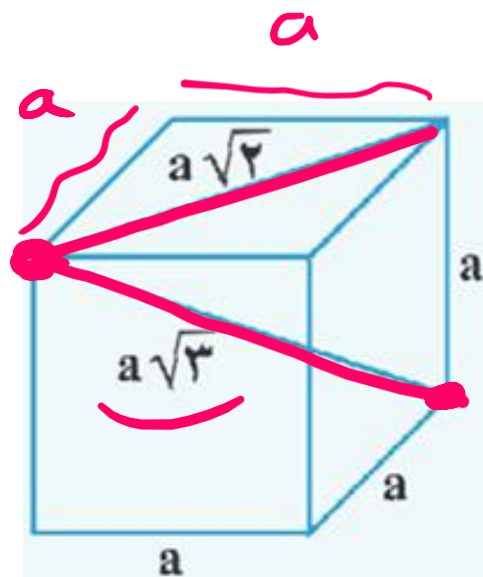


وحید اسدی کیا

• دانش از ۲۰۰۰ تست چهار گزینه‌ای
• کتابهای کلاس دوم ریاضی کلاس نهم
• بهای کلاس به همراه کتاب، درس ریاضی
• زودی دانش آموزان ستاره و تیزهوشان
• پاسخ نامی کلاسی

فصل حجم و مساحت

موسسه تیزهوشان ایران



نکته اگر اندازه‌ی هر ضلع مکعبی، a واحد باشد، اندازه‌ی قطر هر وجه آن $a\sqrt{2}$ و اندازه‌ی قطر اصلی آن $a\sqrt{3}$ می‌باشد:



نکته اگر طول یال‌های مکعبی را K برابر کنیم، طول قطر آن نیز K برابر می‌شود.

مغوش‌لند

سرزمین تیزهوشان ایران





محیط گسترده‌ی هر منشور n پهلو، از $4n - 2$ ضلع تشکیل می‌شود. مثلاً منشور ۴ پهلو (مکعب یا

مکعب مستطیل) دارای $4 \times 4 - 2 = 14$ ضلع و منشور ۶ پهلو دارای $4 \times 6 - 2 = 22$ ضلع در محیط شکل

گسترده‌اش دارد.

$$4 \times 10 - 2 = 38$$

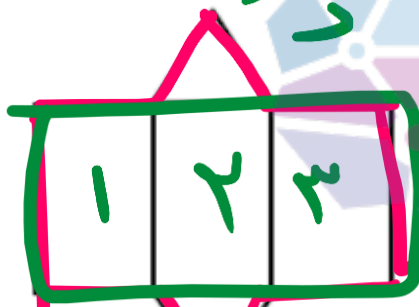
منشور ۱۰ پهلو



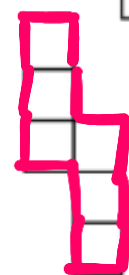
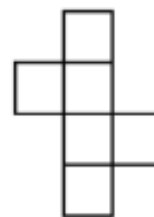
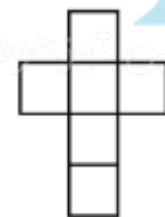
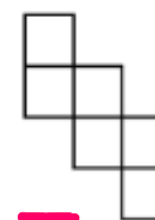
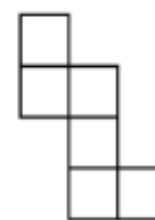
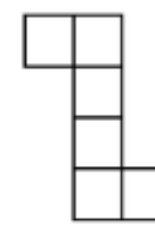
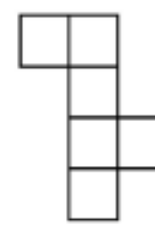
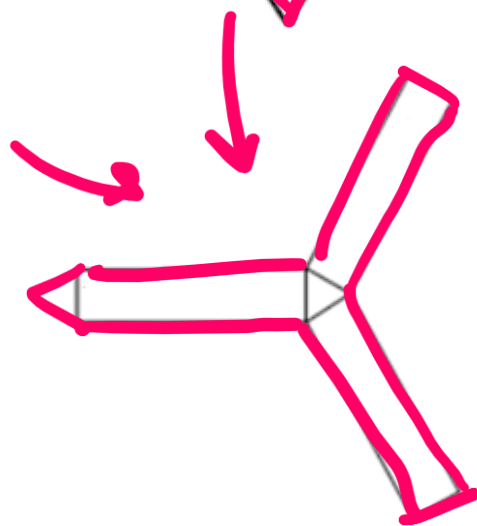
۴ پهلو

$$4 \times 4 - 2 = 14$$

منشور ۳ پهلو



$$4 \times 3 - 2 = 10$$

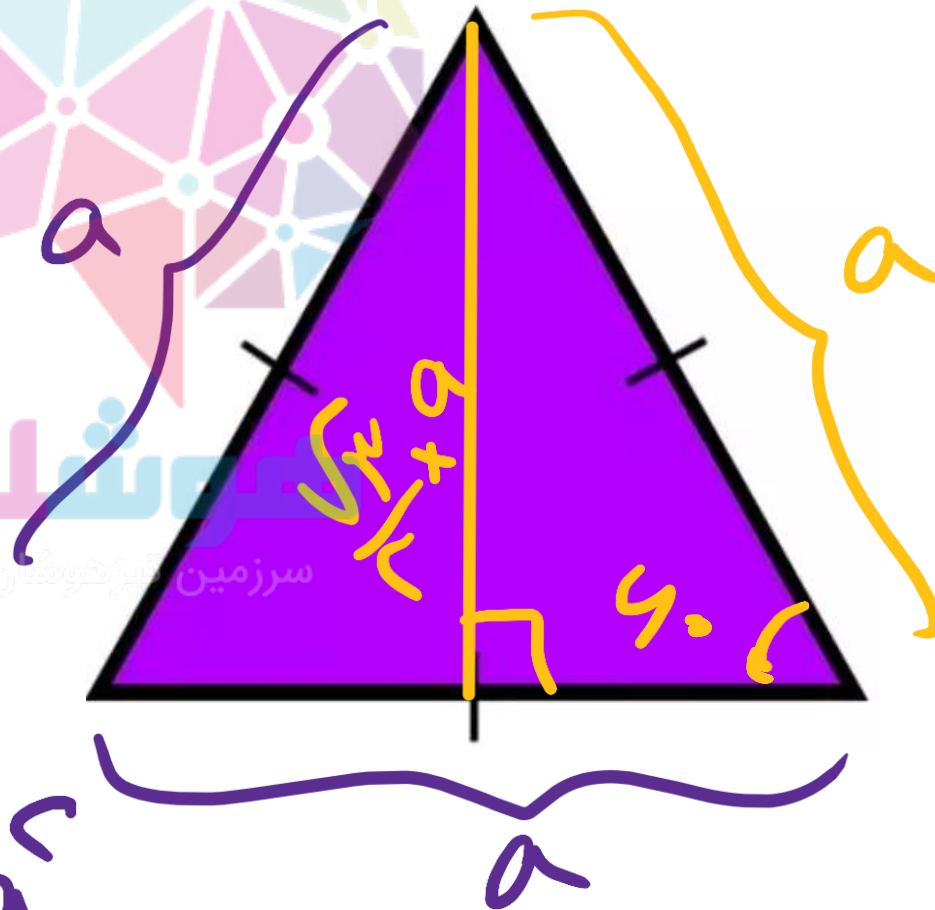


نکته مساحت هر مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a ، از رابطه‌ی $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ به دست می‌آید. این رابطه با قضیه‌ی فیثاغورس قابل اثبات است.

$$S = \frac{\text{فاصله} \times \text{ارتفاع}}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a \times a$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$





مساحت شش ضلعی منتظم به ضلع a برابر است با:

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

☆ توجه: هر ۶ ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است.



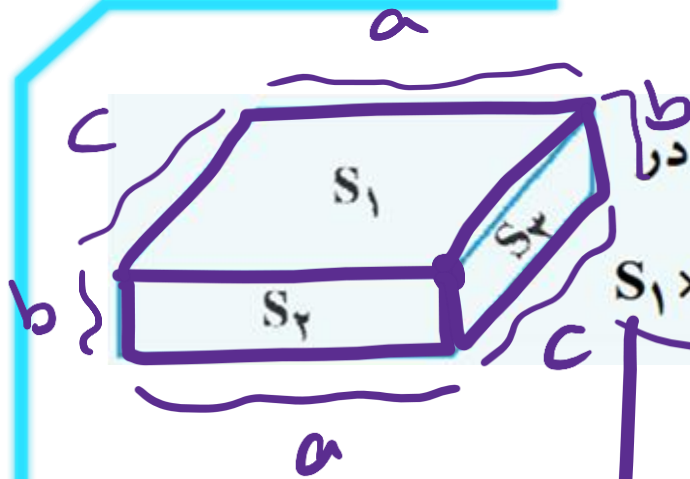
هوشلند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا





نکته در هر مکعب مستطیل، حاصل ضرب مساحت سه وجه مشترک در یک رأس با مجذور حجم آن برابر است:

$$S_1 \times S_2 \times S_3 = V^2$$

$$\underbrace{a \times c \times b}_{\text{حجم}} \times \underbrace{a \times b \times c}_{\text{حجم}} = (\text{حجم})^2$$

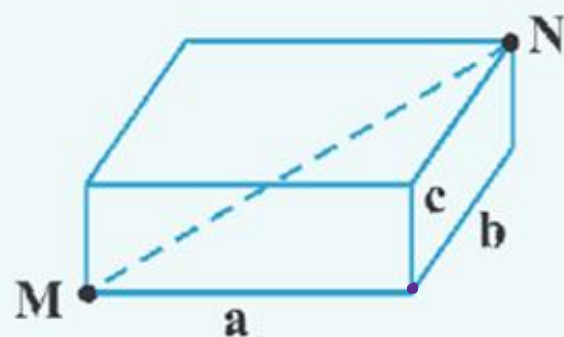
هوشلند

سرزمین قیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا

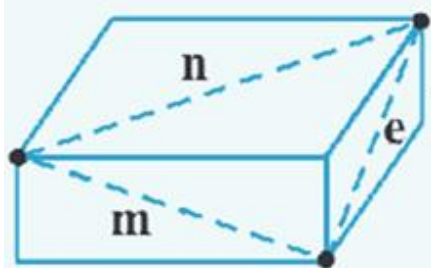




نکته اندازه‌ی قطر هر مکعب مستطیل به طول، عرض و ارتفاع a ، b و c برابر است با:

$$MN = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

توجه: برای اثبات، ۲ بار از رابطه‌ی فیثاغورث استفاده می‌کنیم.



نکته اگر اندازه‌ی قطرهای سه وجه مشترک در یک رأس از یک مکعب مستطیل به ترتیب m ، n و e واحد باشند، قطر مکعب مستطیل برابر با $\sqrt{\frac{m^2 + n^2 + e^2}{2}}$ است.

هوش‌لند

سرزمین تیزهوشان ایران

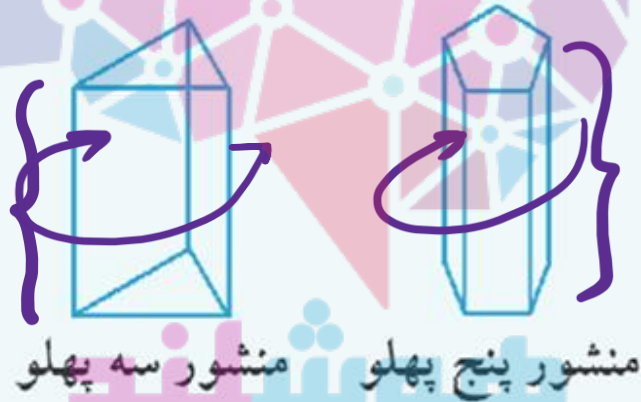


استاد وحید اسدی‌کیا



نکته به شکل فضایی که از هر طرف به صفحه محدود شده باشد، چندوجهی می‌گوییم و به چندوجهی‌ای که دو وجه آن مساوی و موازی (قاعدہ‌ها) و وجوه دیگر آن متوازی‌الاضلاع باشد، منشور می‌گوییم. هم‌چنین فاصله‌ی دو قاعدہ، ارتفاع منشور است.

توجه: معمولاً منشورها را با تعداد پهلوهایشان معرفی می‌کنند:

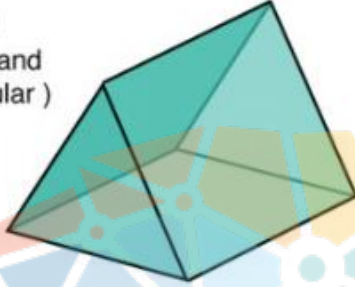


سرزمین تیزهوشان ایران



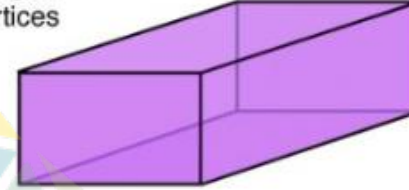
Triangular

- 5 faces (2 triangular and 3 rectangular)
- 9 edges
- 6 vertices



Rectangular

- 6 faces (all rectangular)
- 12 edges
- 8 vertices



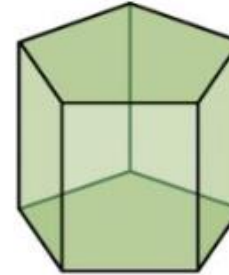
Square

- 6 faces (2 squares and 4 rectangular)
- 12 edges
- 8 vertices



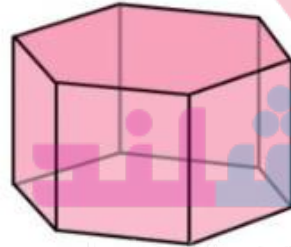
Pentagonal

- 7 faces (2 pentagonal and 5 rectangular)
- 15 edges
- 10 vertices



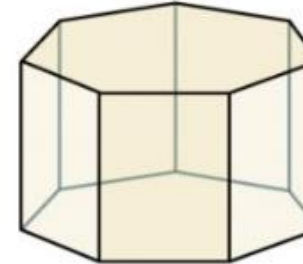
Hexagonal

- 8 faces (2 hexagonal and 6 rectangular)
- 18 edges
- 12 vertices



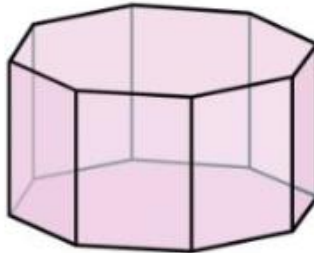
Heptagonal

- 9 faces (2 Heptagonal and 7 rectangular)
- 19 edges
- 14 vertices



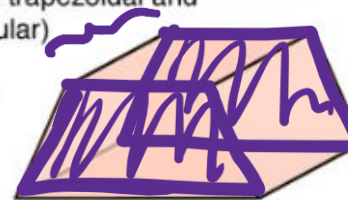
Octagonal

- 10 faces (2 octagonal and 8 rectangular)
- 24 edges
- 16 vertices



Trapezoidal

- 6 faces (2 trapezoidal and 4 rectangular)
- 12 edges
- 8 vertices





منشور قائم نامنتظم

منشور قائم منتظم

منشور مایل منتظم

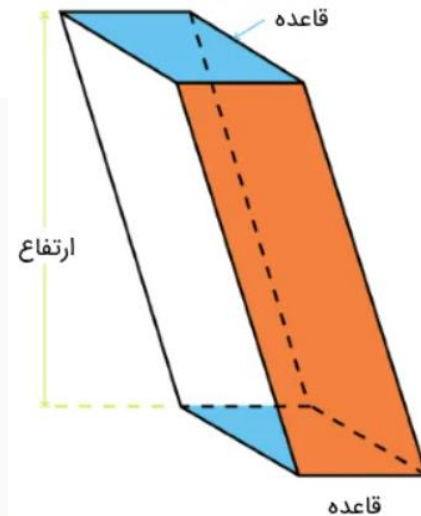
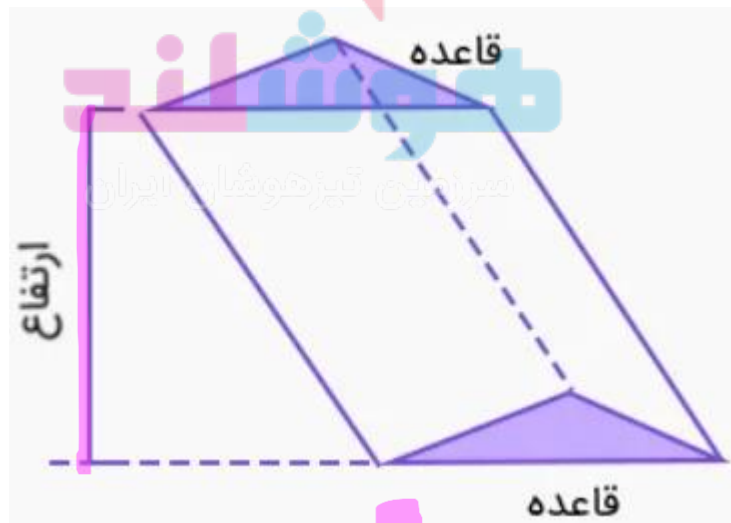
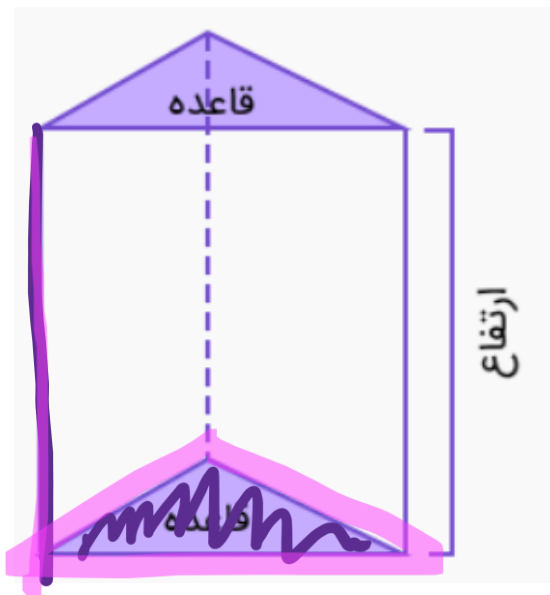


نکته حجم منشور از حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع آن به دست می آید:

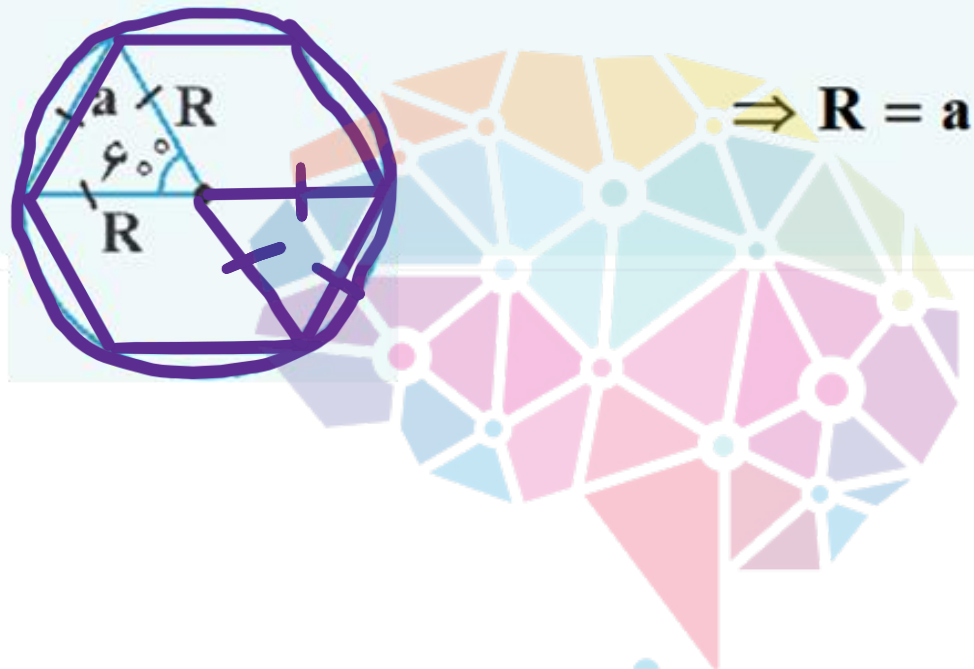
$$V = S \cdot h$$

نکته برای به دست آوردن مساحت جانبی هر منشور، محیط یک قاعده ی آن را در ارتفاع منشور ضرب می کنیم:

$S = p \cdot h$ (محیط قاعده است) جانبی منشور



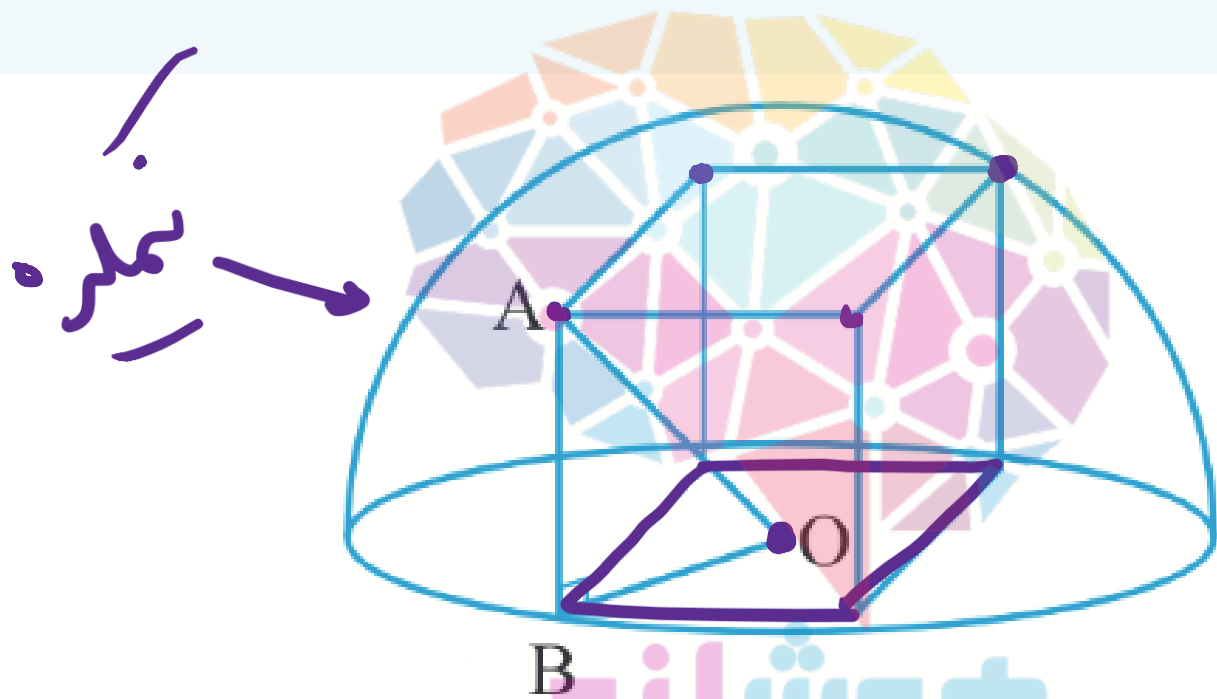
نکته در هر شش ضلعی منتظم، شعاع دایره‌ی محیطی با ضلع شش ضلعی برابر است:



هوش‌سلند
سرزمین تیزهوشان ایران



نکته بزرگ‌ترین مکعب زمانی در نیم کره ایجاد می‌شود که مرکز نیم کره و مرکز قاعده‌ی مکعب بر هم منطبق باشند.

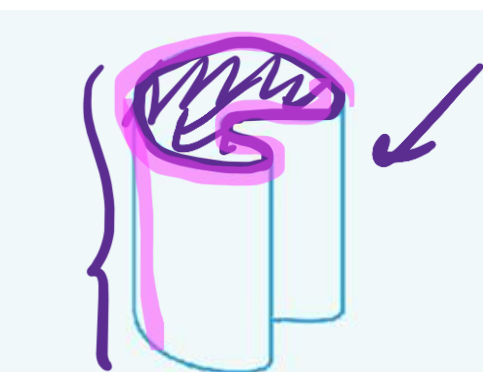


مغوشانند
سرزمین تیزهوشان ایران



نکته: هرگاه در منشور، قاعده‌ها دو منحنی

بسته‌ی همنهشت باشند، تشکیل استوانه می‌دهند. اگر قاعده‌ها دایره باشند، به آن استوانه‌ی دوار یا مدور می‌گوییم.



استوانه‌ی غیردوار یا غیرمدور



استوانه‌ی دوار یا مدور



توجه: در این فصل، هر استوانه‌ای را دوار در نظر می‌گیریم.

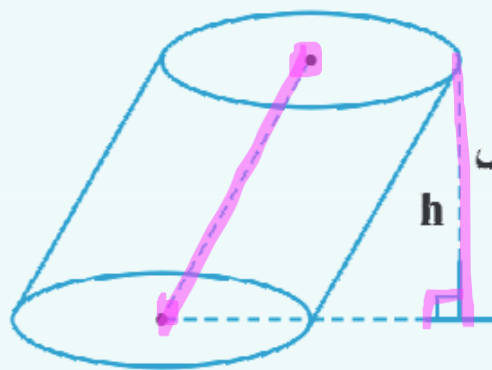
فاصله‌ی هر نقطه روی سطح جانبی استوانه از یک خط راست، به یک اندازه است. این خط راست محور نام دارد. محور در استوانه‌ی قائم بر دو قاعده‌ی آن عمود است.

سرزمین تیزهوشان ایران



☆ توجه: در استوانه‌ی مایل، خطی که دو مرکز قاعده‌ها را

به هم وصل می‌کند، بر قاعده‌ها عمود نمی‌شود:



ارتفاع استوانه‌ی مایل



هوش‌شوند

سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا

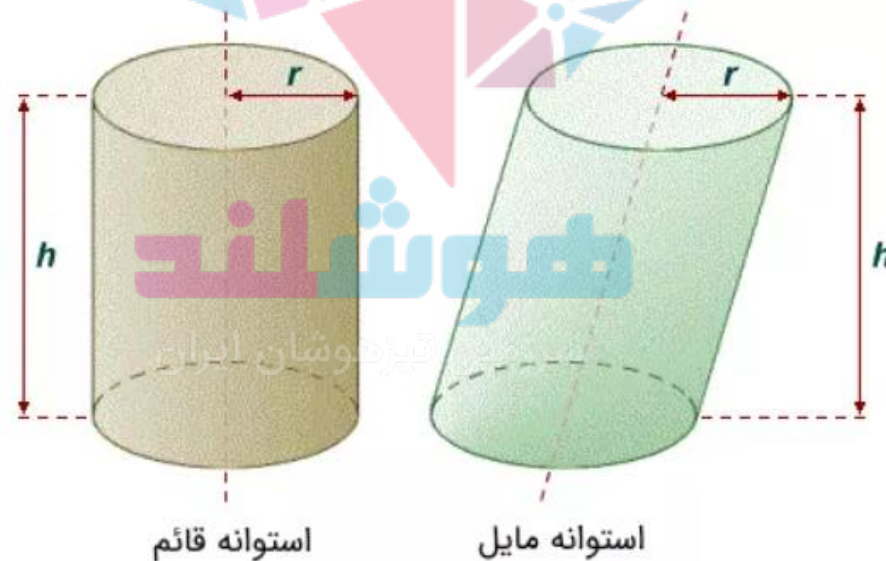


نکته حجم استوانه به شعاع قاعده‌ی R و ارتفاع h برابر است با: $V = \pi R^2 h$

نکته برای به دست آوردن مساحت جانبی و مساحت کل استوانه با قاعده‌ی R و ارتفاع h داریم:

جانبی $S = 2R\pi h$

کل $S = 2R\pi h + 2\pi R^2 = 2\pi R(h + R)$

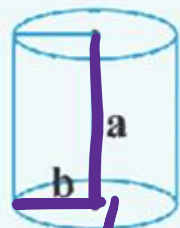
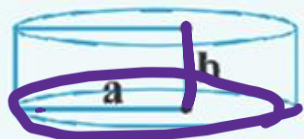




نسبت حجم استوانه‌ی ایجاد شده از دوران یک مستطیل حول عرضش به حجم استوانه‌ی ایجاد شده

حول طولش، با نسبت طول به عرض آن برابر است:

$$\text{نسبت جانبی} = \boxed{2a \times \pi \times b}$$



$$V_{\text{حول عرض}} = a^2 b \pi$$

$$V_{\text{حول طول}} = a b^2 \pi$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{حول عرض}}}{V_{\text{حول طول}}} = \frac{a}{b}$$

حول مستطیل

عرض مستطیل

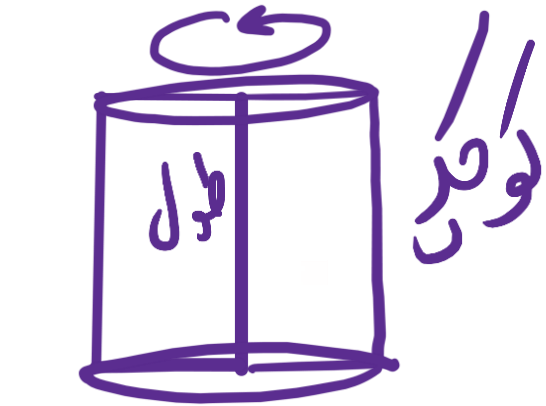
$$\boxed{\frac{V_{\text{حول طول}}}{V_{\text{حول عرض}}} = \frac{b}{a}}$$

$$2b \times \pi \times a$$

نسبت جانبی ها با هم برابر است ولی
حجم ها متفاوت است



مستطیلی به طول ۶ و عرض ۴ را ابتدا حول طول و سپس حول عرض آن دوران می دهیم. نسبت حجم حاصل از دوران اول به حجم حاصل از دوران دوم چه قدر است؟



$$\frac{3}{2}$$



$$\frac{2}{3}$$



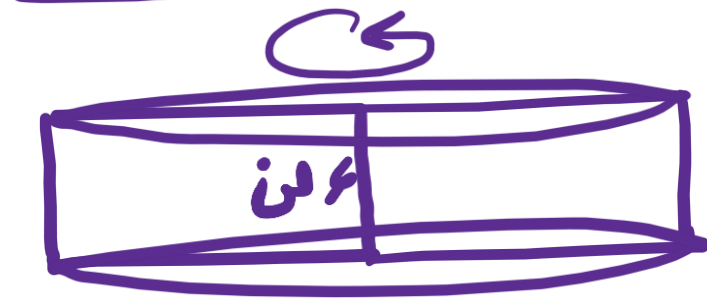
$$\frac{2\pi}{3}$$



$$\frac{3\pi}{2}$$



$$\frac{1}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



کوچک

هوشسلند

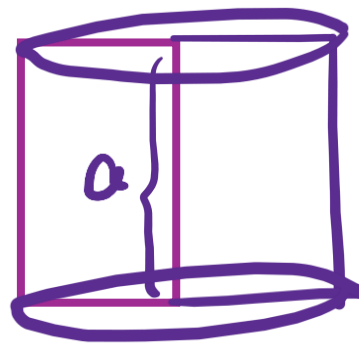
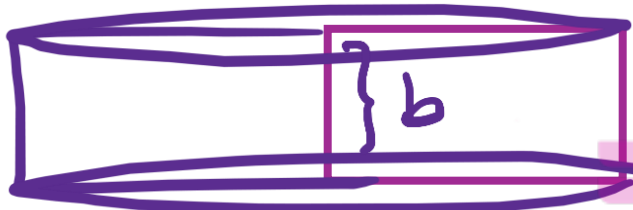
مرکز بین تیزهوشان ایران





هرگاه مستطیلی را حول طول و حول عرضش دوران دهیم، همواره مساحت جانبی دو استوانه‌ای که به وجود می‌آیند با هم برابر است. اما نسبت مساحت کل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\text{کل از دوران حول طول}}}{S_{\text{کل از دوران حول عرض}}} = \frac{2ab\pi + 2\pi b^2}{2ab\pi + 2\pi a^2} = \frac{2\pi b(a+b)}{2\pi a(b+a)} = \frac{b}{a}$$



هوش‌لند
سرزمین تیزهوشان ایران

$$\frac{\text{مساحت کل}}{\text{مساحت کل}} = \frac{b}{a}$$



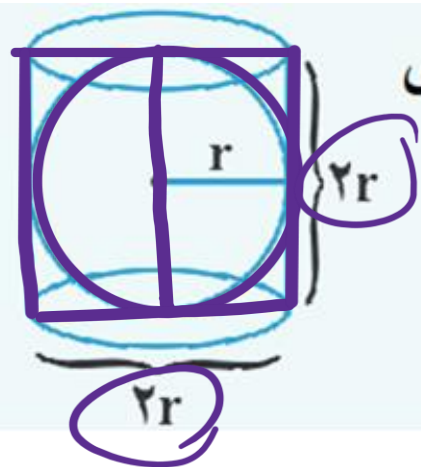
یک مستطیل را یک بار حول طول آن و یک بار حول عرض آن دوران می‌دهیم. کدام یک از عبارات زیر درست است؟

- ۱) حجم استوانه‌های حاصل با هم برابر است. ۲) مساحت‌های کل دو استوانه با هم برابرند.
- ۳) محیط قاعده‌ی دو استوانه برابر است. ۴) مساحت جانبی دو استوانه با هم برابرند.

هوش‌سلند

سرزمین تیزهوشان ایران





نکته هرگاه کره‌ای در یک استوانه محاط شود، ارتفاع استوانه با قطر دایره‌ی قاعده‌ی آن برابر و به اندازه‌ی قطر کره است.

محاطه



هوش‌سلند

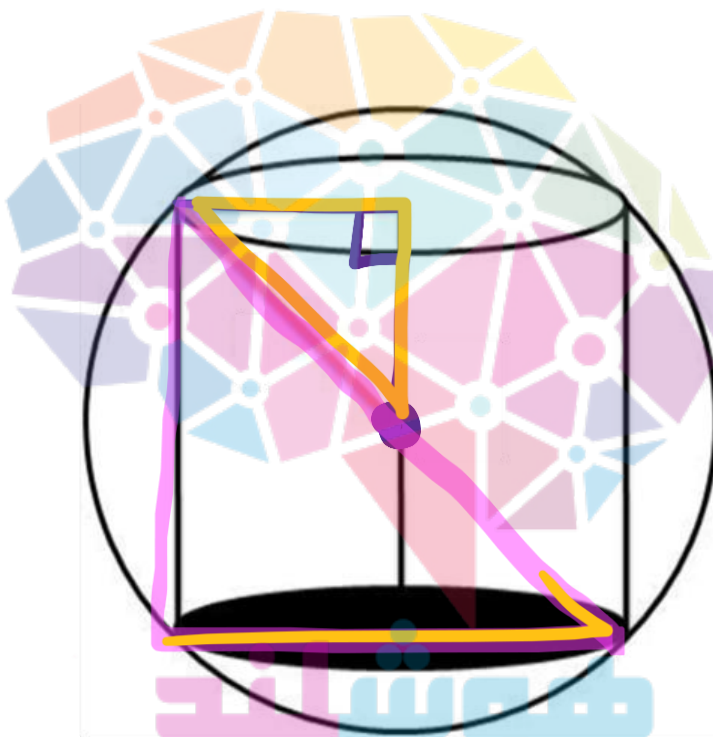
سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی‌کیا



نکته هرگاه یک استوانه داخل یک کره، محاط شود، مرکز کره بر مرکز استوانه منطبق می شود.



سرزمین تیزهوشان ایران



استاد وحید اسدی کیا

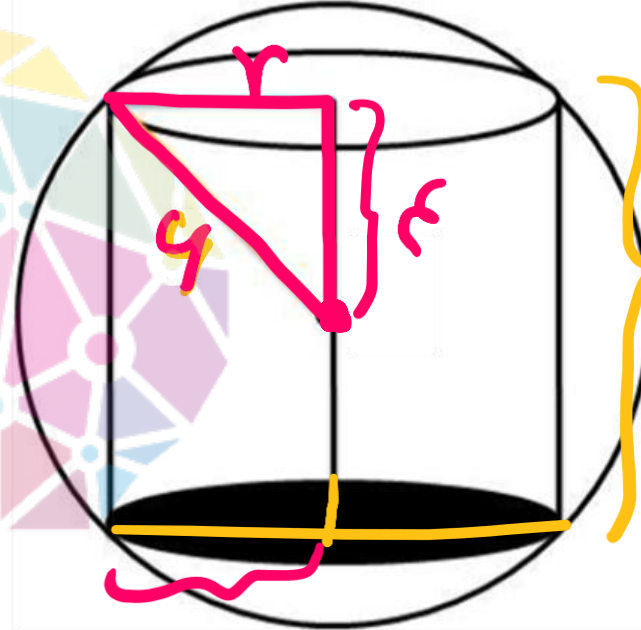


در داخل کره‌ای به شعاع ۶ واحد بزرگ‌ترین استوانه ممکن به ارتفاع ۸ واحد قرار دارد حجم این استوانه چند واحد مکعب است؟

ارتفاع $\times$ مساحت = حجم استوانه

ارتفاع $\times \pi \times r^2$

$8 \times \pi \times 20$



۱ 120π

۲ 132π

۳ 144π

۴ 160π

$r = ?$

$$6^2 = r^2 + 4^2$$

$$r^2 = 36 - 16 = 20$$

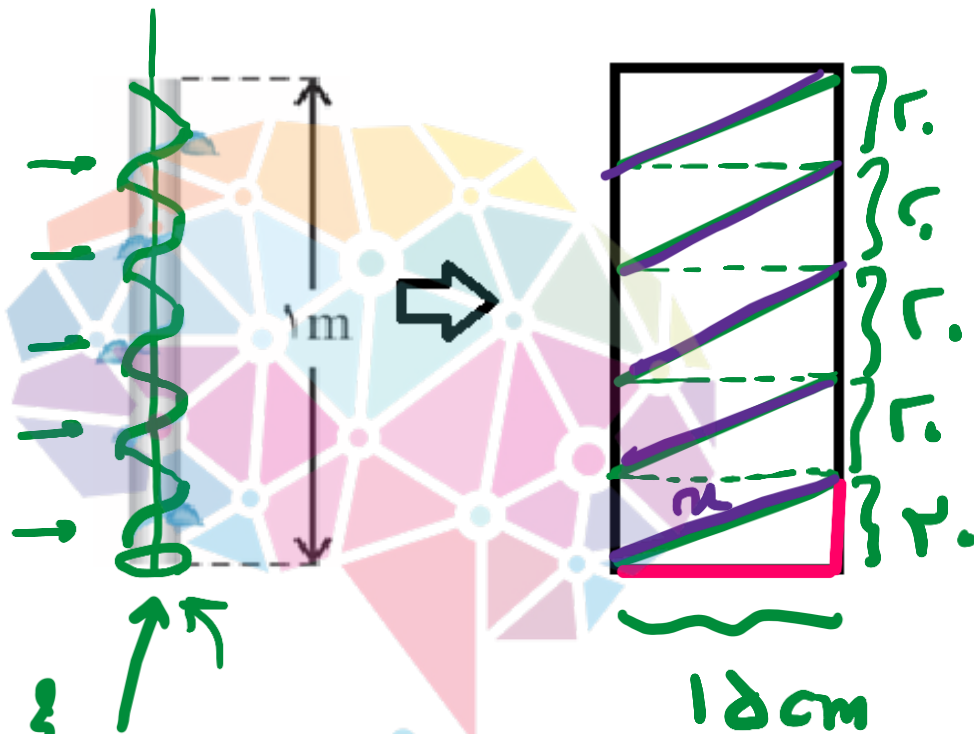


استاد وحید اسدی کیا



در شکل، گیاهی درست پنج دور، با شیب ثابت دور میله‌ای به ارتفاع ۱ m و محیط ۱۵ cm پیچیده است. طول ساقه‌ی گیاه چه قدر است؟

۱. ۰/۷۵ متر
۲. ۱ متر
۳. ۱/۲۵ متر
۴. ۱/۵ متر
۵. ۱/۷۵ متر



$$5 \times 2.5 = 12.5$$

$$n = 2.5 + 15 = 400 + 225$$

$$\sqrt{n} = 400 \Rightarrow n = 20$$



تقریباً: فصل ۱۰۰ cm
از آنجا که در این فصل
معمولاً از آنجا که در این فصل
معمولاً از آنجا که در این فصل